

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL
affiliée à l'Université de Montréal

**Généralisation du modèle TIBÈRE pour la simulation des fuites B_1 hétérogènes
à la méthode des caractéristiques**

MUDIMBI MUSONGELA
Département de génie physique

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
Génie nucléaire

Décembre 2019

POLYTECHNIQUE MONTRÉAL

affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

**Généralisation du modèle TIBÈRE pour la simulation des fuites B_1 hétérogènes
à la méthode des caractéristiques**

présentée par **Mudimbi MUSONGELA**

en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

Alberto TEYSSEDOU, président

Guy MARLEAU, membre et directeur de recherche

Alain HÉBERT, membre

Benoit FORGET, membre externe

DÉDICACE

*À mes parents,
Dieudonné Mwembo et Marie Muzola Mwembo*

REMERCIEMENTS

Je tiens à exprimer toute ma gratitude envers mon directeur de thèse Monsieur Guy Marleau, professeur à l'Institut de Génie Nucléaire (IGN). J'ai toujours pu compter sur sa grande disponibilité et sur ses suggestions pertinentes qui me furent précieuses tout au long de cette thèse. Depuis le baccalauréat, en passant par la maîtrise et aujourd'hui le doctorat, je lui suis infiniment reconnaissante d'avoir contribué à parfaire ma formation académique.

Je tiens à remercier Monsieur Alberto Teyssedou, professeur à l'IGN, d'avoir accepté de présider le jury de cette thèse. Je remercie également Messieurs Alain Hébert, professeur à l'IGN, et Benoit Forget, professeur au *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), pour avoir respectivement accepté d'être membre et membre externe du jury.

Je remercie tous mes collègues de classe et plus particulièrement trois femmes aujourd'hui docteurs qui n'ont cessé de m'encourager : Akila Hidouche, Najoua Bejaoui et Geneviève Harrisson.

Un grand merci à mon Yeshoua, à mon mari Guylain Ntumba Ngandu dont les encouragements ont été précieux jour après jour et surtout dans les moments difficiles.

Je remercie mes enfants dont le sourire et la bonne humeur m'ont permis de me déconnecter du monde scientifique ne serait-ce que pour quelques minutes chaque jour... !

Je ne peux terminer sans mentionner mes parents, qui ont cru en moi depuis le début. Je tiens à les remercier d'avoir été des modèles de réussite et de persévérance dans ce pays dans lequel nous avons émigré il y a de cela près de 30 ans. Les mots ne suffiront jamais pour leur témoigner ma gratitude.

RÉSUMÉ

Ce travail de recherche s'intéresse à généraliser le modèle de fuites hétérogènes TIBÈRE à la méthode des caractéristiques (MoC) dans le code DRAGON-5. Les fuites de neutrons sont prises en compte au sein du calcul de réseau afin d'obtenir des coefficients de diffusion plus précis qui serviront au calcul de coeur. Le calcul de réseau résout l'équation de transport des neutrons dans des contextes bien distincts. Pendant longtemps, la méthode des probabilités de collision (CP) a été l'outil principal de résolution de cette équation. Toutefois, depuis quelques années la méthode MoC lui est préférée notamment de par sa capacité à résoudre des configurations comportant un plus grand nombre de régions et de plus grande complexité.

L'objectif de cette thèse est de modifier DRAGON-5 de façon à lui permettre de traiter les deux variantes de TIBÈRE (TIBÈRE1 avec réflexion spéculaire et TIBÈRE2 avec réflexion quasi-isotrope) avec la méthode MoC en 2-D. De plus, afin de tirer profit des avantages qu'offre cette méthode de résolution, une implantation en 3-D est possible et a été réalisée pour le modèle TIBÈRE2.

Les deux modèles ont été implantés avec succès moyennant le stockage supplémentaire de termes provenant de la source de fuites. La vérification dans DRAGON-5 a été réalisée en comparant avec les modèles TIBÈRE2-CP et ECCO-MoC disponibles dans le code. Un calcul à 2 groupes a été réalisé sur une petite cellule où on a simulé un vide croissant puis des calculs multigroupes ont été réalisés sur les géométries suivantes : cellule CANDU6 (2-D), cellule REP (2-D et 3-D), 2 cellules et 6 cellules REP (3-D) avec et sans réflecteurs. Finalement, des cellules d'un réacteur refroidi au sodium en géométrie cartésienne (TIBÈRE-1 et 2) et hexagonale (TIBÈRE-2) et pour lesquels les effets de streaming sont plus importants sont aussi analysés.

Les résultats obtenus démontrent notamment que le modèle TIBÈRE-MoC permet le traitement de zones vidangées en 2-D et en 3-D. Dans l'ensemble une bonne cohérence des résultats est observée avec TIBÈRE2-CP ainsi que ECCO-MoC. Dans les zones vidangées, on constate des différences un peu plus élevées entre CP et MoC qui sont dues au traitement analytique de la variable polaire pour CP vs le traitement numérique pour MoC.

Afin d'accélérer les itérations internes pour MoC, il est suggéré d'effectuer une étude plus approfondie avec les différentes méthodes disponibles dans DRAGON.

ABSTRACT

This research focuses on the generalization of the TIBÈRE heterogeneous leakage model to the MoC method in the lattice code DRAGON-5. Neutron leakage is taken into account in lattice calculations in order to obtain more precise diffusion coefficients which will be used for the core calculation. The lattice calculation requires the solution of the neutron transport equation at different stages. For a long time, the CP method has been the main tool for solving this equation. However, nowadays the MoC method tends to supplant the CP approaches thanks to its ability to treat configurations with a greater number of regions and greater complexity.

The aim of this thesis is to modify DRAGON-5 so as to allow it to treat the two variants of TIBÈRE (TIBÈRE1 with specular reflection and TIBÈRE2 with quasi-isotropic reflection) with the MoC method in 2-D. Furthermore, in order to take advantage of this method of resolution, a 3-D implementation is possible and has been realized for the TIBÈRE2 model.

Both models have been successfully implemented at the cost of additional storage of terms from the source of leakage. Verification in DRAGON-5 was performed by comparing with TIBÈRE2-CP and ECCO-MoC models both available in the code. A 2-group calculation was carried out on a small cell where a progressive voiding was simulated and then multigroup computations were performed on the following geometries: CANDU6 cell (2-D), PWR cell (2-D and 3-D), 2 PWR cells and 6 cells (3-D) with and without reflectors. Finally, LMFBR pin cells in cartesian (TIBÈRE-1 and 2) and hexagonal (TIBÈRE-2 only) geometry, where the effect of streaming is more important, are also analyzed.

The results obtained demonstrate in particular that the TIBÈRE-MoC model allows the treatment of voided regions in 2-D and 3-D. Globally, the results show a good consistency with TIBÈRE2-CP as well as ECCO-MoC. In the voided regions, there are slightly higher differences between CP and MoC due to the analytical treatment of the polar variable for CP vs the numerical treatment for MoC.

In order to speed up the internal iterations for MoC, it is suggested to carry out a more in-depth study with the different methods available in DRAGON.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iii
REMERCIEMENTS	iv
RÉSUMÉ	v
ABSTRACT	vi
TABLE DES MATIÈRES	vii
LISTE DES TABLEAUX	x
LISTE DES FIGURES	xii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS	xiii
LISTE DES ANNEXES	xiv
CHAPITRE 1 INTRODUCTION	1
CHAPITRE 2 ÉLÉMENTS DE NEUTRONIQUE	5
2.1 Équation de transport	5
2.1.1 Flux neutronique	5
2.1.2 Bilan neutronique	7
2.1.3 Définition du terme source	10
2.1.4 Discrétisation en énergie	11
2.1.5 Traitement de l'anisotropie de la diffusion	13
2.2 La méthode des probabilités de collision	14
2.3 La méthode des caractéristiques	18
2.3.1 Équation caractéristique	18
2.3.2 Procédé de « Tracking »	20
2.3.3 Schéma d'intégration	24
2.3.4 Conditions aux frontières	28
2.3.5 Boucles de convergence	29
CHAPITRE 3 LES MODÈLES DE FUITES	31
3.1 Le mode fondamental	31

3.2	Les modèles de fuites homogènes	33
3.2.1	Les équations B_1 homogènes	34
3.2.2	Le coefficient de fuites homogènes	38
3.2.3	Les modèles PNL et SIGS	39
3.3	Les modèles de fuites hétérogènes	41
3.3.1	Modèle exact	41
3.3.2	Modèle ECCO	43
3.4	Modèle hétérogène TIBÈRE	46
3.4.1	Le développement en puissance du laplacien	46
3.4.2	Approximations menant au modèle TIBÈRE	49
3.4.3	Équations du modèle TIBÈRE	50
3.4.4	Le modèle TIBÈRE 1	52
3.4.5	Le modèle TIBÈRE 2	53
CHAPITRE 4 GÉNÉRALISATION DU MODÈLE DE FUTES TIBÈRE À MOC .		57
4.1	Équation de la composante réelle du flux	57
4.2	Équations des composantes du courant imaginaire	59
4.3	Stratégies de convergence	62
4.3.1	Diffusion dans le même groupe	62
4.3.2	Calcul des \mathcal{P}_{ii}	63
4.3.3	Calcul des $P_{ii,d}$	65
4.3.4	Calcul des P_{ii,D_i}	67
CHAPITRE 5 IMPLANTATION DE TIBÈRE-MOC DANS DRAGON		69
5.1	Le code DRAGON	69
5.1.1	Description générale	69
5.1.2	Options de calcul pour MoC dans DRAGON-5	71
5.2	Implantation dans FLU	75
5.2.1	Algorithme de résolution de TIBÈRE-MoC	76
5.2.2	Matrices FUNKNOWN et SUNKNOWN	78
5.2.3	Sources pour la composante réelle du flux	79
5.2.4	Sources pour les composantes du courant imaginaire	81
5.3	Calcul des composantes de la direction Ω	82
5.3.1	Géométrie 2-D	82
5.3.2	Géométrie 3-D	83
5.4	Options de calcul : modifications apportées aux routines de MCGF	84
5.4.1	« Tracking » non-cyclique sans \mathcal{P}_{ii}^g	84
5.4.2	« Tracking » non-cyclique avec \mathcal{P}_{ii}^g	88

5.4.3	« Tracking » cyclique : méthode du tir	90
5.4.4	« Tracking » cyclique sans \mathcal{P}_{ii}^g	91
5.4.5	« Tracking » cyclique avec \mathcal{P}_{ii}^g	95
5.5	Implantation dans ASM	97
5.5.1	Correction de transport	97
5.5.2	Implantation des facteurs $\mathcal{P}_{ii,d}^g$ et \mathcal{P}_{ii,D_i}^g	99
5.6	Implantation des facteurs de forme $\xi_{d,\alpha}$	100
5.7	Implantation dans EDI	103
CHAPITRE 6 VÉRIFICATION DE TIBÈRE-MoC		105
6.1	Petite cellule 2-D	105
6.1.1	Vérification de TIBÈRE2-MoC avec TIBÈRE2-CP	106
6.1.2	Vérification de TIBÈRE2-MoC avec ECCO-MoC	110
6.1.3	Vérification de TIBÈRE1-MoC avec ECCO-MoC	111
6.1.4	Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC	113
6.2	Cellule unitaire CANDU6 en 2-D	114
6.2.1	Vérification de TIBÈRE2-MoC avec TIBÈRE2-CP	116
6.2.2	Vérification avec ECCO-MoC	117
6.2.3	Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC	120
6.3	Cellules REP en 3-D : Modèle à 1 cellule	122
6.3.1	Vérification de TIBÈRE2-MoC 3-D avec le modèle 2-D	122
6.3.2	Vérification avec ECCO-MoC	124
6.4	Cellules REP en 3-D : étude en fonction de la hauteur	125
6.4.1	Comparaison des modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules	125
6.4.2	Modèle à 6 cellules avec réflecteurs	128
6.4.3	Vérification avec ECCO-MoC	130
6.5	Comparaison avec les codes MEC et PJI	133
CHAPITRE 7 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS		142
RÉFÉRENCES		147
ANNEXES		150

LISTE DES TABLEAUX

Tableau 5.1	Structure (descmccg)	71
Tableau 5.2	Liste des indices attribués dans la matrice FUNKNOWN pour 1160 inconnues	80
Tableau 5.3	Enregistrement du vecteur XSI\$MCCG dans le répertoire /tracking/	103
Tableau 6.1	Sections efficaces pour la petite cellule 2-D.	106
Tableau 6.2	Comparaison de k_∞ et B^2 (10^{-3}cm^{-2}) des modèles TIBÈRE2-CP et TIBÈRE2-MoC pour la petite cellule.	107
Tableau 6.3	Coefficients de fuites D_x , D_y et D_z (en cm) de la petite cellule pour TIBÈRE2-CP.	108
Tableau 6.4	Coefficients de fuites D_x , D_y et D_z (en cm) de la petite cellule pour TIBÈRE2-MoC.	108
Tableau 6.5	Écart relatifs (%) entre TIBÈRE2-MoC et TIBÈRE2-CP pour la pe- tite cellule.	109
Tableau 6.6	Comparaison de k_∞ et B^2 (10^{-3}cm^{-2}) des modèles TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC (réflexion isotrope) pour la petite cellule.	110
Tableau 6.7	Comparaison des coefficient de fuites D_{moy} (TIBÈRE2-MoC) et D (ECCO-MoC) (réflexion isotrope) pour la petite cellule.	111
Tableau 6.8	Comparaison des modèles TIBÈRE1-MoC et ECCO-MoC (réflexion spéculaire) pour le CAS 1 de la petite cellule.	112
Tableau 6.9	Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC pour le CAS 1 de la petite cellule.	113
Tableau 6.10	Dimensions et composition des mélanges de la cellule CANDU6.	115
Tableau 6.11	Comparaison de TIBÈRE2-CP et TIBÈRE2-MoC pour la cellule CANDU6.	117
Tableau 6.12	Comparaison de TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC (réflexion isotrope) pour la cellule CANDU6.	118
Tableau 6.13	Comparaison de TIBÈRE1-MoC et ECCO-MoC (réflexion spéculaire) pour la cellule CANDU6.	119
Tableau 6.14	Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC pour la cellule CANDU6.	121
Tableau 6.15	Comparaison de TIBÈRE2 en 2-D et en 3-D.	123
Tableau 6.16	Comparaison de TIBÈRE2-MoC avec ECCO-MoC pour le modèle à 1 cellule.	124
Tableau 6.17	Comparaison de k_∞ et B^2 pour les modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules REP.	126

Tableau 6.18	Comparaison des coefficients de fuites (en cm) pour les modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules (GROUPE 1).	126
Tableau 6.19	Comparaison des coefficients de fuites (en cm) pour les modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules (GROUPE2)	127
Tableau 6.20	Coefficients de fuites directionnels (en cm) pour le modèle à 6 cellules avec réflecteurs.	130
Tableau 6.21	Comparaison de k_{∞} et B^2 (10^{-3}cm^{-2}) pour TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC avec 2 cellules, 6 cellules de combustible et 6 cellules avec réflecteurs.	131
Tableau 6.22	Comparaison entre TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC pour le modèle à 2 cellules.	131
Tableau 6.23	Comparaison entre TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC pour le modèle à 6 cellules de combustible.	132
Tableau 6.24	Comparaison entre TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC pour le modèle à 6 cellules avec réflecteurs.	132
Tableau 6.25	Facteurs de multiplication effectifs (k_{eff}) pour la cellule hexagonale.	134
Tableau 6.26	Facteurs de multiplication effectifs (k_{eff}) pour la cellule cartésienne.	135
Tableau 6.27	Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0$ (cellule hexagonale).	136
Tableau 6.28	Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0$ (cellule cartésienne).	137
Tableau 6.29	Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0.0009$ (cellule hexagonale).	138
Tableau 6.30	Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0.0009$ (cellule cartésienne).	139
Tableau 6.31	Coefficients de fuites (cm) pour calcul TYPE B (B^2 critique) pour la cellule hexagonale.	140
Tableau 6.32	Coefficients de fuites (cm) pour calcul TYPE B (B^2 critique) pour la cellule cartésienne.	141
Tableau A.1	Modèles de fuites avec la méthode CP dans DRAGON v5	152
Tableau A.2	Écarts relatifs (%) entre les méthode CP et MoC dans DRAGON v5	154
Tableau A.3	Écarts relatifs (%) de la méthode CP entre DRAGON v5 et v3.06	155

LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Définition de l'angle solide	6
Figure 2.2	Bilan neutronique dans un volume de contrôle	8
Figure 2.3	Ligne caractéristique du neutron	19
Figure 2.4	Balayage d'une cellule 2D dans la direction $\hat{\Omega}$	21
Figure 2.5	Conditions de réflexion spéculaire (gauche) et isotrope (droite) pour des géométries planes (haut), carrées (centre) et circulaires (bas). . .	28
Figure 5.1	Sequence d'appels de modules dans DRAGON-5. Source [Hébert, 2009]	70
Figure 5.2	Algorithme de résolution de TIBÈRE-MoC	77
Figure 5.3	Cosinus directeurs de l'angle solide	84
Figure 5.4	Routines appelées pour le « tracking » non-cyclique avec résolution directe	85
Figure 5.5	Routines appelées pour le « tracking » non-cyclique avec calcul des \mathcal{P}_{ii}	89
Figure 5.6	Routines appelées pour le « tracking » cyclique avec résolution directe	92
Figure 5.7	Routines appelées pour le « tracking » cyclique avec calcul de \mathcal{P}_{ii}^g . .	95
Figure 5.8	Routines appelées pour le calcul des \mathcal{P}_{ii}	99
Figure 6.1	Cellule pour le calcul à 2 groupes d'énergie	105
Figure 6.2	Cellule CANDU6	114
Figure 6.3	Niveaux de discrétisation de la cellule CANDU6	115
Figure 6.4	Cellule REP en 2-D (gauche) et en 3-D (droite)	122
Figure 6.5	Modèles 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules REP en 3-D	125
Figure 6.6	Modèle à 6 cellules avec réflecteurs en 3D	129
Figure 6.7	Cellule cartésienne (gauche) et hexagonale (droite)	133
Figure A.1	Assemblage REP 7×7 avec trou d'eau au centre	150
Figure B.1	Structure du module FLU : de DRAGON-5	157
Figure B.2	Structure du module MCCGF : de DRAGON-5	159

LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

ACA	Algebraic Collapsing Acceleration
CANDU	CANada Deutérium Uranium
CEA	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux énergies alternatives
CP	Collision Probability
DD	Diamond Differencing
FAIDUS	Fuel Assembly with Inner DUct Structure
GMRES	Generalized Minimal RESidual
HTGR	High Temperature Gas-cooled Reactor
IGN	Institut de Génie Nucléaire de Polytechnique Montréal
LMFBR	Liquid Metal Fast Breeder Reactor
LOCA	Loss Of Coolant Accident
MoC	Method of Characteristics
PWR	Pressurized Water Reactor
REP	Réacteur à Eau sous Pression
RNR-Na	Réacteur à Neutrons Rapides et à caloporteur sodium
SC	Step Characteristic
SCR	Self-Collision Rebalancing
TMT	Track Merging Technique

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE A	COMPARAISON DES MODÈLES DE FUITES DANS DRAGON . .	150
ANNEXE B	STRUCTURE DU MODULE FLU :	156

CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Depuis plusieurs décennies, l'industrie nucléaire connaît une expansion fulgurante et de nombreux pays dont le Canada et la France y ont recours afin de s'approvisionner en énergie. Dans le but d'opérer efficacement les réacteurs, les ingénieurs nucléaires se servent de codes informatiques sophistiqués permettant de simuler les neutrons dans l'environnement du réacteur. Conçu et développé à l'Institut de Génie Nucléaire (IGN) de Polytechnique Montréal, DRAGON [Marleau et al., 2006] est un de ces codes. Il permet notamment de résoudre numériquement l'équation de transport des neutrons (équation de Boltzmann) afin de calculer avec précision la distribution du flux neutronique dans le réacteur. Ce code est en constant développement grâce aux efforts conjugués par plusieurs professeurs et étudiants.

De manière générale, la simulation neutronique des réacteurs nucléaires s'effectue à l'aide d'une stratégie à deux niveaux. Le premier niveau consiste à réaliser un calcul en théorie du transport (calcul de réseau) sur une « partie représentative » du réacteur à savoir une cellule (ou un assemblage) discrétisée finement en espace et en énergie. Le flux neutronique ainsi que les taux de réactions multigroupes obtenus dans chaque région sont homogénéisés sur la totalité ou différentes parties de la géométrie et condensés en énergie en vue du calcul de coeur. Cette seconde étape reprend les propriétés du calcul de réseau et résout l'équation de la diffusion (ou une autre version simplifiée de l'équation de transport par exemple la méthode SP_n) pour le réacteur entier permettant ainsi d'obtenir la distribution globale du flux et la distribution de puissance. Le calcul de réseau s'effectue à priori sans connaissance des conditions d'opération en dehors de la cellule (ou de l'assemblage) étudiée. On assume que cette dernière est entourée de cellules identiques à elle-même ; des conditions aux frontières de réflexion ou de périodicité sont utilisées afin de simuler un réseau infini. De ce fait, une correction doit être appliquée afin de s'assurer que le flux neutronique est stationnaire dans le réseau. Cette correction est généralement introduite en ajoutant un modèle de fuites basé sur les équations B_n ¹ homogènes ou hétérogènes. On dit de ces calculs qu'ils sont réalisés dans l'hypothèse du mode fondamental qui correspond au flux adopté par les neutrons dans un milieu fini. Le modèle de fuites permet de calculer le taux de fuites à ajouter ou soustraire du taux d'absorption des neutrons afin de rendre le milieu critique ($k_{\text{eff}} = 1$). Il s'agit d'un problème où le laplacien (B^2) est la valeur propre recherchée et où la solution est un facteur de multiplication égal à 1. Les coefficients de fuites obtenus peuvent ensuite être utilisés comme coefficients de diffusion dans le calcul de coeur [Hébert, 2009].

1. Des modèles P_n peuvent également être employés.

La modélisation des fuites de neutrons dans le calcul de réseau a fait l'objet de nombreuses études. En effet, le souci d'assurer une plus grande sûreté des réacteurs nucléaires a mené les physiciens du réacteur à proposer au fil des ans des modèles permettant de traiter plus précisément les différentes situations rencontrées en conditions normales d'opération mais aussi en cas d'accidents tels la perte de caloporteur (LOCA). Les modèles de fuites proposés initialement (modèles homogènes) ne prenaient pas en compte l'hétérogénéité du milieu pour établir les coefficients de fuites. Ils sont basés sur l'hypothèse selon laquelle le flux physique est « factorisable » en un produit d'un flux local microscopique ($\varphi^g(\hat{\Omega})$) et d'un flux macroscopique ($e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}}$) indépendant de l'énergie. La procédure généralement employée [Petrovic and Benoist, 1996] consiste à obtenir tout d'abord la carte de flux et les taux de réactions multigroupes pour la géométrie hétérogène sans fuites. Par la suite, on homogénéise la géométrie en pondérant les sections efficaces par le flux et on calcule les sections efficaces de fuites ($D^g B^2$) globales pour chaque groupe d'énergie g . Le flux est de nouveau calculé pour la géométrie hétérogène mais cette fois-ci en ajoutant les fuites homogènes comme un terme d'absorption supplémentaire. On homogénéise ensuite la géométrie, on recalcule les $D^g B^2$ et on les ajoute pour obtenir un nouveau flux et des nouveaux taux de réactions. On procède ainsi jusqu'à atteindre la convergence ($k_{\text{eff}} = 1$). L'inconvénient majeur de cette procédure repose sur le fait que les fuites sont calculées pour une géométrie homogène équivalente et non pour la vraie géométrie hétérogène, les sections efficaces de fuites ne dépendent donc pas de la variable d'espace ce qui tend à sous ou sur estimer les fuites réelles. Dans des conditions normales d'opération des réacteurs comme le réacteur à eau pressurisée (REP) et le CANDU, ces modèles de fuites homogènes constituent une approximation acceptable et simplifient grandement les calculs. Cependant, lorsque le milieu devient fortement hétérogène et que les fuites deviennent importantes et anisotropes ce qui est souvent le cas lors d'accidents, il devient inévitable de recourir à des modèles plus sophistiqués à savoir les modèles de fuites hétérogènes.

De manière générale, les taux de fuites dépendent principalement de l'anisotropie de la diffusion et des effets de « streaming » (effets de couloirs) qui se produisent lors de la propagation en ligne droite des neutrons dans le vide. Ces effets apparaissent surtout lorsque le réacteur contient des zones vides ou presque vides qui sont « transparentes » aux neutrons et entraînent de grands libres parcours. L'anisotropie de la diffusion a un effet non négligeable sur les fuites notamment dans les réacteurs dont le modérateur contient de l'hydrogène. Souvent, un modèle de fuites B_1 homogène est suffisant pour en tenir compte. Cependant, l'effet de « streaming » doit obligatoirement être pris en compte par un modèle de fuites hétérogènes. On distingue le « streaming » isotrope ou anisotrope dépendamment si le taux de fuites est

identique ou différent pour les trois directions spatiales. Le modèle ECCO développé initialement au sein du code de réseau pour réacteurs rapides ECCO [Rimpault et al., 1990] permet de représenter adéquatement les effets de l'anisotropie de la diffusion sur les taux de fuites ainsi que les effets de « streaming » isotropes. Pour les besoins des réacteurs thermiques, une adaptation du modèle a été réalisée par [Hébert, 2001] et implantée avec succès dans DRAGON-4 et DRAGON-5. Les coefficients de fuites hétérogènes multigroupes peuvent être calculés pour chaque région de la géométrie étudiée suite à la résolution des équations B_1 hétérogènes moyennant quelques approximations. Ces équations sont obtenues dans l'hypothèse du mode fondamental mais pour un flux microscopique dépendant de l'espace ($\varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$) ce qui permet de tenir compte de l'hétérogénéité du milieu considéré.

Conçu originalement par Pierre Benoist (Benoist [1961], Benoist [1984], Benoist [1986], Benoist et al. [1994]) TIBÈRE est un modèle qui permet non seulement de tenir compte de l'hétérogénéité des fuites mais également de l'anisotropie des fuites ce qui n'est pas possible avec le modèle ECCO. En se basant sur les équations du formalisme B_1 hétérogène et en effectuant un certain nombre d'approximations on obtient des équations couplées qui permettent de définir des coefficients de fuites directionnels dépendants de l'espace. La discrétisation de la forme intégrale de ces équations permet une résolution par la méthode des probabilités de collision (CP), seul algorithme de résolution disponible pour TIBÈRE dans les codes DRAGON et APOLLO. Cette méthode nécessite non seulement le calcul des matrices de probabilités de collision classiques (matrices P_{ij}) mais aussi des matrices de probabilités de collisions directionnelles (matrices P_{ijk}) permettant d'obtenir les courants directionnels. L'inconvénient majeur de ce mode de résolution est qu'il est coûteux en espace de stockage ce qui mène à des limitations importantes quand vient le moment de traiter des géométries complexes.

Depuis une dizaine d'années, la méthode des caractéristiques (MoC) [Askew, 1972] s'est rapidement développée et s'est avérée une alternative avantageuse à la méthode des CP, notamment pour les problèmes impliquant un nombre de régions supérieur à quelques milliers. De plus, selon les études de Rimpault et al. [2014], la résolution par la méthode MoC permet une description spatiale plus précise du domaine étudié car elle permet d'éliminer les approximations aux interfaces des cellules. Mentionnons également que MoC permet de traiter des géométries plus complexes. Ceci est d'intérêt notamment pour les réacteurs de nouvelle génération tel que le nouveau réacteur rapide refroidi au sodium (RNR-Na) ou encore le REP de 3e génération. C'est dans cette optique que des travaux réalisés par Van Rooijen and Chiba [2011] ont permis l'implantation d'un nouveau modèle de fuites hétérogènes « exact »

résolu entièrement par MoC au sein du code CBG. Des tests ont été réalisés avec succès sur une cellule hexagonale dans le spectre des neutrons rapides. La différence majeure entre ce modèle et le modèle TIBÈRE réside dans le fait qu’aucune approximation n’est effectuée pour résoudre les équations B_1 hétérogènes mis à part l’existence du mode fondamental. Dans le cadre du développement du nouveau code APOLLO-3 (Schneider et al. [2016], Vidal et al. [2017]) développé au CEA en France, ce modèle « exact » a été implanté et présente dans certains cas une amélioration par rapport aux modèles de fuites existants. L’inconvénient de ce modèle réside toutefois dans le fait qu’il engendre un coût important en espace mémoire. La résolution par MoC demeure donc un défi important notamment en raison des temps de calculs mais aussi des coûts en espace de stockage. C’est pourquoi des choix judicieux doivent être faits afin de réduire au maximum ces paramètres tout en gardant une bonne précision.

L’objectif de ce travail de recherche consiste à généraliser le solveur MoC de DRAGON-5 de façon à lui permettre de traiter un modèle de fuites hétérogènes de type TIBÈRE. Plusieurs géométries seront considérées pour les tests de convergence : petite cellule 2-D (calcul à 2 groupes), cellules REP 2-D et 3D (avec et sans réflecteurs) et cellule 2-D CANDU. Une comparaison sera effectuée entre TIBÈRE-MoC et TIBÈRE-CP ainsi que TIBÈRE-MoC et ECCO-MoC afin de vérifier les résultats obtenus. Une étape de validation partielle sera réalisée en comparant avec les modèles « exact » (code MEC) et TIBÈRE1-CP (code PJI) tous deux présents dans le code CBG pour une cellule RNR-Na (Van Rooijen and Chiba [2011]). Les développements de cette thèse permettront d’ajouter une fonctionnalité intéressante au code DRAGON. Les chercheurs développant les réacteurs de nouvelle génération auront ainsi un outil d’analyse plus fiable que ceux qu’ils possèdent actuellement.

Dans le but d’élaborer sur les aspects importants du projet, le chapitre 2 présentera l’équation de transport des neutrons ainsi que les méthodes de résolutions CP et MoC. Au chapitre 3 nous présenterons les modèles de fuites homogènes et hétérogènes déjà implantés dans DRAGON (et APOLLO) avec des résultats comparatifs obtenus pour une cellule REP 7×7 standard (voir annexe A). Une présentation détaillée du formalisme de TIBÈRE avec MoC sera effectuée au chapitre 4 avec les approximations envisagées pour la résolution des équations. Au chapitre 5, nous décrirons les étapes de l’implantation du modèle TIBÈRE avec MoC dans le code DRAGON-5. Au chapitre 6 nous procéderons à la vérification de l’implantation réalisée en comparant les résultats avec le modèle TIBÈRE-CP ainsi que le modèle ECCO-MoC présents dans DRAGON-5 puis avec le code CBG. Finalement, le chapitre 7 résumera le travail et proposera des avenues de recherche futures.

CHAPITRE 2 ÉLÉMENTS DE NEUTRONIQUE

Dans ce chapitre nous présenterons quelques notions théoriques à la base de la physique du réacteur. Ces notions sont décrites de façon sommaire et ont pour objectif la bonne compréhension des travaux réalisés. Les ouvrages de référence qui ont été consultés sont les livres de Lewis and Miller [1984] et Hébert [2009].

2.1 Équation de transport

Afin d'évaluer notamment la distribution de puissance dans le coeur du réacteur nucléaire, il est nécessaire de déterminer la distribution des neutrons dans celui-ci. Théoriquement, cette distribution s'obtient en résolvant l'équation de transport neutronique.

2.1.1 Flux neutronique

L'équation de transport de Boltzmann est basée sur une approche de mécanique statistique selon laquelle les neutrons se déplacent dans un espace de phase à 6 dimensions en fonction du temps. Le mouvement de chaque neutron peut donc être décrit par l'ensemble des sept variables suivantes :

- trois variables spatiales x , y et z décrivant la position $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$;
- une variable d'énergie E reliée à la vitesse des neutrons v_n par la relation classique $E = \frac{m_n v_n^2}{2}$ où m_n est la masse du neutron. Cette vitesse s'écrit $\vec{v}_n = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_n \hat{\Omega}$;
- deux variables angulaires notées $\mu = \cos \theta$ avec θ l'angle polaire et ϕ l'angle azimutal permettant d'obtenir la direction $\hat{\Omega}$ du déplacement des neutrons (figure 2.1). Ce vecteur unitaire s'écrit :

$$\hat{\Omega} = \sqrt{1 - \mu^2} \cos \phi \hat{i} + \sqrt{1 - \mu^2} \sin \phi \hat{j} + \mu \hat{k} \quad (2.1)$$

- une variable de temps t utilisée en régime transitoire soit lorsque l'hypothèse du régime stationnaire n'est pas valide.

Typiquement, la population de neutrons est décrite par la densité neutronique angulaire notée $n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ de sorte que $n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) d^3r dE d^2\Omega dt$ correspond au nombre de neutrons

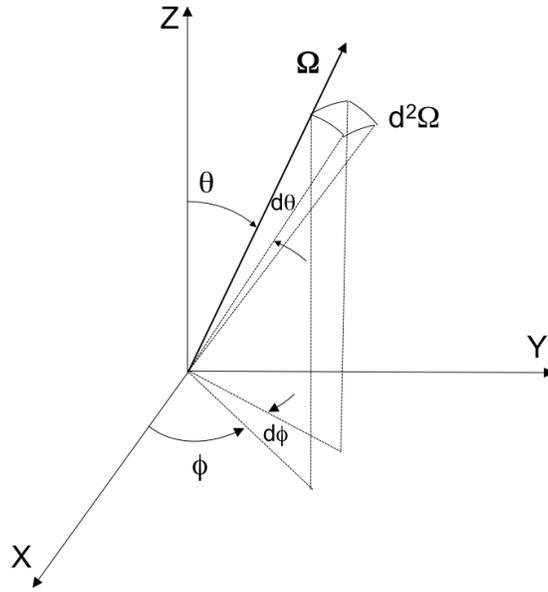


Figure 2.1 Définition de l'angle solide

présents à un instant t dans un volume d^3r autour de \vec{r} , dans un élément d'angle solide $d^2\Omega$ autour de $\hat{\Omega}$ et ayant une énergie E à dE près.

L'équation de transport s'exprime directement en fonction du flux neutronique angulaire donné par :

$$\phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = v_n n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \quad (2.2)$$

Cette grandeur bien que n'ayant pas de sens physique en soi est celle qui donne au neutronicien le maximum d'information sur la population de neutrons. En effet, la probabilité que le neutron subisse une collision dans un centimètre cube de volume dépend à la fois de n et de v_n . Ainsi, une augmentation du nombre de neutrons dans un centimètre cube de volume augmente les chances qu'un d'entre eux subisse une collision. De la même manière, l'augmentation de la vitesse des neutrons augmente le nombre de visites dans ce même volume ce qui augmente les chances de collision. La connaissance du flux angulaire a également pour avantage le calcul simplifié des taux de réactions (voir Lewis and Miller [1984] pour de plus amples détails).

De manière générale, on préfère une représentation plus globale du flux de sorte que l'on

définit le flux intégré (ou flux scalaire) en intégrant le flux angulaire sur toutes les directions :

$$\phi(\vec{r}, E, t) = \int_{4\pi} \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) d^2\Omega \quad (2.3)$$

Physiquement le flux intégré correspond à la distance totale parcourue en une seconde par tous les neutrons d'énergie E dans un centimètre cube de volume ce qui s'obtient en multipliant le nombre de neutrons dans ce centimètre cube par la vitesse de chacun.

2.1.2 Bilan neutronique

L'équation de transport s'obtient en effectuant le bilan de la population neutronique à l'intérieur d'un volume de contrôle infinitésimal. Soit donc un volume C centré en \vec{r} et entouré d'une surface ∂C tel qu'illustré sur la figure 2.2. On considère que les neutrons situés dans C se déplacent dans la direction $\hat{\Omega}$ dans l'intervalle $d^2\Omega$ et ont une énergie E dans l'intervalle dE . Au temps t le nombre de neutrons présents dans le volume est donné par :

$$\int_C n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d^2\Omega d^3r \quad (2.4)$$

Afin d'établir le bilan neutronique, définissons les quantités suivantes :

1. **Variation du nombre de neutrons** : la variation du nombre de neutrons durant un intervalle Δt est donnée par :

$$\int_C \left[n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t + \Delta t) - n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \right] dE d^2\Omega d^3r \quad (2.5)$$

2. **Perte nette de neutrons par déplacement** : le nombre net de neutrons quittant le volume de contrôle durant Δt , en traversant la surface ∂C est :

$$\int_{\partial C} (\hat{\Omega} \cdot \hat{N}) \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d^2\Omega d^2r \Delta t \quad (2.6)$$

où \hat{N} est un vecteur unitaire normal à la surface ∂C qui pointe vers l'extérieur de cette dernière au point \vec{r} . Rappelons que $\hat{\Omega} \cdot \hat{N} > 0$ lorsque les neutrons quittent le volume

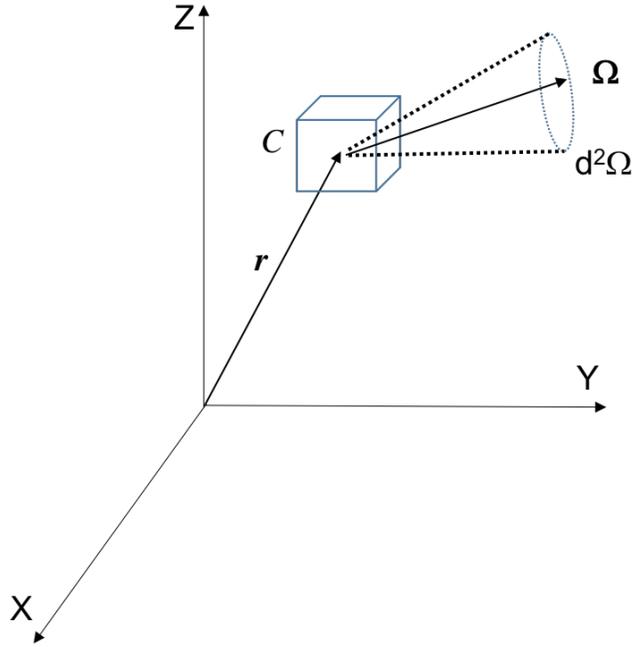


Figure 2.2 Bilan neutronique dans un volume de contrôle

de contrôle et $\hat{\Omega} \cdot \hat{N} < 0$ lorsque les neutrons pénètrent dans le volume de contrôle. En utilisant le théorème de la divergence, on peut transformer l'intégrale de surface (équation 2.6) en une intégrale de volume :

$$\int_{\partial C} (\hat{\Omega} \cdot \hat{N}) \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d^2\Omega d^3r \Delta t = \int_C \vec{\nabla} \cdot \hat{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d^2\Omega d^3r \Delta t \quad (2.7)$$

3. **Perte de neutrons par collisions** : le nombre de collisions dans le volume de contrôle durant Δt est :

$$\int_C \Sigma(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d^2\Omega d^3r \Delta t \quad (2.8)$$

avec $\Sigma(\vec{r}, E, t)$ la section efficace macroscopique totale du milieu.

4. **Création de neutrons** : le nombre de neutrons créés dans le volume de contrôle durant Δt est :

$$\int_C Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) dE d^2\Omega d^3r \Delta t \quad (2.9)$$

avec Q le terme source qui sera présenté en détail à la section 2.1.3.

En vertu des définitions précédentes, le bilan neutronique à l'intérieur du volume de contrôle s'écrit :

Variation du nombre de neutrons = – Perte nette de neutrons par déplacement
 – Perte de neutrons par collisions
 + Création de neutrons

En remplaçant les quatre quantités décrites précédemment, pour lesquelles on omet les intégrales volumiques, ce bilan s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t + \Delta t) - n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)}{\Delta t} = & - \vec{\nabla} \cdot \hat{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \\ & - \Sigma(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \\ & + Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \end{aligned} \quad (2.10)$$

En prenant la limite lorsque $\Delta t \rightarrow 0$ le terme de gauche devient par définition une dérivée partielle de $n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)$ par rapport au temps :

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)}{\partial t} = & - \vec{\nabla} \cdot \hat{\Omega} \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \\ & - \Sigma(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \\ & + Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \end{aligned} \quad (2.11)$$

En utilisant la définition 2.2 du flux angulaire ainsi que l'identité $\vec{\nabla} \cdot \vec{w} f(\vec{r}) = \vec{w} \cdot \vec{\nabla} f(\vec{r})$ on obtient la forme intégral-différentielle de l'équation de transport :

$$\frac{1}{v_n} \frac{\partial \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t)}{\partial t} + \hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) + \Sigma(\vec{r}, E, t) \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) = Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}, t) \quad (2.12)$$

Étant donné qu'on s'intéresse aux modèles stationnaires, l'équation 2.12 se simplifie à la forme suivante :

$$\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) \quad (2.13)$$

2.1.3 Définition du terme source

Le terme source $Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega})$ englobe toutes les émissions possibles de neutrons à savoir la diffusion, la fission et les sources externes (s'il y a lieu). Il s'exprime de la manière suivante :

$$Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \hat{\Omega} \leftarrow \hat{\Omega}') \phi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) \quad (2.14)$$

où :

- $\Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \hat{\Omega} \leftarrow \hat{\Omega}')$ est la section efficace macroscopique de diffusion de l'angle solide $\hat{\Omega}'$ vers $\hat{\Omega}$ et de l'énergie E' vers E . Cette section efficace inclut les contributions venant des réactions (n, xn) .
- k_{eff} est le facteur de multiplication effectif. Il équivaut au rapport entre les neutrons produits à une génération quelconque et ceux produits à la génération précédente. Il représente également l'inverse de la valeur propre de l'équation de transport qui vient modifier le nombre ν de neutrons produits par fission. En absence de sources externes, le milieu est critique lorsque $k_{\text{eff}}=1$, ce qui signifie que la somme des absorptions et des fuites est égale à la production des neutrons par fission.
- $Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E)$ est la source de fission isotrope dont la distribution finale en énergie est indépendante de la distribution en énergie des neutrons créant la fission. Cette source

s'écrit :

$$Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) = \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_j(E) \int_0^\infty \nu \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E') \phi(\vec{r}, E') dE' \quad (2.15)$$

où : $\chi_j(E)$ est le spectre de fission de l'isotope j ; J^{fiss} est le nombre d'isotopes fissiles ; $\nu \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E')$ est le nombre ν de neutrons émis par fission multiplié par la section efficace macroscopique de fission et $\phi(\vec{r}, E')$ est le flux intégré sur l'angle solide (équation 2.3).

Étant donné que les milieux qui composent le domaine spatial sont considérés comme étant isotropes, il en résulte que la réaction de diffusion n'est fonction que de $\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}'$ qui correspond au cosinus de l'angle formé par les directions initiale et finale du neutron. La source 2.14 peut alors s'écrire :

$$Q(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) = \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^\infty \Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') \phi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} Q_{\text{fiss}}(\vec{r}, E) \quad (2.16)$$

2.1.4 Discrétisation en énergie

Afin de résoudre numériquement l'équation de transport, le domaine énergétique est généralement divisé en G groupes d'énergie sur lesquels les propriétés nucléaires sont considérées comme constantes.

À l'intérieur de chaque groupe $1 \leq g \leq G$ tous les neutrons se déplacent à la même vitesse et sont donc monoénergétiques. Les intégrales en énergie peuvent alors être transformées en sommation sur chacun des groupes avec comme limites en énergie $0 \leq E \leq E_0$ où $E_0 \approx 20 \text{ MeV}$. On définit donc la moyenne $\langle X \rangle^g$ d'une distribution $X(E)$ sur le groupe g de la manière suivante :

$$X^g = \langle X \rangle^g = \int_{E_g}^{E_{g-1}} X(E) dE \quad (2.17)$$

où $E_g \leq E \leq E_{g-1}$ est la plage d'énergie couverte par le groupe g .

En vertu de cette approche multigroupe, l'équation de transport s'écrit de la manière suivante :

$$\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) + \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = Q^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \quad (2.18)$$

où

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE \quad (2.19)$$

$$\Sigma^g(\vec{r}) = \frac{1}{\phi^g(\vec{r})} \int_{E_g}^{E_{g-1}} \Sigma(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE \quad (2.20)$$

$$Q^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} Q^g(\vec{r}, E, \hat{\Omega}) dE \quad (2.21)$$

Le terme source s'écrit explicitement comme suit :

$$Q^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \sum_{h=1}^G \int_{4\pi} d^2\Omega' \Sigma_s^{g \leftarrow h}(\vec{r}, \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') \phi^h(\vec{r}, \hat{\Omega}') + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_j^g \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_{f,j}^h(\vec{r}) \phi^h(\vec{r}) \quad (2.22)$$

où

$$\Sigma_s^{g \leftarrow h}(\vec{r}, \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') = \frac{1}{\phi^h(\vec{r}, \hat{\Omega}')} \int_{E_g}^{E_{g-1}} dE \int_{E_h}^{E_{h-1}} \Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') \phi(\vec{r}, E', \hat{\Omega}') dE' \quad (2.23)$$

$$\phi^g(\vec{r}) = \int_{E_g}^{E_{g-1}} \phi(\vec{r}, E) dE \quad (2.24)$$

$$\chi_j^g = \int_{E_g}^{E_{g-1}} \chi_j(E) dE \quad (2.25)$$

$$\nu \Sigma_{f,j}^h(\vec{r}) = \frac{1}{\phi^g(\vec{r})} \int_{E_g}^{E_{g-1}} \nu \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E) \phi(\vec{r}, E) dE \quad (2.26)$$

On constate que les sections efficaces Σ^g sont pondérées par les flux ϕ^g ce qui assure la conservation des taux de réactions. Il est à noter que le flux intégré $\phi^g(\vec{r})$ s'obtient à partir du flux angulaire $\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ par la relation 2.3.

2.1.5 Traitement de l'anisotropie de la diffusion

Afin de traiter des effets de l'anisotropie de la source de diffusion, il est d'usage en physique du réacteur de recourir à une expansion en polynômes de Legendre de la section efficace de diffusion tel que :

$$\Sigma_s^{g \leftarrow h}(\vec{r}, \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') = \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) P_l(\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}') \quad (2.27)$$

où L est l'ordre de diffusion du milieu dans lequel se déplace le neutron. Les cas traités en pratique sont $L = 0$ correspondant à la diffusion isotrope et $L = 1$ correspondant à la diffusion linéairement anisotrope.

Les coefficients de Legendre $\Sigma_{s,l}^{g \leftarrow h}(\vec{r})$ sont définis comme :

$$\Sigma_{s,l}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) = \int_{-1}^1 \Sigma_s^{g \leftarrow h}(\vec{r}, \mu) P_l(\mu) d\mu \quad (2.28)$$

où $\mu = \hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega}'$.

En utilisant le théorème d'addition des harmoniques sphériques, il est possible de réécrire la source de diffusion de l'équation 2.22 en terme des composantes en harmoniques sphériques du flux tel que :

$$Q^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \sum_{h=1}^G \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \sum_{m=-l}^l \mathcal{R}_{lm}(\hat{\Omega}) \phi_{lm}^h(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}^g} \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_j^g \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_{f,j}^h(\vec{r}) \phi^h(\vec{r}) \quad (2.29)$$

Dans cette équation, les harmoniques sphériques réelles sont définies en termes des fonctions associées de Legendre tel que :

$$\mathcal{R}_{lm} = \sqrt{(2 - \delta_{m,0}) \frac{(l - |m|)!}{(l + |m|)!}} P_l^{|m|}(\mu) \mathcal{T}_m(\psi) \quad (2.30)$$

où

$$\mathcal{T}_m(\psi) = \begin{cases} \cos(m\psi) & m \geq 0 \\ \sin(|m|\psi) & m < 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

La définition de Ferrer des fonctions associées de Legendre [Hébert, 2009] permet d'écrire :

$$P_l^m(\mu) = (1 - \mu^2)^{m/2} \frac{d^m}{d\mu^m} P_l(\mu) \quad (2.32)$$

où les polynômes de Legendre sont déterminés par récurrence :

$$P_0(\mu) = 1, P_1(\mu) = \mu \text{ et } P_{l+1}(\mu) = \frac{1}{l+1} ((2l+1)\mu P_l(\mu) - lP_{l-1}(\mu)) \quad (2.33)$$

À l'aide de ces définitions, les moments du flux s'écrivent :

$$\phi_{lm}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} \mathcal{R}_{lm}(\hat{\Omega}) \phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) d^2\Omega \quad (2.34)$$

C'est cette forme de l'équation de transport (avec anisotropie de la diffusion) qui est utilisée dans les différentes méthodologies de résolution.

2.2 La méthode des probabilités de collision

La méthode des probabilités de collision (CP) est encore souvent utilisée pour résoudre numériquement la forme intégrale de l'équation de transport multigroupe pour le flux scalaire. Cette méthode admet comme approximation que la source de neutrons Q^g est isotrope. Ceci

est effectivement le cas pour la source de fission mais en ce qui concerne la source de diffusion, l'approximation introduit une erreur qui peut être en partie corrigée à l'aide des sections efficaces de transport. Cette technique communément appelée « correction de transport » consiste à modifier la section efficace totale et le terme source dans l'équation 2.18 afin de tenir compte des effets liés à l'anisotropie de la diffusion. Pour de plus amples détails, le lecteur peut se référer à Hébert [2009] qui traite longuement ce sujet.

En introduisant le parcours optique $\tau^g(s) = \int_0^s ds' \Sigma^g(\vec{r} - s'\hat{\Omega})$, l'équation 2.18 peut s'écrire sous la forme intégrale en domaine infini :

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \int_0^\infty e^{-\tau^g(s)} Q^g(\vec{r} - s\hat{\Omega}, \hat{\Omega}) ds \quad (2.35)$$

En intégrant par rapport à l'angle solide et en retirant la dépendance angulaire de la source, on obtient :

$$\phi^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty e^{-\tau^g(s)} Q^g(\vec{r} - s\hat{\Omega}) ds \quad (2.36)$$

ou encore

$$\phi^g(\vec{r}) = \int_\infty \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} Q^g(r') d^3r' \quad (2.37)$$

où on a posé que $r' = \vec{r} - s\hat{\Omega}$ et $d^3r' = s^2 d^2\Omega ds$.

Soit un réseau infini de cellules (ou assemblages) identiques, on effectue une discrétisation spatiale de la géométrie en découpant chaque cellule en régions de volume V_i dans lesquelles on suppose que les sources Q_i^g sont uniformes. En multipliant chaque côté de l'équation 2.37 par $\Sigma^g(\vec{r})$ et en intégrant sur un volume V_j , on obtient :

$$\int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) = \int_{V_j} d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \sum_i Q_i^g \int_{V_i^\infty} d^3r' \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} \quad (2.38)$$

où V_i^∞ représente le volume de l'ensemble des régions V_i du réseau infini.

La source Q_i^g s'écrit :

$$Q_i^g = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0,i}^{g \leftarrow h} \phi_i^h + \frac{1}{4k_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_j^g \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_{f,j}^h \phi_i^h \quad (2.39)$$

où on a développé la section efficace de diffusion en polynôme de Legendre (voir l'équation 2.28) en ne conservant que le premier terme ($L = 0$) qui correspond au cas isotrope.

L'équation 2.38 peut s'écrire sous la forme simplifiée suivante :

$$\phi_j^g = \frac{1}{V_j \Sigma_j^g} \sum_i Q_i^g V_i P_{ij}^g \quad (2.40)$$

où

$$\phi_j^g = \frac{1}{V_j} \int_{V_j} \phi^g(\vec{r}) d^3r \quad (2.41)$$

$$\Sigma_j^g = \frac{1}{V_j \phi_j^g} \int_{V_j} \Sigma^g(\vec{r}) \phi^g(\vec{r}) d^3r \quad (2.42)$$

$$P_{ij}^g = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} \Sigma^g(\vec{r}) \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} d^3r \quad (2.43)$$

L'expression P_{ij} représente la probabilité de collision c'est-à-dire la probabilité pour un neutron créé de façon isotrope et uniforme dans n'importe laquelle des régions V_i de subir sa première collision dans une région V_j du réseau. En général, les sections efficaces sont constantes dans chaque région V_j de sorte qu'on peut définir les probabilités de collision réduites $p_{ij}^g = \frac{P_{ij}^g}{\Sigma_j^g}$:

$$p_{ij}^g = \frac{P_{ij}^g}{\Sigma_j^g} = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} \frac{e^{-\tau^g(s)}}{s^2} d^3r \quad (2.44)$$

Les équations 2.39 et 2.40 peuvent s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\phi^g = \mathcal{W}^g \mathbf{Q}^{g*} \quad (2.45)$$

avec

$$\begin{aligned}
\phi^g &= \{\phi_i^g; \forall i\} \\
\mathbf{Q}^{g*} &= \left\{ \sum_{h \neq g} \Sigma_{s,0,i}^{g \leftarrow h} \phi_i^h + \frac{1}{k_{\text{eff}}} Q_{\text{fiss},i}^g; \forall i \right\} \\
\mathcal{W}^g &= [\mathcal{I} - \mathcal{P}^g \mathcal{S}_{s,0}^{g \leftarrow g}]^{-1} \mathcal{P}^g \\
\mathcal{P}^g &= \{p_{ij}^g; \forall i, j\} \\
\mathcal{S}_{s,0}^{g \leftarrow g} &= \text{diag} \{ \Sigma_{s,0,i}^{g \leftarrow g} \}
\end{aligned}$$

L'évaluation numérique des CP s'effectue en trois étapes [Hébert, 2009]. Tout d'abord un procédé de « tracking » est appliqué sur l'ensemble de la géométrie afin de couvrir un nombre suffisamment élevé de trajectoires des neutrons. Cette étape est commune à la méthode des caractéristiques et sera traitée en détail à la section 2.3.2. La seconde étape consiste à intégrer numériquement les CP réduites p_{ij} en utilisant les informations provenant du « tracking » qui sont entre autres les longueurs des segments L_k ainsi que les poids ω_m des lignes d'intégration. En connaissant les sections efficaces totales dans chaque région, l'équation 2.44 s'écrit de la manière suivante pour une géométrie 2D [Marleau, 2001], en omettant l'indice de groupe :

$$p_{ij} = \frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j V_i} \sum_m \omega_m \sum_{n \in j} \left(K_{i_3}(\tau_{i,j}^{m,n}) - K_{i_3}(\tau_{i,j}^{m,n-1}) - K_{i_3}(\tau_{i,j}^{m+1,n}) + K_{i_3}(\tau_{i,j}^{m+1,n-1}) \right) \quad (2.46)$$

où

$$\tau_{i,j}^{m,n} = \sum_{l=1}^n \Sigma_k L^{m,l} \quad \text{pour } n > 0, l \in k \text{ et } n \in j \quad (2.47)$$

On utilise les fonctions de Bickley-Naylor [Hébert, 2009] qui se définissent comme suit :

$$K_{i_n}(x) = \int_0^1 \exp\left(\frac{-x}{\sqrt{1-u^2}}\right) (\sqrt{1-u^2})^{n-2} du \quad (2.48)$$

Une fois la matrice des p_{ij} obtenue, la troisième étape consiste à calculer le flux intégré par itération à partir du système 2.45.

La méthode des CP est bien adaptée à des petits problèmes comportant des géométries hétérogènes et non-structurées. Elle présente cependant une limitation en ce qui a trait au nombre de régions à traiter. En effet, un problème contenant N régions produit une matrice p_{ij} de taille $N \times N$ dans chaque groupe d'énergie. L'inversion de matrices ayant ces dimensions peut accroître considérablement le temps de calcul mais également l'espace mémoire nécessaire au stockage des informations. Comme il a été mentionné précédemment, une autre limitation de la méthode des CP concerne le traitement de l'anisotropie angulaire de la source et ce bien que la correction de transport permet de tenir compte approximativement du premier terme anisotrope de collision. Il est important de mentionner qu'un modèle a été développé par [Roy, 1991] afin de traiter l'anisotropie en introduisant des CP orientées (dépendant de l'angle), cependant il s'avère que cela alourdit davantage le stockage ce qui n'est pas très pratique. Pour ces raisons, l'utilisation d'une méthode alternative comme la méthode des caractéristiques s'avère intéressante. En effet, la méthode MoC permet non seulement de traiter des problèmes dont le nombre de régions excède quelques milliers mais elle permet aussi le traitement des sources anisotropes. Cette méthode étant au coeur de ce travail, elle sera traitée en détail dans la prochaine section.

2.3 La méthode des caractéristiques

L'application de la méthode des caractéristiques à la physique du réacteur a été réalisée originellement par Askew [1972]. Il s'agit d'une méthode numérique qui permet de transformer l'équation de transport (équation aux dérivées partielles du premier ordre) en plusieurs équations différentielles ordinaires le long de segments appelés « lignes caractéristiques ». Ces lignes simulent les trajectoires des neutrons qui se déplacent en ligne droite entre deux collisions. La résolution avec MoC requiert tout d'abord l'obtention de l'équation de transport sous sa forme caractéristique.

2.3.1 Équation caractéristique

L'équation de transport sous la forme intégral-différentielle est donnée par l'équation 2.18. La forme caractéristique consiste à réécrire cette équation sur la ligne caractéristique, c'est-à-dire une ligne droite de direction $\hat{\Omega}$ correspondant à la trajectoire du neutron. Comme le montre

la figure 2.3, à chaque instant de son mouvement, le neutron se trouve à une distance s du point de référence \vec{r}_0 sur la caractéristique de sorte que sa position est donnée par :

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + s\hat{\Omega} \quad (2.49)$$

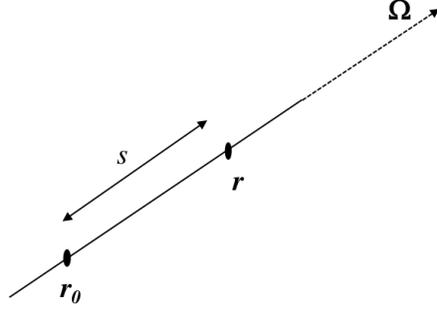


Figure 2.3 Ligne caractéristique du neutron

L'opérateur $\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi$ de l'équation 2.18 s'écrit :

$$\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi = \Omega_x \frac{d\phi}{dx} + \Omega_y \frac{d\phi}{dy} + \Omega_z \frac{d\phi}{dz} \quad (2.50)$$

où la dérivée de ϕ par rapport à s s'écrit :

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{d\phi}{dx} \frac{dx}{ds} + \frac{d\phi}{dy} \frac{dy}{ds} + \frac{d\phi}{dz} \frac{dz}{ds} \quad (2.51)$$

L'équation 2.49 peut être décomposée selon les trois directions de l'espace tel que :

$$\begin{aligned} x &= x_0 + s\Omega_x \\ y &= y_0 + s\Omega_y \\ z &= z_0 + s\Omega_z \end{aligned} \quad (2.52)$$

En prenant la dérivée par rapport à s on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{ds} &= \Omega_x \\
\frac{dy}{ds} &= \Omega_y \\
\frac{dz}{ds} &= \Omega_z
\end{aligned}
\tag{2.53}$$

En remplaçant ces expressions dans 2.51 on obtient :

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{d\phi}{dx}\Omega_x + \frac{d\phi}{dy}\Omega_y + \frac{d\phi}{dz}\Omega_z
\tag{2.54}$$

Par association avec l'équation 2.50 :

$$\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla}\phi = \frac{d\phi}{ds}
\tag{2.55}$$

Ainsi, en omettant l'indice de groupe g , l'équation de transport sous sa forme caractéristique s'écrit :

$$\frac{d}{ds}\phi(\vec{r}_0 + s\hat{\Omega}, \hat{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}_0 + s\hat{\Omega})\phi(\vec{r}_0 + s\hat{\Omega}, \hat{\Omega}) = Q(\vec{r}_0 + s\hat{\Omega}, \hat{\Omega})
\tag{2.56}$$

où \vec{r}_0 est le point de départ du neutron, s est la distance parcourue par le neutron sur la ligne caractéristique, $\hat{\Omega}$ est la direction de la caractéristique, $\Sigma(\vec{r})$ est la section efficace macroscopique totale à la position \vec{r} , $\phi(\vec{r}, \hat{\Omega})$ est le flux angulaire à \vec{r} et $Q(\vec{r}, \hat{\Omega})$ est la densité de source à \vec{r} .

2.3.2 Procédé de « Tracking »

Afin de résoudre l'équation 2.56 par la méthode MoC, une procédure de « tracking » permettant de générer l'ensemble Υ des lignes caractéristiques \vec{T} est nécessaire. Soit le domaine \mathcal{D} décomposé en N régions entourées d'une frontière $\partial\mathcal{D}$ découpée en M surfaces. Comme le montre la figure 2.4, chaque ligne est définie uniquement et entièrement par un point de départ \vec{p} et une orientation $\hat{\Omega}$ d'où $\vec{T} = (\hat{\Omega}, \vec{p})$. Le point \vec{p} est situé sur un plan Π_Ω orthogonal à la direction $\hat{\Omega}$.

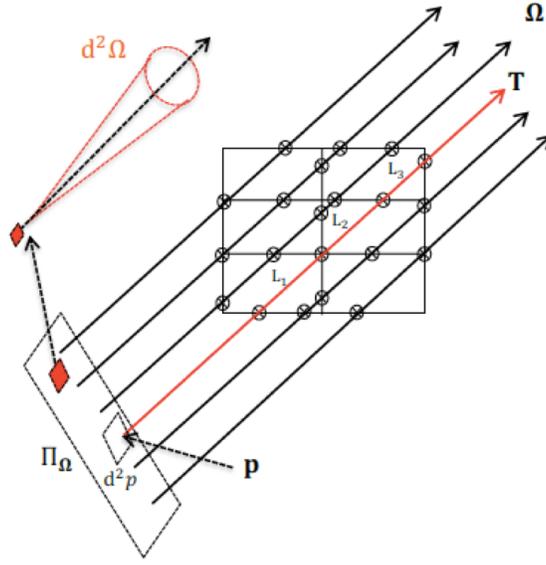


Figure 2.4 Balayage d'une cellule 2D dans la direction $\hat{\Omega}$

Afin de procéder à l'intégration numérique, il faut connaître pour chaque zone i_k traversée, l'indice k du segment de ligne ainsi que sa longueur L_k . En pratique, chaque ligne caractéristique \vec{T} est balayée dans les deux sens. On a alors que $\vec{T} \in \Upsilon^+$ et $-\vec{T} \in \Upsilon^-$. On ne stocke cependant que le balayage dans le sens Υ^+ .

Afin de transformer les quantités intégrées sur le volume en intégrales sur l'ensemble du « tracking » on effectue un changement de variable. Soit une fonction f quelconque dans une région i ayant un volume V_i :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{F}_i &= \int_{V_i} d^3r \int_{4\pi} f(\vec{r}, \hat{\Omega}) d^2\Omega \\
 &= \int_{\Upsilon} d^4T \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{V_i}(s, \vec{T}) f(\vec{T}) ds \\
 &= \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2\Omega \int_{\Pi_{\hat{\Omega}}} d^2p \int_{-\infty}^{\infty} \chi_{V_i}(s, \vec{T}) f(\vec{T}) ds
 \end{aligned} \tag{2.57}$$

où la fonction caractéristique $\chi_{V_i}(s, \vec{T})$ permet de prendre en compte les segments de la ligne caractéristique qui appartiennent à la région i . Elle vaut 1 si le point s de la caractéristique appartient à la région et 0 dans le cas contraire. Ainsi, toutes les lignes sont balayées mais seules celles qui croisent effectivement la région i contribuent au flux dans cette région.

On définit les points d'intersection d'une ligne caractéristique avec les frontières d'une région ainsi que les flux angulaires en ces différents points :

$$\vec{r}_k = \vec{r}_{k-1} + L_k \hat{\Omega} \quad (2.58)$$

$$\phi_k(\vec{T}) = \phi(\vec{r}_k, \hat{\Omega}) \quad \text{où } k \in [1, K] \quad (2.59)$$

où \vec{r}_{k-1} est la position à la frontière entrante de la région i_k et K est le nombre total de segments de la ligne \vec{T} .

Comme nous le verrons à la prochaine section, la résolution du flux par MoC s'effectue grâce au flux moyen sur un segment défini par :

$$\overline{\phi}_k(\vec{T}) = \frac{1}{L_k(\vec{T})} \int_0^{L_k(\vec{T})} \phi(\vec{r}_{k-1} + s\hat{\Omega}, \hat{\Omega}) ds \quad (2.60)$$

En vertu du formalisme de 2.57, le flux scalaire moyen par régions s'obtient à partir du flux moyen par segment :

$$V_i \phi_i = \int_{\Upsilon} d^4T \sum_{k=1}^K \delta_{i,k} L_k(\vec{T}) \overline{\phi}_k(\vec{T}) \quad (2.61)$$

où on a remplacé $\int_{-\infty}^{\infty} \chi_{V_i}(s, \vec{T}) ds$ par une sommation sur l'ensemble des segments $\sum_{k=1}^K \delta_{i,k} L_k$ avec $\delta_{i,k}$ le delta de Kronecker.

Les volumes numériques s'écrivent :

$$V_i = \frac{1}{4\pi} \int_{\Upsilon} d^4T \sum_{k=1}^K \delta_{i,k} L_k(\vec{T}) \quad (2.62)$$

En vertu de l'équation 2.58, \vec{r}_0 et \vec{r}_K correspondent respectivement aux points par lesquels la ligne caractéristique \vec{T} entre et sort du domaine. On exprime les courants entrant (−) et sortant (+) du domaine pour chaque frontière par :

$$\begin{aligned}
\frac{S_\alpha}{4} \varphi_\alpha^- &= - \int_{\partial \mathcal{D}_\alpha} d^2 r_\alpha \int_{\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_\alpha < 0} d^2 \Omega (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_\alpha) \phi(\vec{r}_\alpha, \hat{\Omega}) \\
&= - \int_{\Upsilon} d^4 T \chi_\alpha(\vec{r}_0, \vec{T}) \phi_0(\vec{T})
\end{aligned} \tag{2.63}$$

et

$$\begin{aligned}
\frac{S_\beta}{4} \varphi_\beta^+ &= \int_{\partial \mathcal{D}_\beta} d^2 r_\beta \int_{\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_\beta > 0} d^2 \Omega (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_\beta) \phi(\vec{r}_\beta, \hat{\Omega}) \\
&= \int_{\Upsilon} d^4 T \chi_\beta(\vec{r}_K, \vec{T}) \phi_K(\vec{T})
\end{aligned} \tag{2.64}$$

où \vec{r}_α est un point sur la frontière $\partial \mathcal{D}_\alpha$ et \vec{N}_α est la normale sortante du volume passant par ce point.

Les surfaces numériques α et β sont quant à elles données par :

$$\pi S_\alpha = \int_{\Upsilon} d^4 T \chi_\alpha(\vec{r}_0, \vec{T}) \tag{2.65}$$

$$\pi S_\beta = \int_{\Upsilon} d^4 T \chi_\beta(\vec{r}_K, \vec{T}) \tag{2.66}$$

Puisqu'il n'est pas possible en pratique d'effectuer une intégration analytique sur tout le « tracking », on se sert de quadratures numériques. On définit des directions discrètes $\hat{\Omega}_m$ pondérées par des poids ω^{Ω_m} ainsi qu'une densité surfacique de trajectoires sur chaque plan Π_Ω pondérée par un poids ω^{Π_Ω} . On a que :

$$\int_{4\pi} d^2 \Omega \approx \sum_{m=1}^{N^\Omega} \omega^{\Omega_m} \hat{\Omega}_m = 4\pi \tag{2.67}$$

et

$$\int_{\Pi_\Omega} d^2 p \approx \sum_{p=1}^{N^\Pi} \omega^{\Pi_\Omega} = 1 \tag{2.68}$$

où N^Ω est l'ensemble des directions et N^Π est l'ensemble des points du plan.

À l'aide de ces quadratures, on peut évaluer numériquement :

1. Le flux scalaire moyen par région :

$$V_i \phi_i = \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i,k} L_k \bar{\phi}_k^{pm} \quad (2.69)$$

où les volumes V_i sont :

$$V_i = \frac{1}{4\pi} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i,k} L_k \quad (2.70)$$

2. Le courant entrant à la surface α :

$$S_\alpha \varphi_\alpha^- = -4 \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_\alpha(\vec{r}_0, \vec{T}) \phi_0^{pm} \quad (2.71)$$

où la surface S_α est :

$$S_\alpha = \frac{1}{\pi} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_\alpha(\vec{r}_0, \vec{T}) \quad (2.72)$$

3. Le courant sortant à la surface β :

$$S_\beta \varphi_\beta^+ = 4 \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_\beta(\vec{r}_K, \vec{T}) \phi_K^{pm} \quad (2.73)$$

où la surface S_β est :

$$S_\beta = \frac{1}{\pi} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_\beta(\vec{r}_K, \vec{T}) \quad (2.74)$$

Les quantités $\bar{\phi}_k^{pm}$, ϕ_0^{pm} et ϕ_K^{pm} sont obtenus à l'aide du schéma d'intégration présenté à la section suivante.

2.3.3 Schéma d'intégration

Comme il a été mentionné précédemment, la stratégie de la méthode MoC consiste à réécrire l'équation de transport sur une ligne caractéristique \vec{T}^{pm} entièrement définie par son point

de départ \vec{p} et sa direction $\hat{\Omega}_m$. Le long d'une caractéristique, l'équation de transport s'écrit (voir équation 2.56) :

$$\frac{d}{ds}\phi(\vec{T}^{pm}(s), \hat{\Omega}_m) + \Sigma(\vec{T}^{pm}(s))\phi(\vec{T}^{pm}(s), \hat{\Omega}_m) = Q(\vec{T}^{pm}(s), \hat{\Omega}_m) \quad (2.75)$$

Sachant qu'une ligne possède un seul point de départ et une seule direction, la notation peut être simplifiée de la manière suivante :

$$\phi(\vec{T}^{pm}(s), \hat{\Omega}_m) = \phi^{pm}(T(s)) \quad (2.76)$$

$$\Sigma(\vec{T}^{pm}(s)) = \Sigma^{pm}(T(s)) \quad (2.77)$$

$$Q(\vec{T}^{pm}(s), \hat{\Omega}_m) = Q^{pm}(T(s)) \quad (2.78)$$

de sorte que l'équation de transport s'écrit :

$$\frac{d}{ds}\phi^{pm}(T(s)) + \Sigma^{pm}(T(s))\phi^{pm}(T(s)) = Q^{pm}(T(s)) \quad (2.79)$$

Considérant que chaque ligne est subdivisée en segments, on note $T_k(s)$ le déplacement le long d'un segment k appartenant à une ligne \vec{T} donnée. L'équation 2.79 s'écrit alors :

$$\frac{d}{ds}\phi^{pm}(T_k(s)) + \Sigma^{pm}(T_k(s))\phi^{pm}(T_k(s)) = Q^{pm}(T_k(s)) \quad (2.80)$$

Dans le but de résoudre cette équation, des approximations doivent être effectuées sur les sources et les sections efficaces :

1. Les sections efficaces sont considérées constantes dans la région i intersectée par le segment k de la ligne :

$$\Sigma^{pm}(T_k(s)) = \Sigma_{i_k} \quad (2.81)$$

2. Les sources sont considérées constantes et isotropes dans la région i (approximation « Step Characteristics ») :

$$Q^{pm}(T_k(s)) = Q_{i_k} \quad (2.82)$$

où Q_{i_k} est la source pour le segment k traversant la région i .

En tenant compte de ces approximations, l'équation 2.80 s'écrit :

$$\frac{d}{ds} \phi^{pm}(T_k(s)) + \Sigma_{i_k} \phi^{pm}(T_k(s)) = Q_{i_k} \quad (2.83)$$

L'intégration directe de cette équation sur chaque segment soit de $s_{k-1} \leq s \leq s_k$ donne :

$$\int_{s_{k-1}}^{s_k} d\phi^{pm}(T_k(s)) + \Sigma_{i_k} \int_{s_{k-1}}^{s_k} ds \phi^{pm}(T_k(s)) = Q_{i_k} \int_{s_{k-1}}^{s_k} ds \quad (2.84)$$

$$\phi_k^{pm} - \phi_{k-1}^{pm} + \Sigma_{i_k} L_k \bar{\phi}_k^{pm} = L_k Q_{i_k} \quad (2.85)$$

où on a posé que le flux à l'interface entre deux segments est $\phi^{pm}(s_k) = \phi_k^{pm}$.

En vertu de la nouvelle notation, le flux moyen sur un segment (équation 2.60) s'écrit :

$$\bar{\phi}_k^{pm} = \frac{1}{L_k} \int_{s_{k-1}}^{s_k} ds \phi^{pm}(T_k(s)) \quad (2.86)$$

Afin de résoudre analytiquement l'équation 2.83, on se sert du facteur intégrant e^{τ_k} où le parcours optique est défini comme $\tau_k = \int_{s_{k-1}}^{s_k} ds \Sigma_{i_k} = \Sigma_{i_k} L_k$:

$$\left(\frac{d}{ds} \phi^{pm}(T_k(s)) + \Sigma_{i_k} \phi^{pm}(T_k(s)) \right) e^{\tau_k} = Q_{i_k} e^{\tau_k} \quad (2.87)$$

sachant que :

$$\left(\frac{d}{ds} \phi^{pm}(T_k(s)) + \Sigma_{i_k} \phi^{pm}(T_k(s)) \right) e^{\tau_k} = \frac{d}{ds} (\phi^{pm}(T_k(s)) e^{\tau_k}) \quad (2.88)$$

on peut intégrer 2.87 sur le segment :

$$\int_{s_{k-1}}^{s_k} d(\phi_k^{pm}(T_k(s)) e^{\tau_k}) = Q_{i_k} \int_{s_{k-1}}^{s_k} ds e^{\tau_k} \quad (2.89)$$

$$\phi_k^{pm} e^{\tau_k} - \phi_{k-1}^{pm} = \frac{Q_{i_k} (e^{\tau_k} - 1)}{\Sigma_{i_k}} \quad (2.90)$$

En réarragant les termes, on obtient :

$$\phi_k^{pm} = \phi_{k-1}^{pm} e^{-\tau_k} + Q_{i_k} \left(\frac{1 - e^{-\tau_k}}{\Sigma_{i_k}} \right) \quad (2.91)$$

La méthode MoC résoud de manière itérative les équations donnant les flux sortants et les flux moyens pour chaque segment k . Les flux sortants ϕ_k^{pm} s'obtiennent à partir de l'équation 2.91 alors que les flux moyens $\bar{\phi}_k^{pm}$ s'obtiennent en remplaçant l'équation 2.91 dans l'équation 2.85. Ces équations peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$\phi_k^{pm} = \phi_{k-1}^{pm} A_k^{SC} + Q_{i_k} C_k^{SC} \quad (2.92)$$

$$\bar{\phi}_k^{pm} = \phi_{k-1}^{pm} \frac{C_k^{SC}}{L_k} + Q_{i_k} \frac{D_k^{SC}}{L_k} \quad (2.93)$$

où :

$$A_k^{SC} = e^{-\tau_k} \quad (2.94)$$

$$C_k^{SC} = \frac{1 - e^{-\tau_k}}{\Sigma_{i_k}} \quad (2.95)$$

$$D_k^{SC} = \frac{L_k}{\Sigma_{i_k}} \left(1 - \frac{1 - e^{-\tau_k}}{\Sigma_{i_k} L_k} \right) \quad (2.96)$$

Une fois les flux moyens et sortants sur chaque segment obtenus, on peut évaluer les flux scalaires moyens par région (équation 2.69) ainsi que les courants entrants (équation 2.71) et sortants (équation 2.73).

Le processus itératif consiste à fixer les sources au départ puis à balayer tout le domaine une

première fois dans toutes les directions. On obtient ainsi les flux moyens sur tous les segments de lignes puis les flux scalaires par régions. Ces quantités permettent de mettre à jour les sources et d'effectuer à nouveau le balayage complet du domaine avec ces nouvelles sources. On procède ainsi jusqu'à atteindre la convergence sur le flux scalaire moyen par régions. Les courants de surface sont utilisés aux frontières du domaine pour définir des conditions de renvoi des neutrons. Il en sera question dans la prochaine section.

2.3.4 Conditions aux frontières

Afin de fermer le système, des conditions aux frontières doivent être introduites. Comme il a déjà été mentionné les calculs sont réalisés sur une géométrie finie à savoir un domaine \mathcal{D} entouré d'une surface $\partial\mathcal{D}$. Avant de débiter le processus itératif, il est nécessaire de connaître le flux à la frontière entrante. On introduit le vecteur $\vec{N}(\vec{r}_s)$ qui est la normale entrante à la surface externe au point $\vec{r}_s \in \partial\mathcal{D}$. Il existe plusieurs types de conditions aux frontières. On s'intéressera principalement aux conditions de réflexion spéculaire et isotrope (voir figure 2.5).

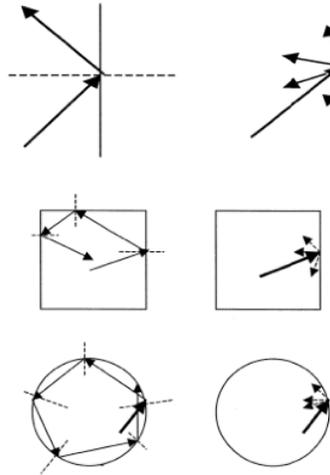


Figure 2.5 Conditions de réflexion spéculaire (gauche) et isotrope (droite) pour des géométries planes (haut), carrées (centre) et circulaires (bas).

- La condition de réflexion spéculaire (ou miroir) stipule que tous les neutrons arrivant à la frontière du domaine sont réfléchis à angle symétrique. On a donc que le flux entrant est égal au flux sortant :

$$\phi(\vec{r}_s, \hat{\Omega}) = \phi(\vec{r}_s, \hat{\Omega}') \quad (2.97)$$

avec $\hat{\Omega} \cdot \vec{N}(\vec{r}_s) = -\hat{\Omega}' \cdot \vec{N}(\vec{r}_s)$ et $(\hat{\Omega} \times \hat{\Omega}') \cdot \vec{N}(\vec{r}_s) = 0$.

- La condition de réflexion isotrope (ou blanche) stipule que tous les neutrons arrivant à la frontière du domaine sont réfléchis avec une distribution angulaire isotrope. On peut alors écrire que :

$$\phi(\vec{r}_s, \hat{\Omega}) = 4 \int_{\hat{\Omega} \cdot \vec{N}(\vec{r}_s) > 0} d^2\hat{\Omega}' [\hat{\Omega} \cdot \vec{N}(\vec{r}_s)] \phi(\vec{r}_s, \hat{\Omega}') \quad (2.98)$$

avec $\hat{\Omega} \cdot \vec{N} < 0$.

Cette dernière condition est une approximation valable lorsqu'on considère le comportement des neutrons thermiques. Elle conduit généralement à des calculs moins compliqués que la symétrie spéculaire. La méthode des caractéristiques implantée dans DRAGON [Le Tellier, 2007] permet de traiter le « tracking » cyclique ($\phi_0 = \phi_K$) en 2D (conditions spéculaires) et le « tracking » non-cyclique en 2D et 3D (conditions isotropes) pour un domaine rectangulaire.

2.3.5 Boucles de convergence

La résolution numérique de l'équation de transport s'effectue classiquement à l'aide de trois boucles d'itérations imbriquées permettant ainsi d'obtenir la convergence spatiale et en énergie sur les termes source de diffusion et de fission :

- Itérations externes ou de puissance : L'algorithme d'itérations externes est basé sur la convergence de la source de fission. On la fixe à une valeur constante de départ et on réalise les niveaux d'itérations inférieurs. Le flux multigroupe obtenu est ensuite utilisé pour mettre à jour la source de fission et ainsi de suite jusqu'à ce que le critère de convergence soit satisfait. L'objectif de ce processus est d'obtenir la convergence sur le facteur multiplicatif ou encore sur le laplacien suivant le type de calcul réalisé.
- Itérations multigroupes : Cet algorithme concerne la propagation des neutrons entre les différents groupes d'énergie via la source de diffusion. Ayant fixé la source de fission à l'itération externe, on calcule les sources de diffusions ainsi que le flux multigroupe pour chaque groupe d'énergie débutant dans le domaine rapide (là où naissent les neutrons de fission) jusque dans le domaine thermique.
- Itérations internes ou spatiales (s'il y a lieu) : Cet algorithme permet de résoudre spatialement l'équation de transport mono-cinétique avec les sources de fission et de

diffusion connues. Un schéma itératif permet de converger sur les flux angulaires dans chacune des régions. Cette boucle de convergence est une spécificité de la méthode des caractéristiques (MoC) préconisée dans cette thèse (voir section 2.3).

CHAPITRE 3 LES MODÈLES DE FUTES

Ce chapitre présente sommairement le formalisme des modèles de fuites homogènes et hétérogènes. En outre, une revue des modèles implantés dans le code DRAGON est privilégiée. Ces modèles sont également disponibles dans le code APOLLO ([Sanchez et al., 1988],[Sanchez et al., 2010]) et permettent de simuler les fuites de neutrons pour des réacteurs à neutrons thermiques tels le CANDU ou le REP. Les références utilisées sont principalement Petrovic and Benoist [1996] et Hébert [2009] .

3.1 Le mode fondamental

Comme il a été mentionné en introduction, les calculs de transport sont réalisés sur une cellule (ou un assemblage) qui se répète à l’infini. De toute évidence, ce modèle ne reflète pas la réalité puisque la taille du réacteur est finie et le réseau bien souvent est irrégulier. Il n’en demeure pas moins que l’hypothèse d’un réseau infini et régulier demeure acceptable dans la mesure où à cette première étape du calcul on ne connaît pas à priori les conditions exactes d’opération ni les matériaux entourant la cellule ou l’assemblage considérés. Ainsi, n’ayant pas davantage d’information sur les cellules environnantes, on peut supposer qu’elles sont identiques à celle étudiée. Étant très loin de toute interface, le milieu se retrouve souvent loin de la criticité. Il est alors nécessaire d’imposer un modèle de fuites afin de rétablir $k_{\text{eff}} = 1$. Ceci est réalisé dans la plupart des codes de réseau en introduisant l’approximation du mode fondamental.

Le mode fondamental est une hypothèse qui se base sur l’idée selon laquelle il existe dans le réacteur fini une large région dans laquelle le flux neutronique est le même pour tous les neutrons quelle que soit leur énergie. Plus précisément, cette région consiste en un réseau fini et régulier de cellules (ou assemblages) identiques dans lequel le flux neutronique adopte une forme macroscopique indépendante de l’énergie et de la direction des neutrons. Un problème se pose cependant aux frontières du système comme le fait remarquer Petrovic and Benoist [1996] car il y apparaît des modes transitoires complexes à traiter, c’est pourquoi en pratique on étend le réseau à l’infini de manière à couvrir tout l’espace.

Dans l’approximation du mode fondamental le flux physique qui existe dans le réacteur se présente comme le produit d’une distribution macroscopique $\psi(\vec{r})$ avec le flux fondamental

(ou flux microscopique) $\varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ tel que :

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})\psi(\vec{r}) \quad (3.1)$$

Dans ce contexte, la distribution macroscopique $\psi(\vec{r})$ est considérée comme étant une propriété du réacteur complet et est donc solution de l'équation de Laplace suivante :

$$\nabla^2\psi(\vec{r}) + B^2\psi(\vec{r}) = 0 \quad (3.2)$$

où le laplacien B^2 bien connu en théorie des réacteurs [Glasstone and Sesonske, 1994] est un nombre réel qui permet d'ajuster la courbure du flux macroscopique $\psi(\vec{r})$ de manière à avoir $k_{\text{eff}} = 1$. Il peut être positif ou négatif si le réseau est initialement surcritique ou sous-critique.

Sans connaître la géométrie globale du réacteur, la solution suivante à l'équation 3.2 est généralement employée :

$$\psi(\vec{r}) = \psi_0 e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}} \quad (3.3)$$

où $B = \|\vec{B}\|$ est choisi de telle sorte que $B^2 = \vec{B} \cdot \vec{B}$.

En remplaçant dans 3.1, la factorisation proposée prend alors la forme suivante :

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}} \quad (3.4)$$

où le flux microscopique $\varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ est une grandeur complexe qui a la périodicité du réseau.

La théorie du mode fondamental existe sous la forme homogène ou hétérogène dépendamment de la façon dont le flux microscopique $\varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ est défini dans le réseau étudié. La factorisation 3.4 est alors modifiée afin de prendre en compte les spécificités du cas à l'étude. De manière générale, on distingue deux catégories de modèles de fuites à savoir les modèles B_n homogènes et B_n hétérogènes.

3.2 Les modèles de fuites homogènes

Le modèle de fuites homogènes est encore aujourd'hui très utilisé dans la plupart des codes de calcul. Son formalisme se base sur un milieu complètement homogénéisé en espace. De ce fait, la factorisation 3.4 se présente comme suit :

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi^g(\hat{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \quad (3.5)$$

où le flux microscopique $\varphi^g(\hat{\Omega})$ est indépendant de la position spatiale \vec{r} . Ce flux se définit de la manière suivante dans le cas homogène :

$$\varphi^g(\hat{\Omega}) = \varphi_s^g(\hat{\Omega}) - i\varphi_a^g(\hat{\Omega}) \quad (3.6)$$

où φ_s^g et φ_a^g sont des fonctions qui seront définies un peu plus loin.

Le flux physique $\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ correspond à la partie réelle de 3.5 et peut donc s'écrire comme :

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \text{Re} \left\{ \varphi^g(\hat{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \right\} \quad (3.7)$$

$$= \text{Re} \left\{ (\varphi_s^g(\hat{\Omega}) - i\varphi_a^g(\hat{\Omega})) (\cos(\vec{B} \cdot \vec{r}) + i \sin(\vec{B} \cdot \vec{r})) \right\} \quad (3.8)$$

et donc

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi_s^g(\hat{\Omega}) \cos(\vec{B} \cdot \vec{r}) + \varphi_a^g(\hat{\Omega}) \sin(\vec{B} \cdot \vec{r}) \quad (3.9)$$

où la formule d'Euler $e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} = \cos(\vec{B} \cdot \vec{r}) + i \sin(\vec{B} \cdot \vec{r})$ a été utilisée.

Pour des raisons de symétrie à l'origine (au centre du réacteur) on a que :

$$\phi^g(-\vec{r}, -\hat{\Omega}) = \phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \quad (3.10)$$

En appliquant cette symétrie à la définition 3.9, on en déduit que :

- φ_s^g est une fonction symétrique de $\hat{\Omega}$ i.e. $\varphi_s^g(-\hat{\Omega}) = \varphi_s^g(\hat{\Omega})$
- φ_a^g est une fonction antisymétrique de $\hat{\Omega}$ i.e. $\varphi_a^g(-\hat{\Omega}) = -\varphi_a^g(\hat{\Omega})$

Il est important de mentionner que les équations présentées sont rigoureusement vraies quelque soit l'orientation du vecteur \vec{B} et pour \vec{B} réel (i.e. le milieu est surcritique). Si \vec{B} est imaginaire, l'exponentielle $e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}}$ est alors une fonction réelle ce qui implique une croissance exponentielle dans une direction donnée et donc des sources à l'infini.

3.2.1 Les équations B_1 homogènes

Les développements qui seront présentés dans les prochaines sous-sections sont basés sur la notation de Hébert [2009].

En remplaçant la factorisation 3.5 dans l'équation de transport 2.18 pour un milieu homogène on obtient :

$$(\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g + i\hat{\Omega} \cdot \vec{B})\varphi^g(\hat{\Omega})e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}} = Q^g(\hat{\Omega})e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}} \quad (3.11)$$

où la source $Q^g(\hat{\Omega})$ est maintenant fonction de φ^g . En éliminant l'exponentielle de chaque côté de l'équation on obtient :

$$(\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla} + \Sigma^g + i\hat{\Omega} \cdot \vec{B})\varphi^g(\hat{\Omega}) = Q^g(\hat{\Omega}) \quad (3.12)$$

Puisque le flux microscopique est indépendant de \vec{r} , on en déduit que $\hat{\Omega} \cdot \vec{\nabla}\varphi^g(\hat{\Omega}) = 0$ et l'équation 3.12 s'écrit en développant le terme source :

$$\begin{aligned}
\left[\Sigma^g + i\vec{B} \cdot \hat{\Omega} \right] \varphi^g(\hat{\Omega}) &= \sum_{h=1}^G \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}^{g \leftarrow h} \sum_{m=-l}^l \mathcal{R}_{lm}(\hat{\Omega}) \phi_{lm}^h \\
&+ \frac{1}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_j^g \sum_{h=1}^G \nu^{\Sigma_{f,j}^h} \phi^h
\end{aligned} \tag{3.13}$$

Afin d'obtenir les équations du modèle B_1 homogène, il est nécessaire de développer la source de diffusion à l'ordre $L = 1$ ce qui représente une loi de choc linéairement anisotrope. De manière générale, on se limite à l'ordre 1 et il est rare d'aller plus loin dans l'anisotropie.

L'équation 3.13 peut donc s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
\left[\Sigma^g + i\vec{B} \cdot \hat{\Omega} \right] \varphi^g(\hat{\Omega}) &= \sum_{h=1}^G \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h} \varphi^h \\
&+ \sum_{h=1}^G \frac{3}{4\pi} \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h} \vec{J}^h \cdot \hat{\Omega} + \frac{\chi^g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu^h \Sigma_f^h \varphi^h
\end{aligned} \tag{3.14}$$

où le courant fondamental homogène \vec{J}^h est lié au flux angulaire par la relation suivante :

$$\vec{J}^h = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi^h(\hat{\Omega}) \hat{\Omega} \tag{3.15}$$

et où on a posé que :

$$\chi^g = \sum_{j=1}^{J^{\text{fiss}}} \chi_j^g \tag{3.16}$$

La première équation du modèle B_1 homogène est obtenue en intégrant l'équation 3.14 sur l'angle solide $\hat{\Omega}$ ce qui donne :

$$\Sigma^g \varphi^g + i [\vec{B} \cdot \vec{J}^g] = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h} \varphi^h + \frac{\chi^g}{k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu^h \Sigma_f^h \varphi^h \quad (3.17)$$

La dépendance directionnelle du courant peut être retirée en définissant $J^g = \frac{1}{B} [\vec{B} \cdot \vec{J}^g]$ ce qui donne :

$$\Sigma^g \varphi^g + i B J^g = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h} \varphi^h + \frac{\chi^g}{k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu^h \Sigma_f^h \varphi^h \quad (3.18)$$

La deuxième équation du modèle B_1 homogène s'obtient en divisant chaque membre de l'équation 3.14 par $[\Sigma^g + i \vec{B} \cdot \hat{\Omega}]$ et en intégrant sur l'angle solide. Après quelques manipulations (voir [Hébert, 2009]) l'équation suivante est obtenue :

$$\begin{aligned} \varphi^g = \alpha [B, \Sigma^g] & \left(\sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h} \varphi^h + \frac{\chi^g}{k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu^h \Sigma_f^h \varphi^h \right) \\ & - 3i \beta [B, \Sigma^g] B \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h} J^h \end{aligned} \quad (3.19)$$

où la fonction $\alpha [B, \Sigma^g]$ est définie tel que :

$$\alpha [B, \Sigma] = \begin{cases} \frac{1}{B} \arctan \frac{B}{\Sigma} & \text{si } B^2 \geq 0 \\ \frac{1}{\Sigma} - \frac{B^2}{3\Sigma^3} + \frac{B^4}{5\Sigma^5} - \frac{B^6}{7\Sigma^7} + \dots & \text{si } B^2 \simeq 0 \\ \frac{1}{2\Im(B)} \ln \frac{\Sigma + \Im(B)}{\Sigma - \Im(B)} & \text{si } B^2 \leq 0 \end{cases} \quad (3.20)$$

avec $\Im(B)$ la composante imaginaire de B ($\Im(B) = -iB$) et

$$\beta [B, \Sigma] = \frac{1}{B^2} [1 - \alpha(B, \Sigma)\Sigma] \quad (3.21)$$

En substituant 3.18 dans 3.19 et en réarrangeant les termes, l'équation suivante est obtenue :

$$\frac{iJ^g}{B} = \frac{1}{\Sigma^g \gamma [B, \Sigma^g]} \left(\frac{1}{3} \varphi^g + \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h} \frac{iJ^h}{B} \right) \quad (3.22)$$

où

$$\gamma [B, \Sigma^g] = \frac{1}{3\Sigma^g} \frac{\alpha(B, \Sigma^g)}{\beta(B, \Sigma^g)} \quad (3.23)$$

Si le milieu est surcritique ($k_{\text{eff}} > 1$) l'expression de $\gamma [B, \Sigma^g]$ s'écrit :

$$\gamma [B, \Sigma^g] = \frac{B}{3\Sigma^g} \frac{\arctan \frac{B}{\Sigma^g}}{\left(1 - \frac{\Sigma^g}{B} \arctan \frac{B}{\Sigma^g}\right)} \quad (3.24)$$

Si le milieu est sous-critique ($k_{\text{eff}} < 1$), B est imaginaire et $\gamma [B, \Sigma^g]$ s'écrit :

$$\gamma [B, \Sigma^g] = \frac{iB}{6\Sigma^g} \frac{\ln\left(\frac{\Sigma^g - iB}{\Sigma^g + iB}\right)}{\left(1 + \frac{\Sigma^g}{2iB} \ln\left(\frac{\Sigma^g - iB}{\Sigma^g + iB}\right)\right)} \quad (3.25)$$

avec comme condition que le milieu ne soit pas fortement sous-critique c'est-à-dire $\Im(B) < \Sigma^g$.

En bref, le système d'équation du modèle B_1 homogène est :

$$\begin{cases} \Sigma^g \varphi^g &= \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h} \varphi^h + \frac{\chi^g}{k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu^h \Sigma_f^h \varphi^h - iB J^g \\ \frac{iJ^g}{B} &= \frac{1}{\Sigma^g \gamma [B, \Sigma^g]} \left(\frac{1}{3} \varphi^g + \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h} \frac{iJ^h}{B} \right) \end{cases} \quad (3.26)$$

On constate que ces équations sont couplées et devront être résolues de manière itérative. Il est à noter qu'en posant $\gamma = 1$, on obtient les équations P_1 homogènes (Petrovic and Benoist

[1996]; Ruggieri et al. [2006]).

À partir du système 3.26 on constate que pour le cas homogène le flux intégré φ^g est toujours réel. Le courant J^g cependant est imaginaire si le milieu est surcritique et réel s'il est sous-critique (puisque B est imaginaire dans ce cas). Dans tous les cas, la quantité $\frac{iJ^g}{B}$ est toujours réelle de sorte que le système peut en tout temps être résolu pour des nombres réels.

3.2.2 Le coefficient de fuites homogènes

La méthodologie employée pour les modèles de fuites homogènes consiste tout d'abord à obtenir une carte de flux multigroupe pour une cellule (ou un assemblage) hétérogène sans fuites. Ensuite, on homogénéise la géométrie en pondérant les sections efficaces par le flux et on calcule le coefficient de fuites D^g ainsi que le laplacien critique B^2 pour un milieu homogène.

Le coefficient de fuites se définit de la manière suivante :

$$D^g = \frac{1}{B} \frac{iJ^g}{\varphi^g} \quad (3.27)$$

En se servant de cette définition, on peut obtenir un nouveau système d'équations B_1 tel que :

$$\begin{cases} (\Sigma^g + D^g B^2) \varphi^g = \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h} \varphi^h + \frac{\chi^g}{k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu^h \Sigma_f^h \varphi^h \\ D^g = \frac{1}{3\Sigma^g \gamma [B, \Sigma^g]} \left(1 + 3 \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h} D^h \frac{\varphi^h}{\varphi^g} \right) \end{cases} \quad (3.28)$$

On constate dans l'équation de D^g que le terme de diffusion anisotrope introduit des fuites provenant d'autres groupes.

Le coefficient de fuites est utilisé dans le calcul de coeur comme coefficient de diffusion qui selon la loi de Fick est un facteur de proportionnalité reliant le courant au gradient du flux

tel que :

$$\vec{J}^g(\vec{r}) = -D^g \vec{\nabla} \phi^g(\vec{r}) \quad (3.29)$$

On peut alors écrire le taux de fuites par unité de volume de la manière suivante :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}^g(\vec{r}) = -D^g \nabla^2 \phi^g(\vec{r}) \quad (3.30)$$

À partir de la définition 3.4 du flux physique, on obtient :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}^g(\vec{r}) = -D^g \nabla^2 \varphi^g e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} = -D^g \varphi^g \nabla^2 e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} = D^g B^2 \phi^g(\vec{r}) \quad (3.31)$$

On peut donc voir que le taux de fuites se définit comme $D^g B^2 \phi^g(\vec{r})$ où $D^g B^2$ est la section efficace de fuites qui est unique pour chaque groupe d'énergie.

Une fois que D^g et B^2 sont obtenus pour le motif homogène, un second calcul de cellule hétérogène est réalisé dans lequel les fuites sont ajoutées comme un terme d'absorption volumique additionnel $D^g B^2$. Une nouvelle carte de flux est obtenue pour le motif hétérogène qui sera de nouveau homogénéisé. Ce nouveau milieu homogène n'étant toujours pas critique, il est nécessaire de calculer de nouveau D^g et B^2 . Ce processus est répété jusqu'à l'obtention de la criticité soit $k_{\text{eff}} = 1$.

3.2.3 Les modèles PNL et SIGS

L'ajout du terme de fuites additionnel dans le calcul de flux peut s'effectuer de plusieurs manières. À cet effet, deux principales méthodes sont implantées dans le code DRAGON à savoir la méthode SIGS [Hébert, 1993] (ou DIFFON pour le code APOLLO) et la méthode PNL [Marleau et al., 2013].

La méthode PNL consiste à calculer un coefficient de non-fuites P_{NL}^g défini tel que :

$$P_{NL}^g = \frac{\bar{\Sigma}^g}{\bar{\Sigma}^g + D^g(B)B^2} \quad (3.32)$$

où $\bar{\Sigma}^g$ est la section efficace macroscopique totale moyenne du groupe g homogénéisée sur tout le réseau et à laquelle on a appliqué une correction de transport.

Lorsque ce modèle est appliqué à la méthode des CP par exemple, le flux multigroupe défini par l'équation 2.45 est modifié de la manière suivante :

$$\phi^g = \mathcal{W}^g \left[P_{NL}^g \mathbf{Q}^{g*} - (1 - P_{NL}^g) \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow g} \phi^g \right] \quad (3.33)$$

La méthode SIGS couramment utilisée dans les codes de calculs consiste à corriger la section efficace de diffusion $\Sigma_{s,0}^{g \leftarrow g}$ en soustrayant la section efficace de fuites $D^g(B)B^2$.

Dans l'exemple de la méthode des CP, le flux multigroupe 2.45 s'écrit à présent :

$$\phi^g = \mathcal{W}^g \left[\mathbf{Q}^{g*} - D^g(B)B^2 \phi^g \right] \quad (3.34)$$

Les modèles de fuites homogènes constituent une approximation acceptable pour les réacteurs comme le REP ou le CANDU en conditions normales d'opération car le degré d'hétérogénéité du milieu est faible comparativement aux réacteurs à haute température (HTGR) ou encore aux réacteurs rapides (LMFBR). En effet, ces réacteurs comportent des milieux vides ou presque vides qui font apparaître des effets de « streaming » résultant de la propagation des neutrons en ligne droite dans le vide. Pour les réacteurs rapides ces effets sont particulièrement importants puisque le sodium constitue un milieu très transparent aux neutrons rapides. Il est important de noter que le « streaming » peut également apparaître dans les REP à la suite d'un accident entraînant une perte de caloporteur ce qui résulte généralement en une perte de réactivité.

Étant donné que ces effets ont un impact direct sur les fuites, il est alors nécessaire d'avoir recours à des modèles plus sophistiqués qui prennent en compte non seulement l'hétérogénéité du milieu mais également l'anisotropie des fuites.

3.3 Les modèles de fuites hétérogènes

Les modèles de fuites hétérogènes permettent de définir plus précisément les coefficients de fuites qui serviront au calcul de coeur. En effet, l'hétérogénéité de la cellule (ou de l'assemblage) étudiée rend plus complexe le traitement des fuites. Au fil des années, les modèles qui ont été développés se sont distingués notamment par l'obtention de coefficients de fuites dits « full buckling dependent » de ceux dits « buckling independent ». Dans la première catégorie l'expression du coefficient de fuites présente une dépendance explicite au laplacien. Ceci a pour avantage d'effectuer des calculs numériques dits «full buckling» et donc de prendre en compte tous les effets liés au laplacien. Théoriquement si un coefficient de fuites est calculé à partir de la valeur de B , on s'attend à ce que la valeur numérique de ce coefficient change pour un B différent. En pratique, selon une étude menée par Roy et al. [1993] les valeurs numériques des coefficients de fuites sont peu affectées par la grandeur et l'orientation du vecteur laplacien. Le modèle de fuites hétérogènes du code APOLLO3 développé par Van Rooijen and Chiba [2011] ainsi que le modèle ECCO du code DRAGON qui seront présentés dans cette section sont dits « full buckling dependent ».

La seconde catégorie de coefficients de fuites repose sur des développements en puissance limités du laplacien et conduisent notamment à la définition de coefficients de fuites « buckling independent ». C'est le cas du formalisme développé par Benoist [1961]. Les modèles de fuites utilisant cette solution pour le flux microscopique sont limités à des faibles valeurs du laplacien c'est-à-dire pour $B \rightarrow 0$. Cette approximation est acceptable pour les réacteurs actuels en condition normale d'opération i.e. les dimensions du réacteur sont beaucoup plus élevées que les libres parcours moyens des neutrons.

Dans l'hypothèse du mode fondamental, les modèles de fuites hétérogènes se basent sur la factorisation 3.4 du flux physique où contrairement au modèle homogène, le flux microscopique φ^g présente maintenant une dépendance en \vec{r} .

3.3.1 Modèle exact

Pour le modèle de fuites hétérogènes « exact » d'APOLLO3, la solution recherchée pour le flux microscopique se présente comme suit :

$$\varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) - i\varphi_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \quad (3.35)$$

où φ_s est la partie réelle et $-\varphi_a$ est la partie imaginaire.

Comme il a été vu dans le cas homogène, le flux physique correspond à la partie réelle de la factorisation 3.4 et s'écrit donc comme suit :

$$\phi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \cos(\vec{B} \cdot \vec{r}) + \varphi_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \sin(\vec{B} \cdot \vec{r}) \quad (3.36)$$

Afin de définir correctement φ_s et φ_a , il faut s'intéresser aux éléments de symétrie associés au flux physique dans la géométrie étudiée. On considère une cellule (ou un assemblage) hétérogène, symétrique et invariante axialement de sorte qu'il n'y a pas de dépendance du flux microscopique selon l'axe z . Ceci correspond alors à un problème en deux dimensions ce qui est le plus fréquemment utilisé dans les calculs de réacteurs. Il est important de mentionner que la dépendance en z apparaît seulement dans la forme macroscopique représentée par le sinus et le cosinus.

De ce fait, le flux 3.36 peut s'écrire comme :

$$\phi^g(x, y, z, \hat{\Omega}) = \varphi_s^g(x, y, \hat{\Omega}) \cos(\vec{B} \cdot \vec{r}) + \varphi_a^g(x, y, \hat{\Omega}) \sin(\vec{B} \cdot \vec{r}) \quad (3.37)$$

Une analyse plus détaillée des symétries pour ce modèle est disponible dans Rimpault et al. [2014]. Il est démontré que pour la cellule symétrique :

- φ_s^g est une fonction symétrique en espace i.e. $\varphi_s^g(-x, -y, \hat{\Omega}) = \varphi_s^g(x, y, \hat{\Omega})$
- φ_a^g est une fonction antisymétrique en espace i.e. $\varphi_a^g(-x, -y, \hat{\Omega}) = -\varphi_a^g(x, y, \hat{\Omega})$

En remplaçant la factorisation 3.4 dans l'équation de transport 2.18 et en séparant les parties réelle et imaginaire, on obtient les équations couplées suivantes :

$$\begin{aligned}
(\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) &= \frac{\chi^g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_f^h(\vec{r}) \varphi_s^h(\vec{r}) \\
&+ \sum_{h=1}^G \sum_{l=0}^L \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \sum_{m=-l}^l \mathcal{R}_{lm}(\hat{\Omega}) \varphi_{s,lm}^h(\vec{r}) - \hat{\Omega} \cdot \vec{B} \varphi_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega})
\end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
(\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) &= \frac{\chi^g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_f^h(\vec{r}) \varphi_a^h(\vec{r}) \\
&+ \sum_{h=1}^G \sum_{l=1}^L \frac{2l+1}{4\pi} \Sigma_{s,l}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \sum_{m=-l}^l \mathcal{R}_{lm}(\hat{\Omega}) \varphi_{a,lm}^h(\vec{r}) + \hat{\Omega} \cdot \vec{B} \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega})
\end{aligned} \tag{3.39}$$

où

- \vec{r} est le vecteur position dans le plan (x, y) .
- les moments angulaires des flux $\varphi_{a,lm}$ et $\varphi_{s,lm}$ sont donnés par :
 $\varphi_{lm}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \mathcal{R}_{lm}(\hat{\Omega}) \varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ de sorte que le flux intégré correspond au moment d'ordre 0 $\varphi_{00}^g(\vec{r}) = \varphi^g(\vec{r})$.
- les harmoniques sphériques réelles $\mathcal{R}_{lm}(\hat{\Omega})$ sont définies par l'équation 2.30 de sorte que $\mathcal{R}_{00} = 1$, $\mathcal{R}_{10} = \Omega_x$, $\mathcal{R}_{11} = \Omega_y$ et $\mathcal{R}_{1-1} = \Omega_z$. Rappelons que le vecteur $\hat{\Omega}$ se définit comme : $\hat{\Omega} = \sqrt{1-\mu^2} \cos \phi \hat{i} + \sqrt{1-\mu^2} \sin \phi \hat{j} + \mu \hat{k}$ avec $\mu = \cos \theta$ (voir figure 2.1).

Les équations 3.38 et 3.39 ne pouvant pas être résolues analytiquement, leur résolution numérique a été réalisée avec succès par Van Rooijen and Chiba [2011] avec la méthode MoC. Cependant, il a été démontré qu'il est alors nécessaire de stocker les flux angulaires antisymétriques $\varphi_a(\vec{r}, \hat{\Omega})$ en plus des moments ce qui engendre un coût important en espace mémoire.

3.3.2 Modèle ECCO

Le modèle de fuites hétérogènes ECCO implanté dans le code DRAGON par Hébert [2001] pour les besoins des réacteurs thermiques, s'inspire du modèle P_1 consistant du code pour réacteurs rapides ECCO [Rimpault et al., 1990]. Il permet de représenter les effets de l'anisotropie de la diffusion sur les taux de fuites ainsi que les effets de « streaming » isotropes dus à la présence de zones vides dans le réseau. Ici les équations sont obtenues à partir du modèle « exact » (équations 3.38 et 3.39) en effectuant une série d'approximations permettant de simplifier les termes de sources et de fuites.

Pour l'équation 3.38, on effectue les suppositions suivantes :

1. Le flux antisymétrique en espace φ_a est une fonction linéaire de $\hat{\Omega}$:

$$\varphi_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{3\vec{J}_a^g(\vec{r}) \cdot \hat{\Omega}}{4\pi} \quad (3.40)$$

De ce fait, le courant correspondant dans le terme de fuites est remplacé par sa moyenne sur 4π tel que :

$$\hat{\Omega}\varphi_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \rightarrow \frac{\vec{J}_a^g(\vec{r})}{4\pi} \quad (3.41)$$

où $\hat{\Omega} \cdot \hat{\Omega} = \frac{1}{3}$ en moyenne.

2. La loi de choc est isotrope, i.e. $L = 0$.

On obtient alors :

$$(\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{\chi^g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_f^h(\vec{r}) \varphi_s^h(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \varphi_s^h(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} B J_a^g(\vec{r}) \quad (3.42)$$

Pour l'équation 3.39, on effectue les suppositions suivantes :

1. Le flux angulaire symétrique $\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ est isotrope et est remplacé par sa moyenne sur 4π soit $\frac{B}{3} \frac{\varphi_s^g}{4\pi}$. On multiplie au préalable chaque membre de l'équation par $\frac{\hat{\Omega} \cdot \vec{B}}{B}$.
2. La loi de choc est linéairement anisotrope, i.e. $L = 1$.

On définit le courant fondamental tel que :

$$B J_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \vec{B} \cdot \hat{\Omega} \varphi_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \quad (3.43)$$

et en intégrant sur 4π :

$$B J_a^g(\vec{r}) = \vec{B} \cdot \vec{J}_a^g(\vec{r}) \quad (3.44)$$

L'équation 3.39 devient :

$$(\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))J_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left[\sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r})J_a^h(\vec{r}) + \frac{B}{3}\varphi_s^g(\vec{r}) \right] \quad (3.45)$$

où on constate que les sources de fission et de diffusion isotrope sont absentes. Cela est dû au fait que l'intégrale sur toutes les directions du flux antisymétrique est nulle.

Le terme $\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]$ qui est un facteur de correction proche de l'unité (voir équation 3.23) a été ajouté à la seconde équation afin de garantir la cohérence avec le modèle B_1 homogène à la limite d'une cellule homogène. La moyenne de la section efficace totale pondérée par le flux $\bar{\Sigma}_0^g$ se définit comme suit :

$$\bar{\Sigma}_0^g = \frac{\int_V d^3r \Sigma^g(\vec{r}) \varphi_s^g(\vec{r})}{\int_V d^3r \varphi_s^g(\vec{r})} \quad (3.46)$$

La correction apportée par le facteur $\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]$ n'est pas suffisante lorsqu'on se rapporte à une cellule homogénéisée. Afin de remédier à ce problème, une autre correction est introduite cette-fois au niveau de la section efficace de diffusion $\Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r})$ selon la technique de Petrovic and Benoist [1996] tel que :

$$\hat{\Sigma}_1^{g \leftarrow h}(\vec{r}) = \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) + \left(1 - \gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]\right) \left(\bar{\Sigma}_0^g - \Sigma^g(\vec{r})\right) \quad (3.47)$$

Finalement, en tenant compte de cette nouvelle correction et en reprenant la notation de Hébert [2009], le système d'équations du modèle ECCO sous forme integro-différentielle peut s'écrire comme :

$$\begin{cases} (\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{\chi^g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_f^h(\vec{r}) \varphi^h(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \varphi^h(\vec{r}) - \frac{1}{4\pi} i_B J^g(\vec{r}) \\ (\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r})) \frac{i J^g(\vec{r}, \hat{\Omega})}{B} = \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left[\sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \frac{i J^h(\vec{r})}{B} + \Delta^g(\vec{r}) \frac{i J^g(\vec{r})}{B} + \frac{1}{3} \varphi^g(\vec{r}) \right] \end{cases} \quad (3.48)$$

où on a remplacé φ_s^g par φ^g , on a divisé la seconde équation par B et on a remplacé J_a^g par iJ^g . Le terme de correction $\Delta^g(\vec{r})$ s'écrit :

$$\Delta^g(\vec{r}) = \left(1 - \gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]\right) (\bar{\Sigma}_0^g - \Sigma^g(\vec{r})) \quad (3.49)$$

Ces équations ont été implantées dans DRAGON et peuvent être résolues numériquement par la méthode des CP ainsi que la méthode MoC.

3.4 Modèle hétérogène TIBÈRE

Contrairement au modèle ECCO, le modèle de fuites hétérogènes TIBÈRE développé par Benoist and Petrovic [1992] permet, tout comme le modèle « exact » d'APOLLO3 (voir section 3.3.1), de tenir compte de l'anisotropie des fuites ainsi que des effets de « streaming » anisotropes. Avant de présenter les approximations et les équations de ce modèle, il est d'abord nécessaire de présenter sommairement les développements associés au formalisme des fuites hétérogènes selon l'approche de Benoist. Il est à noter que les éléments qui seront présentés dans cette section sont tirés de Petrovic and Benoist [1996].

3.4.1 Le développement en puissance du laplacien

Les équations hétérogènes exactes 3.38 et 3.39 reposent sur un flux microscopique périodique et complexe défini par 3.35. Il a été démontré par Deniz [1986] que le flux réel (voir équation 3.4) est identique si on inverse la direction de \vec{B} , i.e. si on remplace \vec{B} par $-\vec{B}$. Il en découle alors que dans l'équation 3.35, φ_s est une fonction paire de \vec{B} et φ_a est une fonction impaire de \vec{B} . Ces fonctions peuvent être développées en puissance du laplacien en se limitant à l'ordre 1 tel que :

$$\begin{cases} \varphi_s = \varphi_{s0} + O(B^2) \\ \varphi_a = \sum_{d=x,y,z} B_d \varphi_{ad} + O(B^3) \end{cases} \quad (3.50)$$

Selon cette approche, le flux microscopique 3.35 se définit à présent comme suit :

$$\begin{aligned} \varphi^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) &= \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) - i \vec{B} \cdot \vec{\varphi}_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \\ &= \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) - i \sum_{d=x,y,z} B_d \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \end{aligned} \quad (3.51)$$

où on a introduit le vecteur $\vec{\varphi}_a^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ avec ses composantes directionnelles $\varphi_{ax}^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$, $\varphi_{ay}^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ et $\varphi_{az}^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$.

En remplaçant 3.50 dans les équations 3.38 et 3.39 et en développant la loi de choc à l'ordre 1, on obtient après quelques manipulations algébriques, le système suivant pour les flux angulaires $\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ et $\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$:

$$\begin{aligned} (\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r})) \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) &= \frac{\chi^g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_f^h(\vec{r}) \varphi_s^h(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \varphi_s^h(\vec{r}) \\ &+ \frac{3}{4\pi} \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \vec{J}_s^h(\vec{r}) \cdot \hat{\Omega} - \sum_d \sum_{d'} B_d B_{d'} \varphi_{ad'}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_d \end{aligned} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} (\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r})) \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) &= \frac{\chi^g}{4\pi k_{\text{eff}}} \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_f^h(\vec{r}) \varphi_{ad}^h(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \varphi_{ad}^h(\vec{r}) \\ &+ \frac{3}{4\pi} \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \vec{J}_{ad}^h(\vec{r}) \cdot \hat{\Omega} + \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_d, \quad d \in \{x, y, z\} \end{aligned} \quad (3.53)$$

où $\varphi_s = \varphi_{s0}$ et Ω_d est la composante du vecteur $\hat{\Omega}$ selon la direction d .

Les fonctions intégrées en angle solide se définissent de la manière suivante :

$$\begin{cases} \varphi_s^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \\ \varphi_{ad}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \\ \vec{J}_s^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} \\ \vec{J}_{ad}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \hat{\Omega} \end{cases} \quad (3.54)$$

On définit également :

$$\begin{cases} \vec{J}_{sd}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_d \\ J_{add'}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_{d'} \end{cases} \quad (3.55)$$

À ce stade, il est important de mentionner que tout comme pour le modèle « exact », des propriétés de symétrie sont à considérer. Une analyse détaillée de ces propriétés est disponible dans Petrovic and Benoist [1996] et Deniz [1986]. Mentionnons toutefois que le flux φ_s^g est symétrique en espace et φ_a^g est antisymétrique en espace de sorte que les intégrales volumiques suivantes sont nulles :

- l'intégrale du flux antisymétrique intégré $\rightarrow \int_V d^3r \varphi_{ad}^g(\vec{r}) = 0$
- l'intégrale du courant symétrique $\rightarrow \int_V d^3r \vec{J}_s^g(\vec{r}) = 0$
- l'intégrale des composantes transverses du courant antisymétrique

$$\rightarrow \int_V d^3r J_{add'}^g(\vec{r}) = \int_V d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_{d'} = 0, \quad d \neq d'$$

où V est le volume de la cellule étudiée.

Les équations 3.52 et 3.53 sont les équations B_1 hétérogènes exactes pour une solution décomposée sous la forme 3.51. La seule approximation faite à ce stade est celle du choc linéairement anisotrope. Afin de résoudre ces équations pour une cellule symétrique 2D, il faut effectuer quelques approximations similaires au modèle ECCO. Ces approximations permettront notamment de simplifier les termes de sources et de fuites des équations.

3.4.2 Approximations menant au modèle TIBÈRE

1. Approximation d'isotropie du flux symétrique

On suppose que le flux angulaire $\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ symétrique par rapport à la direction d , est isotrope et on le remplace par sa moyenne sur 4π tel que :

$$\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \varphi_s^g(\vec{r}) \quad (3.56)$$

2. Approximation d'anti-isotropie du flux antisymétrique

On suppose que le flux angulaire $\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ qui est antisymétrique par rapport à la direction d peut être remplacé par une quantité proportionnelle à Ω_d :

$$\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = A_d^g(\vec{r}) \Omega_d \quad (3.57)$$

Si on remplace cette relation dans la définition du courant $J_{add}^g(\vec{r})$ présentée en 3.55 on obtient :

$$\begin{aligned} J_{add}^g(\vec{r}) &= \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_d \\ &= A_d^g(\vec{r}) \int_{4\pi} d^2\Omega \Omega_d^2 \\ &= \frac{4\pi}{3} A_d^g(\vec{r}) \end{aligned} \quad (3.58)$$

d'où

$$A_d^g(\vec{r}) = \frac{3}{4\pi} J_{add}^g(\vec{r}) \quad (3.59)$$

On obtient alors que :

$$\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{3}{4\pi} J_{add}^g(\vec{r}) \Omega_d \quad (3.60)$$

3. Approximation de négliger les termes de corrélations angulaires

Cette approximation vise à remplacer les composantes du flux antisymétrique $\varphi_{ad}^g(\vec{r})$, les composantes transverses du courant antisymétrique $J_{add'}^g(\vec{r})$ (pour $d \neq d'$) ainsi

que le courant symétrique $\vec{J}_s^g(\vec{r})$ par leurs valeurs moyennes. À l'échelle de la cellule (ou l'assemblage) hétérogène symétrique, ces fonctions valent en moyenne zéro. Les composantes non diagonales ($d \neq d'$) du terme $\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega})\Omega_d$ valent également zéro en moyenne. Ces affirmations découlant des propriétés de symétrie, ont déjà été résumées précédemment. Il est à noter que tous les termes qui ont été négligés sont également nuls à la limite où la cellule est homogène. Ils ne sont donc pas présents dans le modèle de fuites homogènes. Comme le démontrent Petrovic and Benoist [1996], l'approximation est valide dans la mesure où le réseau n'est pas trop hétérogène ce qui est généralement le cas pour les cellules étudiées. Dans le cas contraire, ces termes ne peuvent pas être négligés.

En tenant compte de ces trois hypothèses, les équations 3.52 et 3.53 se simplifient de la manière suivante :

$$(\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_0^{g \leftarrow h}(\vec{r})\varphi_s^h(\vec{r}) - \frac{3}{4\pi} \sum_d B_d^2 \Omega_d^2 J_{add}^g(\vec{r}) \quad (3.61)$$

$$(\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{3}{4\pi} \sum_{h=1}^G \Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) J_{add}^h(\vec{r}) \Omega_d + \frac{1}{4\pi} \varphi_s^g(\vec{r}) \Omega_d, \quad d \in \{x, y, z\} \quad (3.62)$$

où on a posé :

$$\hat{\Sigma}_0^{g \leftarrow h}(\vec{r}) = \frac{\chi^g}{k_{\text{eff}}} \nu \Sigma_f^h(\vec{r}) + \Sigma_{s,0}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) \quad (3.63)$$

3.4.3 Équations du modèle TIBÈRE

Comme pour le modèle ECCO, il est essentiel de corriger l'équation sur $\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega})$ en la divisant par le facteur $\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]$ afin d'assurer la cohérence avec les équations homogènes 3.26. Cependant, comme pour ECCO, cette correction n'est pas suffisante pour une cellule homogénéisée car la section efficace de diffusion $\Sigma_{s,1}^{g \leftarrow h}(\vec{r})$ doit également rendre compte des effets directionnels. La nouvelle section efficace de diffusion $\hat{\Sigma}_1^{g \leftarrow h}(\vec{r})$ étant définie par l'équation 3.47 permet alors d'obtenir une cohérence sur la cellule homogénéisée entre les équations B_1 homogènes et B_1 hétérogènes. Une explication plus détaillée de ces corrections est donnée dans Petrovic and Benoist [1996].

Finalement, en tenant compte de ces deux corrections, les équations du modèle B_1 hétérogène simplifié TIBÈRE s'écrivent de la manière suivante :

$$\begin{cases} (\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_0^{g \leftarrow h}(\vec{r})\varphi_s^h(\vec{r}) - \frac{3}{4\pi} \sum_d B_d^2 \Omega_d^2 J_{add}^g(\vec{r}) \\ (\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r}))\varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left[3 \sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_1^{g \leftarrow h}(\vec{r}) J_{add}^h(\vec{r}) \Omega_d + \varphi_s^g(\vec{r}) \Omega_d \right], \quad d \in \{x, y, z\} \end{cases} \quad (3.64)$$

La première équation du système 3.64 est une équation de bilan neutronique où le dernier terme correspond aux taux de fuites locaux directionnels qui peuvent alors s'écrire sous la forme $B_d^2 \Omega_d^2 D_d^g(\vec{r}) \varphi_s^g(\vec{r})$ avec :

$$D_d^g(\vec{r}) = \frac{J_{add}^g(\vec{r})}{\varphi_s(\vec{r})} \quad (3.65)$$

Cette dernière équation correspond à la définition des coefficients de fuites directionnels $D_d^g(\vec{r})$.

Les équations du système 3.64 peuvent être résolues dans DRAGON et APOLLO [Benoist et al., 1994] uniquement par la méthode des probabilités de collision (CP). Pour cela, il faut au préalable passer de la forme integro-différentielle à la forme intégrale. On obtient alors après quelques étapes :

$$\begin{cases} \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi_s^g(\vec{r}'_s, \hat{\Omega}) e^{-\tau^g(\vec{r}, \vec{r}'_s)} \\ \quad + \frac{1}{4\pi} \int_0^{R_s} dR e^{-\tau^g(\vec{r}, \vec{r}')} \left(\sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_0^{g \leftarrow h}(\vec{r}') \varphi_s^h(\vec{r}') - 3 \sum_d B_d^2 \Omega_d^2 J_{add}^g(\vec{r}') \right) \\ \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \varphi_{ad}^g(\vec{r}'_s, \hat{\Omega}) e^{-\tau^g(\vec{r}, \vec{r}'_s)} \\ \quad + \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \int_0^{R_s} dR e^{-\tau^g(\vec{r}, \vec{r}')} \left(3 \sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_1^{g \leftarrow h}(\vec{r}') J_{add}^h(\vec{r}') \Omega_d + \varphi_s^g(\vec{r}') \Omega_d \right) \end{cases} \quad (3.66)$$

avec

$$\vec{r}' = \vec{r} - R\hat{\Omega} \quad (3.67)$$

$$\vec{r}'_s = \vec{r} - R_s\hat{\Omega} \quad (3.68)$$

où \vec{r}'_s se trouve sur la frontière de la cellule et $\tau^g(\vec{r}, \vec{r}')$ correspond au parcours optique du neutron entre deux points.

À ce stade, aucun commentaire n'a été fait sur le type de conditions de renvoi des neutrons aux frontières de la cellule (ou de l'assemblage). En y portant une attention particulière, deux modèles ont été développés par Petrovic and Benoist [1996] à savoir les modèles TIBÈRE 1 et TIBÈRE 2 qui présentent chacun une condition de réflexion distincte.

3.4.4 Le modèle TIBÈRE 1

Le modèle TIBÈRE 1 fait intervenir des conditions de réflexion spéculaire (effet de miroir) à la frontière de la cellule. Cette situation est celle d'un réseau infini de cellules identiques qui se répètent. De ce fait, R_s tend vers l'infini et les termes $\varphi_s^g(\vec{r}'_s, \hat{\Omega})e^{-\tau^g(\vec{r}, \vec{r}'_s)}$ et $\varphi_{ad}^g(\vec{r}'_s, \hat{\Omega})e^{-\tau^g(\vec{r}, \vec{r}'_s)}$ disparaissent des équations 3.66. En multipliant la seconde équation par Ω_d puis en intégrant sur le volume ainsi que l'angle solide on obtient les équations de TIBÈRE 1 sous forme discrétisée :

$$\begin{cases} V_j \Sigma_j^g \varphi_{s,j}^g = \sum_i V_i \left(P_{ij}^g \sum_h \hat{\Sigma}_{0,i}^{g \leftarrow h} \varphi_{s,i}^h - \sum_d B_d^2 P_{ij,d}^g J_{add,i}^g \right) \\ V_j \Sigma_j^g J_{add,j}^g = \frac{1}{\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \sum_i V_i \left(\sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_{1,i}^{g \leftarrow h} J_{add,i}^h + \frac{\varphi_{s,i}^g}{3} \right) P_{ij,d}^g \end{cases} \quad (3.69)$$

On constate que la résolution nécessite le calcul de probabilités de collision orientées $P_{ij,d}^g$ en plus des P_{ij}^g classiques (voir équation 2.43). En omettant l'indice de groupe, les P_{ij} peuvent s'écrire sous la forme suivante :

$$P_{ij} = \frac{\Sigma_j}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_{V_j} d^3r \frac{e^{-\tau(|\vec{r}-\vec{r}'|)}}{4\pi |\vec{r}-\vec{r}'|^2} \quad (3.70)$$

Les $P_{ij,d}$ sont donnés par :

$$P_{ij,d} = \frac{\Sigma_j}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_{V_j} d^3r \frac{e^{-\tau(|\vec{r}-\vec{r}'|)}}{4\pi |\vec{r}-\vec{r}'|^2} 3\Omega_d^2 \quad (3.71)$$

Le modèle TIBÈRE 1 introduit deux inconvénients majeurs. Tout d'abord, pour un réseau comportant des cavités en forme de fentes planes (« planar voids ») ou encore des couloirs vides entre les éléments de combustible, il se produit des divergences analytiques du courant $J_{add}(\vec{r})$. Puisque ce courant est relié au coefficient de fuites selon la relation 3.65, ce dernier diverge également pour les directions de d incluses dans cet espace vide. Le second inconvénient réside dans le fait que la condition spéculaire engendre de longs parcours optiques (bien plus grand que l'assemblage ou la cellule) ce qui alourdit les calculs.

Afin de remédier à ces deux problèmes, Petrovic and Benoist [1996] proposent de remplacer la condition spéculaire (correspondant à un réseau régulier de cellules identiques) par une condition aux frontières isotrope. Ceci permettra non seulement de traiter des assemblages vidés mais également de briser les longs parcours en ligne droite des neutrons à la surface de la cellule.

3.4.5 Le modèle TIBÈRE 2

Dans cette nouvelle version de TIBÈRE implantée dans DRAGON [Petrovic et al., 1996] et dans APOLLO2 [Wohleber, 1997], les probabilités de collision sont toujours calculées pour une cellule parfaitement réfléchi. La condition de renvoi des neutrons est à présent :

- isotrope (ou blanche) sur la surface S pour le flux symétrique φ_s
- proportionnelle à Ω_d pour le flux antisymétrique φ_{ad}

C'est ce que l'on nomme communément la réflexion quasi-isotrope. Plus précisément, on aura comme flux angulaire entrant au point \vec{r}_s situé sur la surface S :

$$\varphi_s^g(\vec{r}_s, \hat{\Omega}) = \frac{1}{\pi S} \quad (3.72)$$

$$\varphi_{ad}^g(\vec{r}_s, \hat{\Omega}) = \frac{3\Omega_d}{\pi S \xi_d} \quad (3.73)$$

où les facteurs de forme ξ_d sont définis par :

$$\xi_d = \frac{3}{\pi S} \int_S d^2 r_s \int_{2\pi} d^2 \Omega \Omega_d^2 |\hat{\Omega} \cdot \vec{N}| \quad (3.74)$$

et

$$\sum_d \xi_d = 3 \quad (3.75)$$

avec \vec{N} la normale à la surface.

Ce paramètre dépend à la fois de la géométrie considérée ainsi que de la direction. Pour une géométrie délimitée par deux plaques infinies, $\xi_d = \frac{3}{2}$ si d est la direction normale aux plans et $\xi_d = \frac{3}{4}$ si d est une direction parallèle.

On peut alors montrer que le système discrétisé suivant s'obtient pour TIBÈRE 2 :

$$\begin{cases} V_j \Sigma_j^g \varphi_{s,j}^g = \sum_i V_i \left(\tilde{P}_{ij}^g \sum_h \hat{\Sigma}_{0,i}^{g \leftarrow h} \varphi_{s,i}^h - \sum_{d=x,y,z} B_d^2 P_{ij,d}^{*g} J_{add,i}^g \right) \\ V_j \Sigma_j^g J_{add,j}^g = \frac{1}{\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \sum_i V_i \left(\sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_{1,i}^{g \leftarrow h} J_{add,i}^h + \frac{\varphi_{s,i}^g}{3} \right) \tilde{P}_{ij,d}^g \end{cases} \quad (3.76)$$

avec

$$\tilde{P}_{ij} = P_{ij} + P_{is}P \quad (3.77)$$

$$P_{ij,d}^* = P_{ij,d} + P_{is,d}P \quad (3.78)$$

$$\tilde{P}_{ij,d} = P_{ij,d} + (1 - P_{ss,d})^{-1}P_{sj,d} \quad (3.79)$$

et où

$$P = (1 - P_{ss})^{-1}P_{sj} \quad (3.80)$$

Il est à noter que $P_{ij,d}^*$ représente la composante en d de la probabilité de collision après une réflexion isotrope à la surface S de la cellule et $\tilde{P}_{ij,d}$ est la composante en d de la probabilité de collision après une réflexion en Ω_d .

Les probabilités classiques de fuites, de pénétration et de transmission soit P_{is} , P_{sj} et P_{ss} sont :

$$P_{is} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r' \int_S d^2r_S (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_+) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_S - \vec{r}'|)}}{4\pi |\vec{r}_S - \vec{r}'|^2} \quad (3.81)$$

$$P_{sj} = \frac{\Sigma_j}{\xi_d S} \int_S d^2r'_S \int_{V_j} d^3r (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_-) \frac{e^{-\tau(|\vec{r} - \vec{r}'_S|)}}{\pi |\vec{r} - \vec{r}'_S|^2} \quad (3.82)$$

$$P_{ss} = \frac{1}{\xi_d S} \int_S d^2r'_S \int_S d^2r_S (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_-) (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_+) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_S - \vec{r}'_S|)}}{\pi |\vec{r}_S - \vec{r}'_S|^2} \quad (3.83)$$

où \vec{N}_+ et \vec{N}_- sont respectivement les normales à la surface sortante et entrante.

Les probabilités directionnelles $P_{is,d}$, $P_{sj,d}$ et $P_{ss,d}$ sont :

$$P_{iS,d} = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3 r' \int_S d^2 r_S (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_+) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_S - \vec{r}'|)}}{4\pi |\vec{r}_S - \vec{r}'|^2} 3\Omega_d^2 \quad (3.84)$$

$$P_{Sj,d} = \frac{\Sigma_j}{\xi_d S} \int_S d^2 r'_S \int_{V_j} d^3 r (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_-) \frac{e^{-\tau(|\vec{r} - \vec{r}'_S|)}}{\pi |\vec{r} - \vec{r}'_S|^2} 3\Omega_d^2 \quad (3.85)$$

$$P_{SS,d} = \frac{1}{\xi_d S} \int_S d^2 r'_S \int_S d^2 r_S (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_-) (\hat{\Omega} \cdot \vec{N}_+) \frac{e^{-\tau(|\vec{r}_S - \vec{r}'_S|)}}{\pi |\vec{r}_S - \vec{r}'_S|^2} 3\Omega_d^2 \quad (3.86)$$

L'annexe A présente une étude comparative entre les modèles homogènes et hétérogènes présents dans le code DRAGON et ce pour un assemblage REP 7×7.

CHAPITRE 4 GÉNÉRALISATION DU MODÈLE DE FUTES TIBÈRE À MOC

Ce chapitre présente les étapes de généralisation des équations du modèle TIBÈRE présentées à la section 3.4.3 en employant la procédure de la méthode MoC détaillée à la section 2.3.3. Nous présentons également les différentes stratégies employées avec la méthode MoC consistant à modifier les équations pour une convergence plus rapide dans DRAGON.

4.1 Équation de la composante réelle du flux

Rappelons l'équation analytique de la composante réelle du flux (ou flux symétrique) donnée par le système 3.64 :

$$\hat{\Omega} \cdot \nabla \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) + \Sigma^g(\vec{r}) \varphi_s^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{h=1}^G \Sigma_{s0}^{g \leftarrow h}(\vec{r}) + \frac{\chi^g \nu \Sigma_f^h(\vec{r})}{k_{\text{eff}}} \right) \varphi_s^h(\vec{r}) - \frac{3}{4\pi} \sum_{d=x,y,z} B_d^2 J_{\text{add}}^g(\vec{r}) \Omega_d^2 \quad (4.1)$$

Cette équation peut être résolue sur chaque segment k de longueur L_k d'une ligne caractéristique \vec{T}^{pm} entièrement définie par son point de départ \vec{p} et sa direction $\hat{\Omega}_m$:

$$\left(\frac{d}{ds} + \Sigma_{i_k}^g \right) \varphi_s^{g,pm}(T_k(s)) = Q_{1,i_k}^g + Q_{2,i_k}^g \quad (4.2)$$

Les flux sortants et les flux moyens sur chaque k sont :

$$\varphi_{s,k}^{g,pm} = \varphi_{s,k-1}^{g,pm} A_k^g + (Q_{1,i_k}^g + Q_{2,i_k}^g) C_k^g \quad (4.3)$$

$$L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} = \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g + (Q_{1,i_k}^g + Q_{2,i_k}^g) D_k^g \quad (4.4)$$

où les coefficients A_k^g , C_k^g et D_k^g sont donnés par 2.94, 2.95 et 2.96 pour le schéma « Step characteristics » (SC).

La source $Q_{1,i}^g$ composée du terme de diffusion d'ordre 0 et de la fission s'écrit aisément dans chaque région i :

$$Q_{1,i}^g = \frac{1}{4\pi} \left(\sum_h \Sigma_{s0,i}^{g \leftarrow h} + \frac{\chi^g \nu \Sigma_f^h}{k_{\text{eff}}} \right) \varphi_{s,i}^h \quad (4.5)$$

On constate qu'elle se calcule à partir du flux scalaire moyen dans la région $\varphi_{s,i}^h$. Ce dernier est obtenu en sommant l'équation 4.4 sur l'ensemble des segments $k \in [1, K]$, l'ensemble des points $p \in [1, N^\Pi]$ et l'ensemble des directions $m \in [1, N^\Omega]$ (voir l'équation 2.69) :

$$\varphi_{s,i}^g = \frac{1}{V_i} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} \quad (4.6)$$

avec les volumes V_i donnés par 2.70.

Une difficulté se présente quant à l'écriture de la source $Q_{2,i}^g$ qui prend en compte les fuites directionnelles (3e terme de l'équation 4.1). Écrivons tout d'abord cette source sous la forme développée suivante :

$$Q_{2,i}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = -\frac{3}{4\pi} \left(B_x^2 J_{axx}^g(\vec{r}) \Omega_x^2 + B_y^2 J_{ayy}^g(\vec{r}) \Omega_y^2 + B_z^2 J_{azz}^g(\vec{r}) \Omega_z^2 \right) \quad (4.7)$$

On constate qu'elle fait intervenir les produits des composantes des courants imaginaires par les composantes de la direction. La solution qui a été retenue consiste à calculer ces produits pour chaque segment de ligne puis à les sommer sur l'ensemble des lignes. La source $Q_{2,i}^g$ s'écrit :

$$Q_{2,i}^g = \frac{-1}{4\pi} (B_x^2 X_i^g + B_y^2 Y_i^g + B_z^2 Z_i^g) \quad (4.8)$$

où on a défini les termes suivants :

$$\begin{aligned}
X_i^g &= \frac{1}{V_i} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega_m} \delta_{i_k} L_k \bar{J}_{axx,k}^{g,pm} * 3(\Omega_{m,x})^2 \\
Y_i^g &= \frac{1}{V_i} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega_m} \delta_{i_k} L_k \bar{J}_{ayy,k}^{g,pm} * 3(\Omega_{m,y})^2 \\
Z_i^g &= \frac{1}{V_i} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega_m} \delta_{i_k} L_k \bar{J}_{azz,k}^{g,pm} * 3(\Omega_{m,z})^2
\end{aligned} \tag{4.9}$$

Les $\bar{J}_{add,k}^{g,pm}$ représentent les composantes moyennes des courants imaginaires sur chaque segment. Ils seront obtenus en résolvant l'équation du flux antisymétrique. Remarquons que puisque la composante directionnelle $\Omega_{m,d}$ est la même pour tous les segments de la ligne, il n'y a pas de différence entre $\bar{J}_{add,k}^{g,pm} * 3(\Omega_{m,d})^2$ et $\overline{J_{add,k}^{g,pm} * 3(\Omega_{m,d})^2}$.

4.2 Équations des composantes du courant imaginaire

Rappelons l'équation analytique pour le flux antisymétrique donnée par 3.64 :

$$(\hat{\Omega} \cdot \nabla + \Sigma^g(\vec{r})) \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) = \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left[3 \sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_1^{g\leftarrow h}(\vec{r}) J_{add}^h(\vec{r}) + \varphi_s^g(\vec{r}) \right] \Omega_d \tag{4.10}$$

où

$$\hat{\Sigma}_1^{g\leftarrow h}(\vec{r}) = \Sigma_{s1}^{g\leftarrow h}(\vec{r}) + (1 - \gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]) (\bar{\Sigma}_0^g - \Sigma^g(\vec{r})) \tag{4.11}$$

Le long d'un segment d'une ligne caractéristique on a :

$$\left(\frac{d}{ds} + \Sigma_{i_k}^g \right) \varphi_{ad}^{g,pm}(T_k(s)) = Q_{3,i_k}^g * 3\Omega_{m,d} \tag{4.12}$$

avec :

$$Q_{3,i}^g = \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left[\sum_{h=1}^G \hat{\Sigma}_{1,i}^{g \leftarrow h} J_{add,i}^h + \frac{\varphi_{s,i}^g}{3} \right] \quad (4.13)$$

La composante directionnelle $\Omega_{m,d}$ a été séparée de la source ce qui a pour but de simplifier l'implantation dans DRAGON comme il sera démontré au chapitre suivant.

À présent, il faut transformer 4.12 afin de résoudre sur les composantes du courant imaginaire J_{add} . Ceci est dû au fait notamment que les sources $Q_{2,i}^g$ (voir l'équation 4.8) et $Q_{3,i}^g$ (voir l'équation 4.13) nécessitent la connaissance de ces courants.

Rappelons tout d'abord la définition de J_{add} (équation l'équation 3.55) :

$$J_{add}^g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_d \quad (4.14)$$

Intégrons chaque membre de cette équation sur le volume V_i :

$$\frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r J_{add}^g(\vec{r}) = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_d \quad (4.15)$$

$$J_{add,i}^g = \frac{1}{V_i} \int_{V_i} d^3r \int_{4\pi} d^2\Omega \varphi_{ad}^g(\vec{r}, \hat{\Omega}) \Omega_d \quad (4.16)$$

Sous la forme discrétisée de MoC :

$$J_{add,i}^g = \frac{1}{V_i} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} \overline{L_k \varphi_{ad,k}^{g,pm} \Omega_{m,d}} \quad (4.17)$$

où

$$\overline{L_k \varphi_{ad,k}^{g,pm} \Omega_{m,d}} = \int_{s_{k-1}}^{s_k} ds \varphi_{ad,k}^{g,pm}(T_k(s)) \Omega_{m,d} \quad (4.18)$$

On constate donc que pour obtenir les équations de J_{add} , il faut multiplier chaque membre de 4.12 par $\Omega_{m,d}$:

$$\left(\frac{d}{ds} + \Sigma_{i_k}^g \right) \varphi_{ad}^{g,pm}(T_k(s)) \Omega_{m,d} = Q_{3,i_k}^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \quad (4.19)$$

Posons :

$$J_{add}^{g,pm}(T_k(s)) = \varphi_{ad}^{g,pm}(T_k(s)) \Omega_{m,d} \quad (4.20)$$

L'équation 4.19 devient :

$$\left(\frac{d}{ds} + \Sigma_{i_k}^g \right) J_{add}^{g,pm}(T_k(s)) = Q_{3,i_k}^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \quad (4.21)$$

En résolvant par MoC, les courants sortants et moyens sur chaque segment sont :

$$J_{add,k}^{g,pm} = J_{add,k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{3,i_k}^g C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \quad (4.22)$$

$$L_k \bar{J}_{add,k}^{g,pm} = J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g + Q_{3,i_k}^g D_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \quad (4.23)$$

Les $J_{add,i}^g$ s'écrivent :

$$J_{add,i}^g = \frac{1}{V_i} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k \bar{J}_{add,k}^{g,pm} \quad (4.24)$$

Ce qui correspond à l'équation 4.17.

Notons que les quantités $L_k \bar{J}_{add,k}^{g,pm}$ serviront notamment à calculer les termes X_i, Y_i et Z_i de la source $Q_{2,i}^g$.

4.3 Stratégies de convergence

Dans cette section, nous allons détailler les modifications qui sont apportées aux équations de TIBÈRE-MoC dans le but d'obtenir une convergence plus rapide du calcul qui sera effectué dans DRAGON.

4.3.1 Diffusion dans le même groupe

Une des stratégies mises en oeuvre afin d'accélérer la convergence des itérations dans DRAGON consiste à soustraire le terme de diffusion dans le même groupe (« self-scattering reduction ») du terme de source. Elle sera davantage détaillée au chapitre 5. Ici, nous nous contentons de présenter les équations.

Pour la composante réelle du flux, l'équation 4.2 devient :

$$\left(\frac{d}{ds} + \Sigma_{i_k}^g\right)\varphi_s^{g,pm}(T_k(s)) - \frac{1}{4\pi}\Sigma_{s0,i_k}^{g\leftarrow g}\varphi_{s,i}^g = Q_{i_k}^{\diamond,g} \quad (4.25)$$

où la source sans la diffusion dans le même groupe s'écrit :

$$Q_{i_k}^{\diamond,g} = \frac{1}{4\pi} \left(\sum_{h \neq g} \Sigma_{s0,i}^{g\leftarrow h} + \frac{\chi^g \nu \Sigma_f^h}{k_{\text{eff}}} \right) \varphi_{s,i}^h - \frac{1}{4\pi} (B_x^2 X_i^g + B_y^2 Y_i^g + B_z^2 Z_i^g) \quad (4.26)$$

Pour les composantes du courant imaginaire, l'équation 4.21 devient :

$$\left(\frac{d}{ds} + \Sigma_{i_k}^g\right) J_{add}^{g,pm}(T_k(s)) = \left(Q_{3,i_k}^{\diamond,g} + \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \Sigma_{s1,i_k}^{g\leftarrow g} J_{add,i}^g \right) * 3(\Omega_{m,d})^2 \quad (4.27)$$

où la source s'écrit :

$$Q_{3,i_k}^{\diamond,g} = \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left[\sum_{h \neq g} \hat{\Sigma}_{1,i_k}^{g \leftarrow h} J_{add,i}^h + \frac{\varphi_{s,i}^g}{3} \right] \quad (4.28)$$

En posant que :

$$\frac{1}{\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \Sigma_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g = \frac{1 - \gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]}{\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \Sigma_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g + \Sigma_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g \quad (4.29)$$

L'équation finale à résoudre est la suivante :

$$\left(\frac{d}{ds} + \Sigma_{i_k}^g \right) J_{add}^{g,pm}(T_k(s)) - \frac{1}{4\pi} \Sigma_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g * \mathfrak{Z}(\Omega_{m,d})^2 = \left(Q_{3,i_k}^{\diamond,g*} \right) * \mathfrak{Z}(\Omega_{m,d})^2 \quad (4.30)$$

où la source $Q_{3,i}^{\diamond,g*}$ est :

$$Q_{3,i}^{\diamond,g*} = \frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left[\sum_{h \neq g} \hat{\Sigma}_{1,i_k}^{g \leftarrow h} J_{add,i}^h + (1 - \gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]) \Sigma_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g + \frac{\varphi_{s,i}^g}{3} \right] \quad (4.31)$$

4.3.2 Calcul des \mathcal{P}_{ii}

L'intégration directe des équations 4.3 et 4.4 peut s'avérer coûteuse en temps de calcul, c'est pourquoi une technique basée sur le calcul de probabilités d'une région dans elle-même (« self-collision factors ») a été introduite [Hébert, 2009]. Il ne faut pas confondre ces quantités notées \mathcal{P}_{ii} avec les probabilités de collisions de la méthode des CP présentées à la section 2.2. Afin d'obtenir ces facteurs, on substitue l'équation 4.4 dans l'équation 4.6 et on remplace les volumes par l'équation 2.70 :

$$\varphi_{s,i}^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega_m} \delta_{i_k} (\varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g + Q_{i_k}^g D_k^g)}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega_m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.32)$$

où

$$Q_{i_k}^g = Q_{1,i_k}^g + Q_{2,i_k}^g \quad (4.33)$$

En réarrangeant les termes on obtient :

$$\varphi_{s,i}^g = \mathcal{P}_{ii}^g Q_{i_k}^g + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.34)$$

où on définit :

$$\mathcal{P}_{ii}^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} D_k^g}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.35)$$

Cette stratégie d'intégration de MoC peut être davantage simplifiée en soustrayant comme à la section précédente la diffusion pour un même groupe d'énergie :

$$\varphi_{s,i}^g = \mathcal{P}_{ii}^g \left(Q_{i_k}^{\diamond,g} + \frac{1}{4\pi} \sum_{s_0,i_k}^{g \leftarrow g} \varphi_{s,i}^g \right) + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.36)$$

$$\varphi_{s,i}^g - \frac{1}{4\pi} \sum_{s_0,i_k}^{g \leftarrow g} \varphi_{s,i}^g \mathcal{P}_{ii}^g = \mathcal{P}_{ii}^g Q_{i_k}^{\diamond,g} + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} L_k} \quad (4.37)$$

$$\varphi_{s,i}^g \left(1 - \frac{1}{4\pi} \sum_{s0,i_k}^{g \leftarrow g} \mathcal{P}_{ii}^g \right) = \mathcal{P}_{ii}^g Q_{i_k}^{\diamond,g} + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.38)$$

L'équation finale à résoudre est donc :

$$\varphi_{s,i}^g = \frac{1}{\left(1 - \frac{1}{4\pi} \sum_{s0,i_k}^{g \leftarrow g} \mathcal{P}_{ii}^g \right)} \left(\mathcal{P}_{ii}^g Q_{i_k}^{\diamond,g} + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \right) \quad (4.39)$$

Ce qui correspond à l'équation obtenue par Hébert [2009] pour la résolution du flux par calcul des \mathcal{P}_{ii} . La source $Q_{i_k}^{\diamond,g}$ est donnée par l'équation 4.26.

4.3.3 Calcul des $P_{ii,d}$

Appliquons les mêmes étapes que pour le flux réel aux composantes du courant imaginaire. On substitue donc l'équation 4.23 dans l'équation 4.24 et on remplace les volumes par l'équation 2.70 :

$$J_{add,i}^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} (J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g + Q_{3,i_k}^g D_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2)}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.40)$$

en réarrageant les termes on obtient :

$$J_{add,i}^g = \mathcal{P}_{ii,d}^g Q_{3,i_k}^g + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.41)$$

où on définit les nouveaux facteurs directionnels $\mathcal{P}_{ii,d}$:

$$\mathcal{P}_{ii,d}^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} D_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.42)$$

En retirant la diffusion dans le même groupe de la source Q_{3,i_k}^g , l'équation 4.41 s'écrit :

$$J_{add,i}^g = \mathcal{P}_{ii,d}^g \left(Q_{3,i_k}^{\diamond,g*} + \frac{1}{4\pi} \sum_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g \right) + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.43)$$

$$J_{add,i}^g - \frac{1}{4\pi} \mathcal{P}_{ii,d}^g \sum_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g = \mathcal{P}_{ii,d} Q_{3,i_k}^{\diamond,g*} + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.44)$$

Ce qui donne au final :

$$J_{add,i}^g = \frac{1}{1 - \frac{1}{4\pi} \mathcal{P}_{ii,d}^g \sum_{s1,i_k}^{g \leftarrow g}} \left[\mathcal{P}_{ii,d} Q_{3,i_k}^{\diamond,g*} + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \right] \quad (4.45)$$

où la source $Q_{3,i_k}^{\diamond,g*}$ est donnée par l'équation 4.31.

4.3.4 Calcul des P_{ii,D_i}

Les termes X_i, Y_i, Z_i apparaissant dans le 3e terme source de l'équation du flux réel (voir 4.9) sont calculés à partir des produits $\bar{J}_{add,k}^{g,pm} * (\Omega_{m,d})^2$. Afin d'accélérer la convergence de ces calculs, on procède aux mêmes étapes que pour le flux soit remplacer les $\bar{J}_{add,k}^{g,pm}$ dans 4.9 par leur expression dans 4.23. Pour X_i on aura :

$$X_i^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k (J_{axx,k-1}^{g,pm} C_k^g + Q_{3,i_k}^g D_k^g) * 3(\Omega_{m,x})^2}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.46)$$

En réarrangeant les termes on obtient :

$$X_i^g = \mathcal{P}_{ii,X_i}^g Q_{3,i_k}^g + \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g * 3(\Omega_{m,x})^2}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.47)$$

où un nouveau facteur \mathcal{P}_{ii,X_i}^g est défini :

$$\mathcal{P}_{ii,X_i}^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} D_k^g * 9(\Omega_{m,x})^4}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.48)$$

On obtient de la même façon :

$$\mathcal{P}_{ii,Y_i}^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} D_k^g * 9(\Omega_{m,y})^4}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.49)$$

$$\mathcal{P}_{ii, Z_i}^g = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} D_k^g * 9(\Omega_{m,z})^4}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \sum_{k=1}^K \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \delta_{i_k} L_k} \quad (4.50)$$

CHAPITRE 5 IMPLANTATION DE TIBÈRE-MOC DANS DRAGON

Un des objectifs de ce projet est d’implanter le modèle généralisé B_1 hétérogène TIBÈRE dans DRAGON pour une résolution par la méthode des caractéristiques (MoC). Le présent chapitre traite des étapes permettant de réaliser cette implantation dans la version 5 du code [Marleau et al., 2013].

5.1 Le code DRAGON

Le code DRAGON, conçu et développé à l’Institut de Génie Nucléaire (IGN) de Polytechnique Montréal, est un code de réseau qui permet de simuler à la fois le comportement des neutrons dans une cellule unitaire mais également dans un assemblage de combustible.

5.1.1 Description générale

DRAGON contient une collection de sous-routines écrites en FORTRAN qui peuvent être appellées successivement. Elles sont généralement classifiées et regroupées au sein d’un même module qui lui est appelé directement dans le programme principal du code. On compte plus de 35 modules indépendants (rectangles gris sur la figure 5.1) permettant chacun d’accomplir une tâche spécifique au sein du calcul de réseau. Voici une description sommaire des modules qui ont été modifiés lors de l’implantation de TIBÈRE-MoC :

MCCGT : Appelé juste après les modules **NXT** ou **EXCELT**, il permet d’adapter les informations générées par le « tracking » à la méthode MoC. Il prend également en entrée les options de calcul qui sont ensuite récupérées par la routine **MCCGF** du module **FLU**.

ASM : Il s’agit du module d’assemblage des matrices de probabilités de collision (pour CP) ou de préconditionnement (pour MoC) qui sont requises pour **FLU**.

FLU : Ce module est appelé par l’utilisateur afin de procéder à la résolution de l’équation de transport pour le flux multigroupe.

EDI : Il s’agit du module qui permet d’homogénéiser et condenser les propriétés nucléaires du calcul de transport. Il permet notamment d’obtenir les coefficients de fuites qui serviront au calcul de coeur.

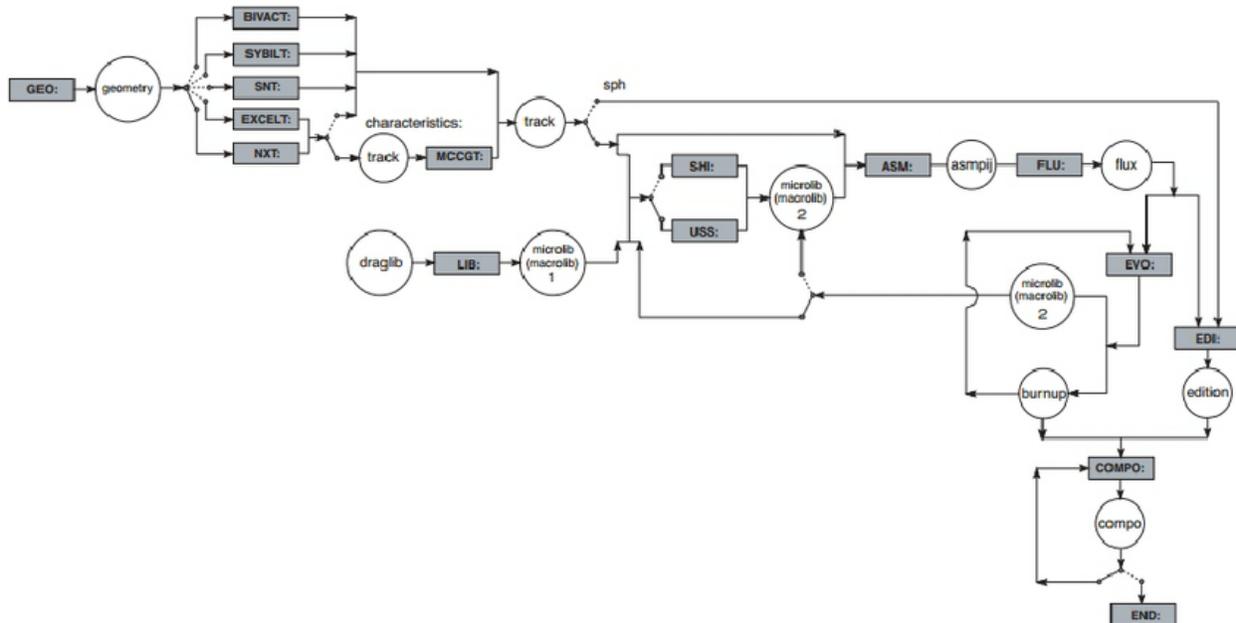


Figure 5.1 Sequence d'appels de modules dans DRAGON-5. Source [Hébert, 2009]

La liaison ainsi que l'échange d'informations entre les modules d'exécution de DRAGON sont assurées par des structures de données bien définies (Marleau [2002]; Hébert et al. [2014]; Hébert et al. [2019]). Ces structures sont l'équivalent pour DRAGON des répertoires UNIX qui peuvent contenir soit des enregistrements (fichiers UNIX) ou des sous-répertoires (dossiers UNIX). Elles peuvent être stockées directement en mémoire (structures de type LINKED_LIST) ou encore dans des fichiers binaires (structures de type XSM_FILE) accessibles via les utilitaires LCM présents dans la bibliothèque GANLIB du « GAN generalized driver » [Hébert and Roy, 2018]. Les structures de données sont généralement créées ou modifiées par un des modules de DRAGON. Elles sont organisées sous la forme d'un répertoire principal identifié par une signature qui indique le type d'informations qui y est stockée. Par exemple, les modules cités plus hauts créent ou modifient les structures de données ayant les signatures suivantes au sein de leur répertoire principal (1er niveau hiérarchique de la structure de données) :

```

MCCGT → L_TRACK
ASM → L_PIJ
FLU → L_FLUX
EDI → L_EDIT

```

Si la structure de données se trouve dans une `LINKED_LIST`, l'adresse mémoire où elle se situe est associée à un élément du vecteur `KENTRY`, clé d'accès propre à chaque module DRAGON. L'accès aux enregistrements du répertoire principal et des sous-répertoires qu'il contient est alors possible en définissant des pointeurs et en utilisant les utilitaires LCM appropriés.

5.1.2 Options de calcul pour MoC dans DRAGON-5

La méthode MoC implantée au sein du module FLU présente plusieurs options servant à contrôler l'algorithme de résolution des itérations internes pour le flux multigroupe. Le tableau 5.1 tiré de Marleau et al. [2013] présente les options à spécifier dans `MCCGT` :

Tableau 5.1 Structure (`descmccg`)

```

[ EDIT iprint ]
[ { LCMD | OPP1 | OGAU | GAUS | DGAU | CACA | CACB } [ nmu ] ]
{ DIFC { NONE | DIAG | FULL | ILUO } [ TMT ] [ LEXA ]
  |
  [ [ AAC iaca { NONE | DIAG | FULL | ILUO } [ TMT ] ] [ SCR isr ] [ LEXA ] ]
  [ KRYL ikryl ]
  [ MCU imcu ]
  [ HDD xhdd ]
  [ { SC | LDC } ]
  [ LEXF ]
  [ STIS istis ]

```

continued on next page

```

}
  [ MAXI nmaxi ]
  [ EPSI xepsi ]
  [ ADJ ]
;

```

Les principaux choix suivants s'offrent à l'utilisateur ¹ :

1. Le type de « tracking » :

On distingue le « tracking » cyclique (2-D seulement) du « tracking » non cyclique (2-D et 3-D) qui représentent chacun un type de condition aux frontières du domaine (voir section 2.3.4). Plus précisément, le « tracking » cyclique fait intervenir des conditions de réflexion spéculaire (option *TSPC* à spécifier dans *NXT* ou *EXCELT*) tandis que pour le « tracking » non-cyclique il s'agit de conditions isotropes (option *TISO* de *NXT* ou *EXCELT*).

2. Le type de schéma pour le terme source :

Plusieurs schémas d'intégration spatiale le long d'une trajectoire sont disponibles :

— Schéma « Step characteristics » (*HDD xhdd SC* avec $xhdd = 0$) :

Il s'agit ici de l'hypothèse la plus couramment utilisée qui stipule que le terme source est constant sur chaque segment de la ligne caractéristique. C'est le schéma sur lequel se base ce projet (voir section 2.3.3).

— Schéma « Diamond differencing » (*HDD xhdd SC* avec $xhdd > 0$) :

Le schéma diamant utilisé pour la méthode aux ordonnées discrètes et la méthode MoC [Suslov, 1993] se base sur la définition suivante du flux moyen sur chaque segment k :

$$\bar{\phi}_k^{pm} = \frac{\phi_k^{pm} + \phi_{k-1}^{pm}}{2} \quad (5.1)$$

1. Cette liste n'est pas exhaustive. Une description complète peut être trouvée dans Marleau et al. [2013]

et conduit à des relations similaires aux équations 2.92 et 2.93 mais avec des coefficients 2.94, 2.95 et 2.96 définis comme :

$$A_k^{DD} = \frac{2 - \tau_k}{2 + \tau_k} \quad (5.2)$$

$$C_k^{DD} = \frac{2L_k}{2 + \tau_k} \quad (5.3)$$

$$D_k^{DD} = \frac{L_k^2}{2 + \tau_k} \quad (5.4)$$

Dans plusieurs cas pratiques, ce schéma s'avère plus précis que le schéma SC mais il n'en demeure pas moins qu'il est moins répandu que ce dernier.

— Schéma « Linear characteristics » (HDD $xhdd$ LDC avec $xhdd = 0$) :

Le schéma linéaire discontinu se base sur l'hypothèse selon laquelle la source varie linéairement dans chaque région tel que :

$$Q_k(s) = \bar{Q}_k + (s - \frac{L}{2}) \quad (5.5)$$

De ce fait, les équations 2.92 et 2.93 s'écrivent :

$$Q_k^1 \phi_k^{pm} = \phi_{k-1}^{pm} A_k^{SC} + (Q_{i_k} + Q_k^1 C_k^{LC}) C_k^{SC} \quad (5.6)$$

$$\bar{\phi}_k^{pm} = \phi_{k-1}^{pm} \frac{C_k^{SC}}{L_k} + Q_{i_k} \frac{D_k^{SC}}{L_k} + Q_k^1 D_k^{LC} \quad (5.7)$$

La manière de définir la pente Q_k^1 mène à différents schémas notamment le schéma SLC « Simplified Linear characteristics » développé par Le Tellier and Hébert [2006]. Les schémas linéaires permettent généralement une meilleure représentation spatiale du flux, de sorte que la discrétisation peut être plus grossière, et permettent d'avoir de meilleurs temps de calcul.

— Schéma « Diamond Differencing linear » (HDD $xhdd$ LDC avec $xhdd > 0$) : Il s'agit d'un schéma similaire à la méthode DD, mais pour une source linéaire.

3. Le type de schéma d'intégration du flux sur le « tracking » :

— Résolution avec calcul de \mathcal{P}_{ii}^g (STIS $istis$ avec $istis = 1$) :

Comme il a été mentionné à la section 4.3.2, l'intégration du flux peut être optimisée en calculant des « self-collision factors ». Ces quantités ne sont rien d'autres

que les probabilités de collision d'une région dans elle-même mais adaptées à la méthode MoC. La résolution par cette méthode permet d'accélérer la convergence des calculs et d'améliorer la stabilité numérique [Le Tellier, 2007].

- Résolution directe, sans calcul de \mathcal{P}_{ii}^g (*STIS istis* avec *istis* = 0) :
 Cette option désactive le calcul des \mathcal{P}_{ii}^g et permet une résolution directe des équations 2.92 et 2.93. Elle présente une convergence beaucoup plus lente des résultats.
- Résolution avec une approche de type MOCC/MCI (*STIS istis* avec *istis* = -1) :
 Cette approche peu coûteuse en temps de calcul n'effectue pas de traitement asymptotique pour les faibles parcours optiques (i.e. lorsque la section efficace totale avoisine 0) contrairement aux deux autres. Des détails sont donnés dans Le Tellier [2007].

4. Le type de calcul des coefficients :

Quelque soit la stratégie d'intégration employée, la méthode MoC nécessite le calcul de nombreuses exponentielles ce qui peut être coûteux en temps de calcul. L'utilisateur a donc le choix de calculer les coefficients 2.94, 2.95 et 2.96 de manière exacte (option *LEXF*) ou d'avoir recours à des tables d'exponentielles précalculées (option par défaut). Cette dernière technique s'avère généralement plus efficace.

5. Le choix des méthodes d'accélération :

Finalement, la méthode MoC étant basée sur un processus itératif pour lequel la convergence peut être lente, il est nécessaire d'avoir recours à des techniques d'accélération de manière à augmenter la vitesse de convergence. Ces méthodes sont classées en deux principales catégories à savoir les méthodes **synthétiques** et les méthodes **itératives**.

Parmi les méthodes synthétiques, on s'intéressera particulièrement à la méthode ACA (« Algebraic Collapsing Acceleration ») implantée dans DRAGON par Le Tellier [2007] qui corrige les flux scalaires ainsi que les courants de surface (si le « tracking » est non-cyclique). Elle peut servir de préconditionnement (option *AAC* avec *iaca* > 0) des itérations internes ou être utilisée comme seul algorithme de résolution de l'équation de transport (option *DIFC*). Mentionnons également la méthode synthétique SCR pour « Self collision rebalancing » (option *SCR* avec *iscr* > 0) également disponible comme préconditionnement qui permet d'accélérer le calcul des moments du flux anisotropes. Afin de tirer profit des deux méthodes notamment pour les cas de diffusion

anisotropes, il est possible de combiner ACA et SCR en un schéma à 3 niveaux. Cependant comme le montre Le Tellier [2007] ce schéma devient peu performant lorsque le nombre de régions augmente. Mentionnons également que la méthode ACA peut être combinée à une procédure dite de « Track Merging Technique » avec l'option TMT .

Pour mener à bien les itérations internes, un schéma de type Richardson peut être employé (option KRYL avec $ikryl = 0$). Il est possible toutefois de le remplacer avantageusement par des méthodes d'accélération itératives notamment la méthode de Krylov GMRES (« Generalized Minimal RESidual ») (option KRYL avec $ikryl > 0$). Étant compatible à la fois avec ACA et SCR, il est possible de l'employer avec l'une et/ou l'autre de ces types de préconditionnement. Selon des études menées par Le Tellier [2007], pour un milieu fortement hétérogène, le choix optimal est de combiner GMRES et ACA. Finalement, l'option LEXA force l'utilisation d'exponentielles exactes pour le calcul des matrices de préconditionnement.

Parmi les autres méthodes itératives disponibles, mentionnons Bi-CGSTAB qui est une autre méthode de Krylov (option KRYL avec $ikryl < 0$).

Dans le cadre de ce projet, l'implantation des modèles TIBÈRE1 (« tracking » cyclique avec conditions aux frontières spéculaires en 2-D) et TIBÈRE2 (« tracking » non-cyclique avec conditions aux frontières quasi-isotropes en 2-D et 3-D) a été réalisée dans DRAGON. On s'est intéressé au schéma SC avec et sans calcul des facteurs \mathcal{P}_{ii}^g pour des cellules et assemblages 2-D (TIBÈRE1 et 2) et 3-D (TIBÈRE2 seulement).

5.2 Implantation dans FLU

Le module FLU de DRAGON est appelé par l'utilisateur afin de procéder à la résolution de l'équation de transport pour le flux multigroupe. C'est dans ce module que l'on spécifie le type de solution recherchée (problème à source ou problème à valeur propre). Dans le cas présent, il s'agit d'un problème à valeur propre avec recherche du laplacien critique B^2 (« critical buckling search ») et k_{eff} imposé généralement à 1 bien qu'une autre valeur peut être imposée. Comme pour TIBÈRE-CP, il faut spécifier « TYPE B B1 HETE » lors de l'appel du module.

5.2.1 Algorithme de résolution de TIBÈRE-MoC

La routine FLU2DR est celle qui gère les itérations externes, internes et multigroupes (voir section 2.3.5). La boucle interne, propre à la méthode MoC, effectue le balayage complet de toutes les lignes caractéristiques pour calculer les flux et les courants. La figure 5.2 présente l'algorithme général de résolution pour le modèle TIBÈRE-MoC. Afin de permettre la résolution des quatre équations au sein de la boucle interne, l'option JDIR a été ajoutée :

$$\begin{aligned}
 \text{JDIR} = 0 &\rightarrow \text{Calcul de } \varphi_{s,i}^g \\
 \text{JDIR} = 1 &\rightarrow \text{Calcul de } J_{axx,i}^g \\
 \text{JDIR} = 2 &\rightarrow \text{Calcul de } J_{ayy,i}^g \\
 \text{JDIR} = 3 &\rightarrow \text{Calcul de } J_{azz,i}^g
 \end{aligned} \tag{5.8}$$

La routine FLU2DR² appelle FLUDBV qui effectue les itérations internes multigroupes pour MoC en tenant compte des fuites. Il est à noter que contrairement à la méthode des CP qui utilise un schéma de Gauss-Seidel (approche scalaire), une approche de résolution vectorielle est utilisée pour MoC (schéma de Jacobi). Cette méthode permet de combiner les itérations internes et multigroupes (Wu and Roy [2003]), de sorte que le fichier de « tracking » n'est lu qu'une seule fois pour tous les groupes. La routine MCCGF³ est celle qui résout l'équation de transport à un seul groupe pour MoC. Que ce soit pour l'équation du flux réel ou des composantes du courant imaginaire, les nouveaux flux à l'itération j sont évalués à partir des sources de l'itération $j-1$. Un test de convergence est effectué à la fin de chaque boucle. Après chaque itération interne, on vérifie que les flux scalaires multigroupes régionaux convergent selon un critère ϵ_1 spécifié au départ :

$$\max_{i,g} \left(\frac{|\Phi_i^g(j) - \Phi_i^g(j-1)|}{|\Phi_i^g(j)|} \right) \leq \epsilon_1 \tag{5.9}$$

Pour un « tracking » non-cyclique, on vérifie également la convergence des courants de surface après chaque itération interne. Si la convergence spatiale et multigroupe est atteinte, on effectue un test de convergence à l'externe pour le laplacien critique et les flux scalaires.

2. voir annexe B pour la séquence des routines de FLU.

3. voir annexe B pour la séquence des routines de MCCGF.

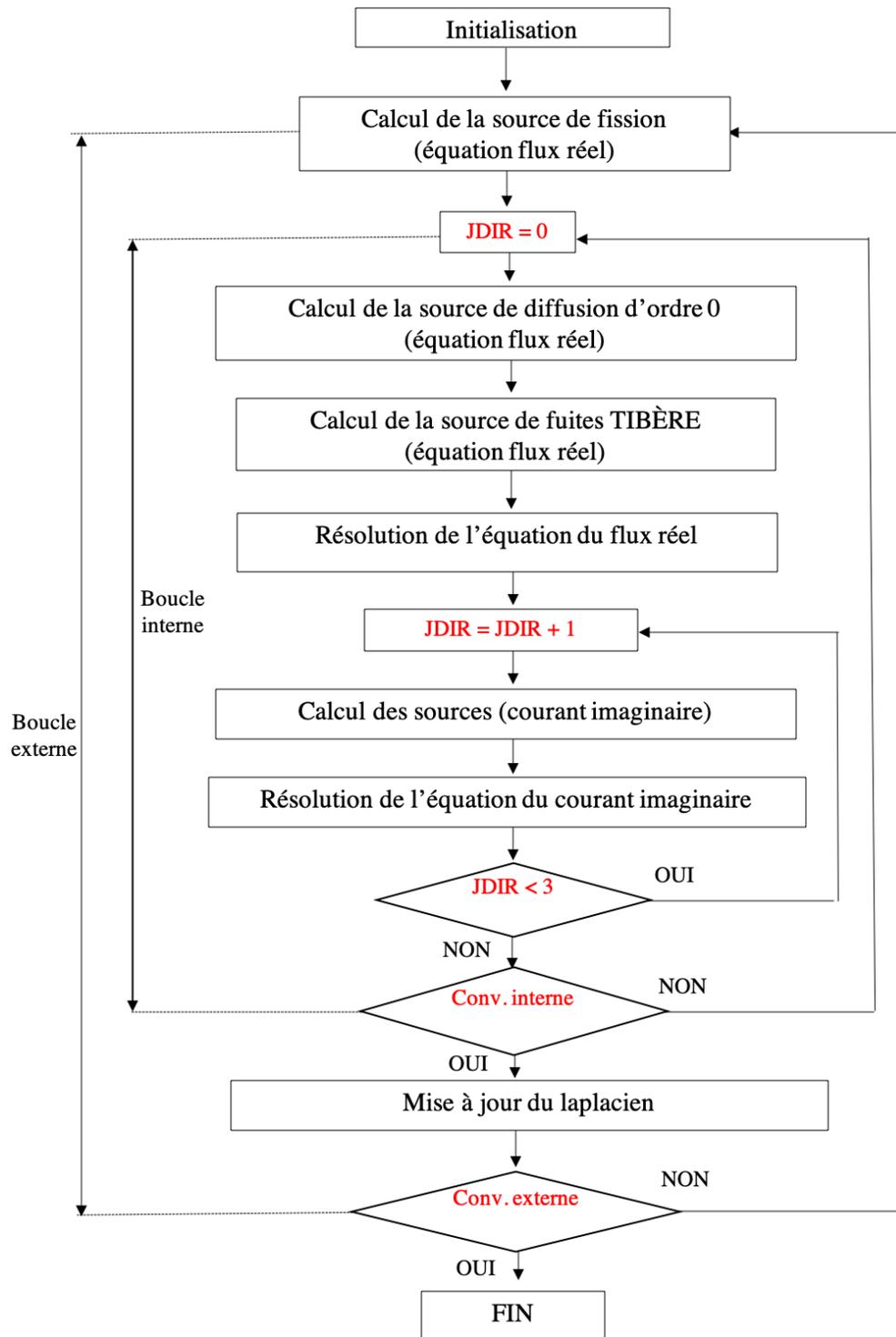


Figure 5.2 Algorithme de résolution de TIBÈRE-MoC

Plus précisément, à chaque itération externe h :

→ On calcule $B^2(h)$ et on compare avec $B^2(h - 1)$

→ On calcule $\Phi_i^g(h)$ et on compare avec $\Phi_i^g(h - 1)$

5.2.2 Matrices FUNKNOWN et SUNKNOWN

Afin d’implanter les équations du modèle TIBÈRE-MoC dans DRAGON, il faut tout d’abord ajouter les sources des équations 4.2 et 4.27 au niveau de la boucle interne excepté la source de fission qui est calculée à l’externe. Dans FLU, deux matrices sont utilisées pour stocker les informations. La matrice multigroupe SUNKNOWN (l’appellation peut différer d’une routine à l’autre) permet de stocker les sources pour les flux (et courants imaginaires) ainsi que les sources pour les courants de surface (s’il y a lieu). La matrice FUNKNOWN permet quant à elle de stocker les flux scalaires (et composantes du courant) moyens par régions ainsi que les courants de surface (s’il y a lieu). Ces deux matrices sont de taille $(N_{\text{UNK}} \times N_{\text{gr}})$ avec $N_{\text{UNK}} = N_{\text{reg}} + N_{\text{surf}}$ où N_{UNK} est le nombre d’inconnues, N_{reg} est le nombre de régions, N_{surf} est le nombre de surfaces et N_{gr} est le nombre de groupes.

La première étape de l’implantation consiste à allouer de l’espace supplémentaire à FUNKNOWN afin de stocker les X_i^g , Y_i^g et Z_i^g de la source de fuites TIBÈRE en plus des courants imaginaires. Pour cela, on ajoute une option dans FLU pour TIBÈRE-MoC où l’on multiplie le nombre d’inconnues par 8.

Exemple :

Pour un problème à 138 régions et 7 surfaces, on a donc au départ $N_{\text{UNK}} = 145$ (pour un « tracking » non-cyclique). Le module FLU effectue la multiplication par 8 ce qui donne des matrices FUNKNOWN et SUNKNOWN de 1160 inconnues par groupe.

La description des espaces alloués dans FUNKNOWN sera davantage discutée dans la section suivante lors de l’implantation de la source de fuites TIBÈRE .

5.2.3 Sources pour la composante réelle du flux

Comme pour ECCO-MoC, les équations de TIBÈRE-MoC sont implantées dans DRAGON-5 avec retrait du terme de diffusion dans le même groupe (« self-scattering reduction »). Les sources sont ajoutées au sein de la boucle de résolution appropriée selon la figure 5.2.

1. Le premier terme de l'équation 4.26 est la source de diffusion d'ordre 0 qui intervient au niveau de la boucle interne.

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{h \neq g} \Sigma_{s0,i}^{g \leftarrow h} \varphi_{s,i}^h \rightarrow \text{FLU2DR} \quad (5.10)$$

2. Le second terme de l'équation 4.26 est la source de fission. Cette source est implantée au sein de la routine FLU2DR au niveau de la boucle externe :

$$\frac{1}{4\pi} \sum_h \frac{\chi^g \nu \Sigma_f^h}{k_{\text{eff}}} \varphi_{s,i}^h \rightarrow \text{FLU2DR} \quad (5.11)$$

3. La troisième source de l'équation 4.26 provient des fuites hétérogènes TIBÈRE. Nous l'avons implantée au niveau de la boucle interne en ajoutant une nouvelle option dans le module FLUDBV qui gère les modèles de fuites pour MoC :

$$\frac{-3}{4\pi} (B_x^2 X_i^g + B_y^2 Y_i^g + B_z^2 Z_i^g) \rightarrow \text{FLUDBV} \quad (5.12)$$

L'ajout de cette source dans le code nécessite le stockage des termes X_i^g , Y_i^g et Z_i^g dans la matrice FUNKNOWN. Pour ce faire, on calcule les indices (INDC) qui sont alloués pour ces termes :

$$\begin{aligned} \text{INDC}(1) &= \frac{3 * N_{\text{UNK}}}{8} + \text{IND pour } X_i^g \\ \text{INDC}(2) &= \frac{5 * N_{\text{UNK}}}{8} + \text{IND pour } Y_i^g \\ \text{INDC}(3) &= \frac{7 * N_{\text{UNK}}}{8} + \text{IND pour } Z_i^g \end{aligned}$$

où $\text{IND} = \{1, 2, 3, \dots, N_{\text{reg}}\}$.

Reprenons l'exemple précédent à 1160 inconnues, on aura :

$$\begin{aligned} \text{INDC}(1) &= \frac{3 * 1160}{8} + \text{IND} = 436 + \text{IND pour } X_i^g \\ \text{INDC}(2) &= \frac{5 * 1160}{8} + \text{IND} = 726 + \text{IND pour } Y_i^g \\ \text{INDC}(3) &= \frac{7 * 1160}{8} + \text{IND} = 1016 + \text{IND pour } Z_i^g \end{aligned}$$

Donc X_i^g occupe les espaces allant de 436 à 573, Y_i^g de 726 à 863 et Z_i^g de 1016 à 1153 (tableau 5.2).

Tableau 5.2 Liste des indices attribués dans la matrice FUNKNOWN pour 1160 inconnues

Indices	1-138	139-145	146-290	291-428	429-435	436-573	574-580	581-718
Nbr de valeurs	138	7	144	138	7	138	7	138
Contenu	Flux $\varphi_{s,i}^g$	Courants d'interface	0	Courants $\mathbf{J}_{\text{axx},i}^g$	Courants d'interface	\mathbf{X}_i^g	0	Courants $\mathbf{J}_{\text{ayy},i}^g$
Indices	719-725	726-863	864-870	871-1008	1009-1015	1016-1153	1154-1160	
Nbr de valeurs	7	138	7	138	7	138	7	
Contenu	Courants d'interface	\mathbf{Y}_i^g	0	Courants $\mathbf{J}_{\text{azz},i}^g$	Courants d'interface	\mathbf{Z}_i^g	0	

Dans le cas du « tracking » cyclique, les termes de courants de surface peuvent être éliminés de la matrice FUNKDOWN. On a alors des matrices à 1104 inconnues.

4. La source de diffusion dans le même groupe est également ajoutée dans le code au niveau de la routine MCGFCS appelée juste avant la résolution ligne par ligne :

$$\frac{1}{4\pi} \sum_g \Sigma_{s0,i}^{g \leftarrow g} \varphi_{s,i}^g \rightarrow \text{MCGFCS} \quad (5.13)$$

À chaque itération externe h , cette source est calculée avec le nouveau flux puis ajoutée à l'ancienne source avant d'effectuer un nouveau calcul de flux :

$$Q_i^{\circ:g}(h-1) + \Sigma_{s0,i}^{g \leftarrow g} \varphi_{s,i}^g(h)$$

Il en est de même pour les équations des composantes du courant.

5.2.4 Sources pour les composantes du courant imaginaire

1. Les deux premiers termes de la source 4.31 sont liés à la diffusion d'ordre 1 et sont ajoutés dans FLU2DR :

$$\frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} (1 - \gamma^g) \Sigma_{s1,i}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g \rightarrow \text{FLU2DR} \quad (5.14)$$

$$\frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \sum_{h \neq g} \Sigma_{s1,i}^{g \leftarrow h} J_{add,i}^h \rightarrow \text{FLU2DR} \quad (5.15)$$

2. La correction permettant d'effectuer l'équivalence avec le modèle homogène est implantée dans FLUDBV :

$$\frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} (1 - \gamma^g) (\bar{\Sigma}_0^g - \Sigma_i^g) J_{add,i}^g \rightarrow \text{FLUDBV} \quad (5.16)$$

3. Le dernier terme de 4.31 est également ajouté dans FLUDBV :

$$\frac{1}{4\pi\gamma [B, \bar{\Sigma}_0^g]} \left(\frac{\varphi_{s,i}^g}{3} \right) \rightarrow \text{FLUDBV} \quad (5.17)$$

4. Comme pour l'équation du flux, la source de diffusion dans un même groupe est ajoutée dans MCGFCS :

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{s1,i_k}^{g \leftarrow g} J_{add,i}^g \rightarrow \text{MCGFCS} \quad (5.18)$$

5.3 Calcul des composantes de la direction Ω

Une des étapes importantes dans le processus d'implantation consiste à calculer les composantes $\Omega_{m,d}$ de la direction Ω_m pour chaque ligne caractéristique. Ce calcul diffère dépendamment si la géométrie est définie en 2-D ou en 3-D.

5.3.1 Géométrie 2-D

On considère ici une géométrie non structurée dans le plan $X - Y$, infinie et uniforme selon l'axe Z . Ce type de géométrie est généralement utilisé dans les codes de réseau. L'angle polaire θ permet de définir le cosinus directeur $\mu = \cos \theta$ selon l'axe Z (figure 2.1). La direction de la particule est alors donnée par l'équation 2.1.

L'intégration sur θ est possible en prenant la projection des libres parcours moyens des particules dans le plan $X - Y$. Étant donné que la résolution avec MoC requiert des caractéristiques définies dans l'espace, le « tracking » se décompose en deux étapes. Une première étape, réalisée en 2-D par le même opérateur que pour la méthode des CP (avec EXCELT ou NXT) réalise une quadrature sur l'angle azimuthal ϕ sur $([0, 2\pi])$. En pratique, elle est construite par symétrie à partir de deux quadratures à N^ϕ points $(\phi_l, \omega_l^\phi)_{l \in [1, N^\phi]}$ sur $[0, \pi/2]$ et $[\pi/2, \pi]$ respectivement pour NXT et d'une quadrature à N^ϕ points sur $[0, \pi]$ pour EXCELT.

Plusieurs quadratures sont disponibles dans DRAGON, le choix doit être effectué judicieusement de façon à assurer la conservation des particules (voir la description des modules de

« tracking » dans Marleau et al. [2013]).

La seconde étape gérée par le module MCGT réalise une quadrature sur le cosinus de l'angle polaire μ sur $([-1,1])$. Elle est construite par symétrie à partir d'une quadrature à N^μ points $(\mu_n, \omega_n^\mu)_{n \in [1, N^\mu]}$ sur $[0, 1]$. Les longueurs des segments $L_k(\vec{T})$ en 3D sont calculées à partir des longueurs en 2-D par :

$$L_k(\vec{T}) = \frac{L_k(\vec{T}_{X-Y})}{\sqrt{1 - \mu^2}} \quad (5.19)$$

À partir de ces informations, le calcul numérique des directions Ω_m s'effectue en réalisant pour chaque ligne une boucle sur le cosinus de l'angle polaire. Ainsi, pour chaque μ_n et ϕ_l on aura :

$$\begin{aligned} \Omega_{m,x}(\mu_n) &= \sqrt{1 - (\mu_n)^2} \cos(\phi_l) \\ \Omega_{m,y}(\mu_n) &= \sqrt{1 - (\mu_n)^2} \sin(\phi_l) \\ \Omega_{m,z}(\mu_n) &= \mu_n \end{aligned} \quad (5.20)$$

Un nouveau poids pour la ligne est défini par $\omega_l^\phi * \omega_n^\mu$.

5.3.2 Géométrie 3-D

Lorsque la géométrie traitée est définie en trois dimensions, le « tracking » en 3-D est réalisé par EXCELT ou NXT qui génère les points et les poids en fonction du nombre d'angles spécifié par l'utilisateur. Les informations sont récupérées par MCGT et les composantes de la direction Ω_m sont calculées à partir des cosinus directeurs (figure 5.3).

L'information sur ces angles est lue directement du fichier de « tracking » généré par EXCELT ou NXT en 3-D. Pour chaque ligne, on aura :

$$\begin{aligned} \Omega_{m,x} &= \cos(\alpha_m) \\ \Omega_{m,y} &= \cos(\beta_m) \\ \Omega_{m,z} &= \cos(\theta_m) \end{aligned} \quad (5.21)$$

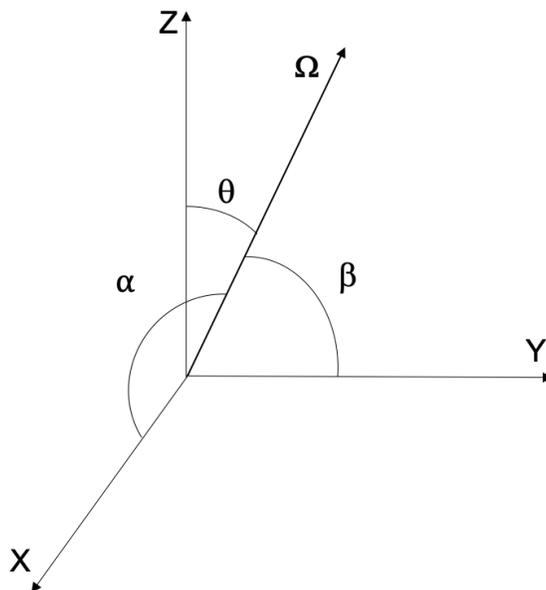


Figure 5.3 Cosinus directeurs de l'angle solide

Des détails sur les choix des quadratures en 2-D et en 3-D dans DRAGON sont disponibles dans Marleau et al. [2013].

5.4 Options de calcul : modifications apportées aux routines de MCCGF

Une fois que les sources sont implantées, la résolution par MoC s'effectue au sein de la routine MCCGF.

5.4.1 « Tracking » non-cyclique sans \mathcal{P}_{ii}^g

Comme il a été mentionné précédemment, le modèle TIBÈRE2 fait intervenir des conditions aux frontières quasi-isotropes. De ce fait, il est nécessaire de stocker dans la matrice FUNKNOWN les courants sortants pour chaque surface (voir tableau 5.2). Ces courants sont ensuite corrigés par les facteurs de forme comme on le verra plus loin.

Avec l'option STIS 0, la séquence d'appel de routines⁴ à partir de MCCGF pour le modèle TIBÈRE2-MoC est donnée à la figure 5.4 :

4. Les routines en rouge sont celles qui ont été modifiées.

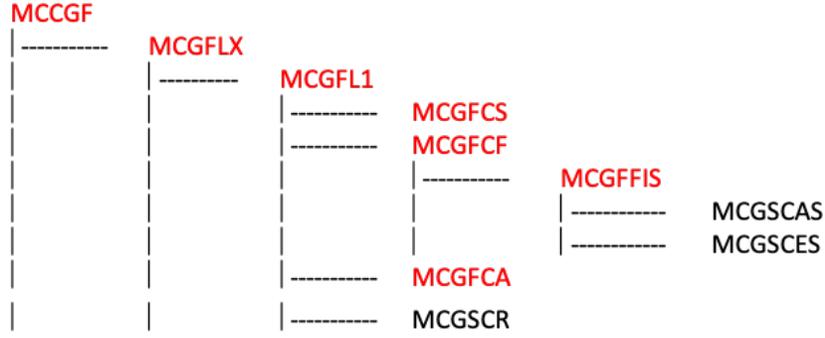


Figure 5.4 Routines appelées pour le « tracking » non-cyclique avec résolution directe

Rappelons les équations à résoudre sur chaque segment k :

Pour le flux réel

$$\begin{aligned} \varphi_{s,k}^{g,pm} &= \varphi_{s,k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{i_k}^g C_k^g \\ L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} &= \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g + Q_{i_k}^g D_k^g \end{aligned} \quad (5.22)$$

Pour les composantes du courant imaginaire

$$\begin{aligned} J_{add,k}^{g,pm} &= J_{add,k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{3,i_k}^g C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \\ L_k \bar{J}_{add,k}^{g,pm} &= J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g + Q_{3,i_k}^g D_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2, \quad d \in \{x, y, z\} \end{aligned} \quad (5.23)$$

À ces équations s'ajoutent celle du courant sortant ($\Phi_{\beta}^{g,+} = \varphi_{s,\beta}^{g,+}$ ou $J_{add,\beta}^{g,+}$) dans la direction positive :

$$\Phi_{\beta}^{g,+} = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^{\Pi}} \sum_{m=1}^{N^{\Omega}} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_{\beta}(\vec{r}_K, \vec{T}) \Phi_K^{g,pm}}{\sum_{p=1}^{N^{\Pi}} \sum_{m=1}^{N^{\Omega}} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_{\beta}(\vec{r}_K, \vec{T})} \quad (5.24)$$

où $\Phi_K^{g,pm}$ est le flux entrant du dernier segment (direction $-\hat{\Omega}_m$).

Dans la direction négative, le courant sortant est ($\Phi_\alpha^{g,+} = \varphi_{s,\alpha}^{g,+}$ ou $J_{add,\alpha}^{g,+}$)

$$\Phi_\alpha^{g,+} = \frac{4\pi \sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_\alpha(\vec{r}_0, \vec{T}) \Phi_0^{g,pm}}{\sum_{p=1}^{N^\Pi} \sum_{m=1}^{N^\Omega} \omega^{\Pi\Omega} \omega^{\Omega m} \chi_\alpha(\vec{r}_0, \vec{T})} \quad (5.25)$$

où $\Phi_0^{g,pm}$ est le flux entrant du premier segment.

Les flux réels et les composantes du courant moyens par région sont obtenus respectivement à partir des équations 4.6 et 4.24.

L'algorithme suivant résume les étapes réalisées par les routines mentionnées dans la figure 5.4 :

1. Récupérer les informations servant à la résolution par MoC (MCCGF).
2. Réaliser les étapes 3 à 15 jusqu'à l'atteinte du critère de convergence des itérations internes (MCGFLX).
3. Récupérer l'albedo et calculer les courants entrants⁵ stockés dans SUNKNOWN. Initialement, ces courants sont nuls (MCGFCS).
4. Calculer et ajouter la source de diffusion dans le même groupe (MCGFCS).
5. Récupérer l'information des facteurs de forme⁵ stockés dans le fichier de « tracking » (MCGFL1).

5. voir section 5.6.

6. Réaliser l'algorithme suivant (MCGFCF) :

```

if géométrie 2-D then
  for Toutes les lignes do
    lire la ligne;
    for Tous les mu do
      Calculer le carré des trois composantes de la direction Omega2(1),
      Omega2(2), Omega2(3) ;
      Calculer le poids ;
      for Tous les segments do
        | Calculer les longueurs de segments en 3D ;
      end
      for Tous les groupes non-convergés do
        | call MCGFFIS
      end
    end
  end
end

else if géométrie 3-D then
  for Toutes les lignes do
    lire la ligne;
    Calculer le carré des composantes de la direction Omega2(1), Omega2(2),
    Omega2(3) ;
    for Tous les groupes non-convergés do
      | call MCGFFIS
    end
  end
end

```

Algorithme 1 : Résolution de TIBÈRE2-MoC en 2-D et 3-D dans MCGFCF

7. Calculer les coefficients d'intégration à partir d'exponentielles tabulées MOCSCAS ou exactes MOCSCES selon ce qui est spécifié par l'utilisateur (MCGFFIS).
8. Pour chaque ligne caractéristique, réaliser les étapes 9 à 12 dans les deux directions de la ligne (MCGFFIS).
9. Calculer le courant entrant à la surface pour la direction positive : → Identifier l'indice IND1 de la surface croisée par le 1er segment. → Le courant entrant correspond à la source de cette surface (SUNKNOWN(IND1)) calculée dans MCGFCS.
10. Si $JDIR > 0$ corriger le courant entrant avec le facteur de forme ξ de cette surface.
11. Réaliser l'algorithme de résolution suivant sur chaque segment (équations 5.22 et

5.23) :

```

/* phi-0 (Jadd-0) pour le 1er segment correspond au courant entrant */
if JDIR=0 then
  for Chaque segment de ligne do
    Calculer phi-moyen pour le segment;
    Ajouter la contribution de phi-moyen au flux moyen par régions phi-reg;
    Calculer le prochain phi-in;
  end
else if JDIR≠0 then
  for Chaque segment de ligne do
    Calculer Jadd-moyen pour le segment;
    Ajouter la contribution de Jadd-moyen au courant moyen par régions Jadd-reg;
    Calculer le prochain Jadd-in;
    Calculer Xi ou Yi ou Zi avec les produits Jadd-moyen et Omega2(JDIR);
  end
end
end

```

Algorithme 2 : Résolution de TIBÈRE2-MoC sur chaque segment

12. Additionner le dernier phi-0 (ou Jadd-0) au courant sortant pour le dernier segment. Ce courant de surface est stocké dans FUNKNOWN.
13. Diviser phi-reg (ou Jadd-reg) et les termes Xi, Yi ou Zi par le volume de la région correspondante (MCGFL1).
14. Diviser les courants sortants par la surface correspondante (MCGFL1).
15. Accélérer par ACA (MCGFCA).

5.4.2 « Tracking » non-cyclique avec \mathcal{P}_{ii}^g

L'option de résolution STIS 1 active le calcul des \mathcal{P}_{ii}^g dans la phase d'assemblage au sein du module ASM (voir section 5.5). Ces quantités sont stockées pour être ensuite utilisées lors de la résolution de l'équation de transport. Dans MCCGF, la séquence d'appel des routines est la suivante :

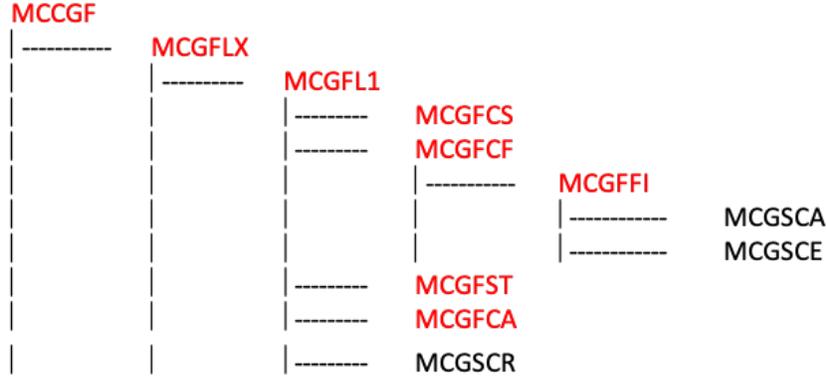


Figure 5.5 Routines appelées pour le « tracking » non-cyclique avec calcul des \mathcal{P}_{ii}

Avec cette nouvelle approche, les équations 5.22 et 5.23 s'écrivent :

$$\begin{aligned}
 \varphi_{s,k}^{g,pm} &= \varphi_{s,k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{i_k}^g C_k^g \\
 L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} &= \varphi_{s,k-1}^{g,pm} C_k^g
 \end{aligned} \tag{5.26}$$

et

$$\begin{aligned}
 J_{add,k}^{g,pm} &= J_{add,k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{3,i_k}^g C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \\
 L_k \bar{J}_{add,k}^{g,pm} &= J_{add,k-1}^{g,pm} C_k^g
 \end{aligned} \tag{5.27}$$

Les courants sortants sont toujours donnés par les équations 5.24 et 5.25 tandis que les flux réels et les composantes du courant moyens par région sont obtenus respectivement à partir des équations 4.36 et 4.43.

L'algorithme de résolution est le même que le cas STIS 0 pour les étapes 1 à 12 mais pour les équations 5.26 et 5.27 résolues au sein de la routine MCGFFI. Les coefficients sont calculés par les routines MCGSCE ou MCGSFA.

Afin d'obtenir les flux (ou courants imaginaires) scalaires moyens par régions, on réalise les étapes suivantes :

13. Diviser phi-reg (ou Jadd-reg) et Xi, Yi ou Zi par le volume de la région correspondante

(MCGFST).

14. Diviser les courants sortants par la surface correspondante (MCGFST).
15. Si $JDIR = 0$, ajouter la contribution des $\mathcal{P}_{ii}^g Q_{i_k}^g$ (voir section 4.3.2) aux phi-reg (MCGFST).
16. Si $JDIR > 0$, ajouter la contribution des $\mathcal{P}_{ii,d}^g Q_{3,i_k}^g$ aux Jadd-reg (MCGFST).
17. Si $JDIR > 0$, ajouter la contribution des $\mathcal{P}_{ii,D_i}^g Q_{3,i_k}^g$ aux Xi, Yi, Zi (MCGFST).
18. Accélérer par ACA (MCGFCA).

5.4.3 « Tracking » cyclique : méthode du tir

Comme il a déjà été mentionné, le modèle TIBÈRE1 repose sur un « tracking » cyclique de la géométrie. On impose alors des conditions de réflexion spéculaires aux frontières du domaine. Ce type de « tracking » comparativement au cas non-cyclique, a pour avantage de respecter les conditions aux frontières. Chaque ligne cyclique, caractérisée par un ensemble de trajectoires $(\vec{T}_j)_j$, est entièrement définie par sa trajectoire initiale \vec{T}_1^{pm} et est reconstruite à l'aide de transformations géométriques qui définissent les conditions aux frontières.

Pour une ligne cyclique totalement réfléchie sur un domaine rectangulaire, la méthode du tir ([Hébert, 2001]) bien connue en analyse numérique permet de résoudre l'équation suivante à chaque itération interne j :

$$\Phi_k^{g,pm}(j) = \Phi_{k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{i_k}^g (j-1) C_k^g \quad (5.28)$$

Après un cycle, on aura :

$$\Phi_0^{g,pm}(j) = \Phi_K^{g,pm}(j) \quad (5.29)$$

où K est le nombre total de segments dans l'ensemble des sous-trajectoires de la ligne.

On divise le problème en deux équations :

$$\tilde{\Phi}_k^{g,pm} = \tilde{\Phi}_{k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{i_k} C_k^g \quad \text{avec} \quad \tilde{\Phi}_0^{g,pm} = 0 \quad (5.30)$$

$$\mathcal{R}_k^{g,pm} = \mathcal{R}_{k-1}^{g,pm} A_k^g \quad \text{avec} \quad \mathcal{R}_0^{g,pm} = 1 \quad (5.31)$$

La solution finale recherchée s'écrit comme une combinaison linéaire de $\tilde{\Phi}_k^{g,pm}$ et $\mathcal{R}_k^{g,pm}$:

$$\Phi_k^{g,pm} = \tilde{\Phi}_k^{g,pm} + \left(\frac{\tilde{\Phi}_K^{g,pm}}{1 - \mathcal{R}_K^{g,pm}} \right) \mathcal{R}_k^{g,pm} \quad (5.32)$$

On peut montrer à l'aide de l'équation 5.32 que $\Phi_0^{g,pm}$ et $\Phi_K^{g,pm}$ sont identiques ce qui correspond à la condition 5.29 :

$$\Phi_0^{g,pm} = \tilde{\Phi}_0^{g,pm} + \left(\frac{\tilde{\Phi}_K^{g,pm}}{1 - \mathcal{R}_K^{g,pm}} \right) \mathcal{R}_0^{g,pm} = \frac{1}{1 - \prod_{k=0}^{K-1} A_k^g} \tilde{\Phi}_K^{g,pm} \quad (5.33)$$

$$\Phi_K^{g,pm} = \tilde{\Phi}_K^{g,pm} + \left(\frac{\tilde{\Phi}_K^{g,pm}}{1 - \mathcal{R}_K^{g,pm}} \right) \mathcal{R}_K^{g,pm} = \frac{1}{1 - \prod_{k=0}^{K-1} A_k^g} \tilde{\Phi}_K^{g,pm} \quad (5.34)$$

où on a remplacé

$$\mathcal{R}_K^{g,pm} = \prod_{k=0}^{K-1} A_k^g \quad (5.35)$$

La solution finale peut s'écrire de la manière suivante :

$$\Phi_k^{g,pm} = \tilde{\Phi}_k^{g,pm} + \mathcal{R}_k^{g,pm} \Phi_0^{g,pm} \quad (5.36)$$

où

$$\Phi_0^{g,pm} = \frac{1}{1 - \prod_{k=0}^{K-1} A_k^g} \tilde{\Phi}_K^{g,pm} \quad (5.37)$$

5.4.4 « Tracking » cyclique sans \mathcal{P}_{ii}^g

En appliquant cette méthode au flux réel, on obtient pour chaque segment :

$$L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} = (\tilde{\varphi}_{s,k}^{g,pm} + \mathcal{R}_k^{g,pm} \varphi_{s,0}^{g,pm}) C_k^g + Q_{i_k}^g D_k^g \quad (5.38)$$

La résolution s'effectue à l'aide des équations 5.30, 5.31 et 5.37.

Dans DRAGON, l'équation 5.38 est implantée sous la forme suivante :

$$L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} = \mathcal{R}_k^{g,pm} C_k^g \varphi_{s,0}^{g,pm} + \tilde{\varphi}_{s,k}^{g,pm} C_k^g + Q_{i_k}^g D_k^g \quad (5.39)$$

Chaque terme est alors calculé séparément dans le code.

Pour les composantes du courant imaginaire on obtient :

$$L_k \bar{J}_{add,k}^{g,pm} = \mathcal{R}_k^{g,pm} C_k^g J_{add,0}^{g,pm} + \tilde{J}_{add,k}^{g,pm} C_k^g + Q_{3,i_k}^g D_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \quad (5.40)$$

où

$$\tilde{J}_{add,k}^{g,pm} = \tilde{J}_{add,k-1}^{g,pm} A_k^g + Q_{3,i_k}^g C_k^g * 3(\Omega_{m,d})^2 \quad \text{avec} \quad \tilde{J}_{add,0}^{g,pm} = 0 \quad (5.41)$$

et

$$J_{add,0}^{g,pm} = \frac{1}{K-1} \tilde{J}_{add,K}^{g,pm} \quad (5.42)$$

$$1 - \prod_{k=0} A_k^g$$

La figure 5.6 présente la séquence d'appel de routines pour TIBÈRE1-MoC dans MCCGF.

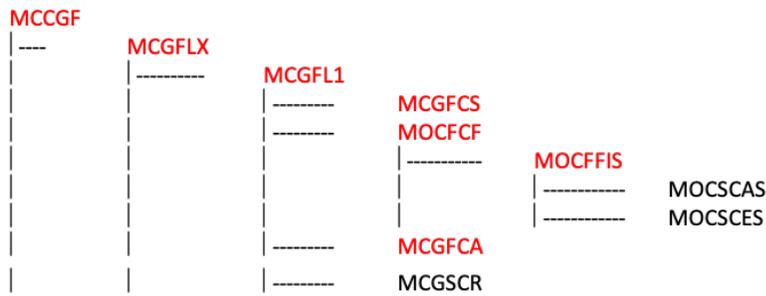


Figure 5.6 Routines appelées pour le « tracking » cyclique avec résolution directe

L'algorithme suivant résume les étapes réalisées par ces routines :

1. Récupérer les informations servant à la résolution par MoC (MCCGF).
2. Réaliser les étapes 3 à 8 jusqu'à l'atteinte du critère de convergence des itérations internes (MCGFLX).

3. Calculer et ajouter la source de diffusion dans le même groupe (MCGFCS).
4. Réaliser l'algorithme suivant (MOCFCF) :

```

for Tous les mu do
  | for Tous les angles phi do
  | | Calculer Omega2(1), Omega2(2) ;
  | end
  | Calculer Omega2(3) ;
end
for Toutes les lignes cycliques do
  | Lire la ligne et les sous-lignes ;
  | for Tous les mu do
  | | Calculer le poids ;
  | end
  | for Tous les groupes non-convergés do
  | | for Tous les segments do
  | | | if le segment croise une surface then
  | | | | Initialiser FLM et FLP à 0 pour la nouvelle sous-ligne ;
  | | | | end
  | | | | if JDIR=0 then
  | | | | | Calculer FLM en multipliant la source et le poids ;
  | | | | | Calculer FLP pour la direction négative ;
  | | | | else
  | | | | | Calculer FLM en multipliant la source, le poids et 3*OMEGA2(JDIR) ;
  | | | | | Calculer FLP pour la direction négative ;
  | | | | end
  | | | end
  | | end
  | | call MOCFFIS
  | end
end

```

Algorithme 3 : Résolution de TIBÈRE1-MoC en 2-D dans MOCFCF

5. Calculer les coefficients d'intégration à partir d'exponentielles tabulées MOCSCAS ou exactes MOCSCES (MOCFFIS).

6. Réaliser l'algorithme suivant pour les deux directions (MOCFFIS) :

```

for Tous les segments do
  | for Tous les mu do
  | | Calculer  $\tilde{\Phi}$  ;
  | | Calculer le produit FLM et  $D_k$  ;
  | | Calculer le produit  $\tilde{\Phi}$  et  $C_k$  ;
  | | Calculer le produit  $\mathcal{R}_k$  et  $C_k$  ;
  | | Calculer  $\mathcal{R}_K$  ;
  | end
end
for Tous les mu do
  | Calculer  $\Phi_0$  ;
end
for Tous les segments do
  | if Le segment ne croise pas une surface then
  | | for Tous les mu do
  | | | Calculer phi-reg ou Jadd-reg ;
  | | | if  $JDIR \neq 0$  then
  | | | | Calculer  $X_i$ ,  $Y_i$  ou  $Z_i$  ;
  | | | end
  | | end
  | end
end
end

```

Algorithme 4 : Résolution de TIBÈRE1-MoC dans MOCFFIS

7. Diviser phi-reg (ou Jadd-reg) et X_i , Y_i ou Z_i par le volume de la région correspondante (MCGFL1).
8. Accélérer par ACA (MCGFCA).

5.4.5 « Tracking » cyclique avec \mathcal{P}_{ii}^g

Lorsqu'on active le calcul des \mathcal{P}_{ii}^g , les flux moyens par segments ne dépendent plus de la source.

L'équation pour le flux réel est :

$$L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} = (\tilde{\varphi}_{s,k}^{g,pm} + \mathcal{R}_k^{g,pm} \varphi_{s,0}^{g,pm}) C_k^g \quad (5.43)$$

que l'on peut réécrire sous cette forme :

$$L_k \bar{\varphi}_{s,k}^{g,pm} = \mathcal{R}_k^{g,pm} C_k^g \varphi_{s,0}^{g,pm} + \tilde{\varphi}_{s,k}^{g,pm} C_k^g \quad (5.44)$$

Les équations pour les composantes du courant sont :

$$L_k \bar{J}_{add,k}^{g,pm} = \mathcal{R}_k^{g,pm} C_k^g J_{add,0}^{g,pm} + \tilde{J}_{add,k}^{g,pm} C_k^g \quad (5.45)$$

On réalise le même algorithme qu'à la section précédente mais avec ces nouvelles équations. La routine MOCFFIS est remplacée par MOCFFI tandis que pour le calcul des coefficients c'est plutôt MOCSCA ou MOCSCCE (figure 5.7).

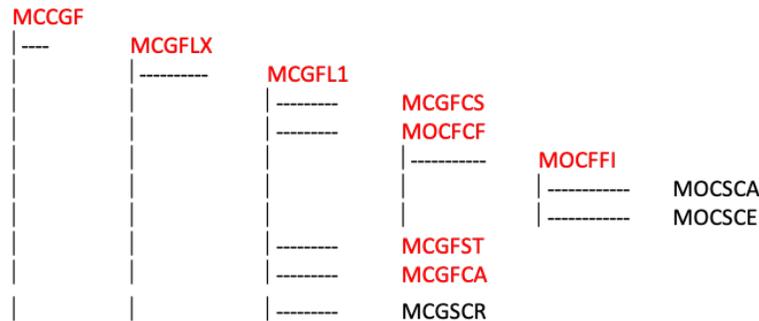


Figure 5.7 Routines appelées pour le « tracking » cyclique avec calcul de \mathcal{P}_{ii}^g

Les étapes 1 à 5 demeurent inchangées. Seul l'algorithme de MOCFFI diffère pour tenir compte des nouvelles équations sur chaque segment :

```

for Tous les segments do
  | for Tous les mu do
  | | Calculer  $\tilde{\Phi}$  ;
  | | Calculer les produits  $\tilde{\Phi}$  et  $C_k$  ;
  | | Calculer le produit  $\mathcal{R}_k$  et  $C_k$  ;
  | | Calculer  $\mathcal{R}_K$  ;
  | end
end
for Tous les mu do
  | Calculer  $\Phi_0$  ;
end
for Tous les segments do
  | if Le segment ne croise pas une surface then
  | | for Tous les mu do
  | | | Calculer phi-reg ou Jadd-reg ;
  | | | if  $JDIR \neq 0$  then
  | | | | Calculer Xi, Yi ou Zi ;
  | | | end
  | | end
  | end
end

```

Algorithme 5 : Résolution de TIBÈRE1-MoC dans MCGFFI

6. Diviser phi-reg (ou Jadd-reg) et Xi, Yi ou Zi par le volume de la région correspondante (MCGFST).
7. Si $JDIR = 0$, ajouter la contribution des $\mathcal{P}_{ii}^g Q_{i_k}^g$ aux phi-reg (MCGFST).
8. Si $JDIR > 0$, ajouter la contribution des $\mathcal{P}_{ii,d}^g Q_{3,i_k}^g$ aux Jadd-reg (MCGFST).
9. Si $JDIR > 0$, ajouter la contribution des $\mathcal{P}_{ii,D_i}^g Q_{3,i_k}^g$ aux Xi, Yi, Zi (MCGFST).
10. Accélérer par ACA (MCGFCA).

5.5 Implantation dans ASM

Le module **ASM** permet d'assembler les matrices de préconditionnement qui serviront à la résolution du flux multigroupe. La première étape consiste à ajouter l'option « HETE » au sein du module **ASM** pour TIBÈRE-MoC. Cette option doit toujours être spécifiée lors de l'appel de ce module, elle permet de définir la variable associée au « streaming » anisotrope soit « ISTRM=3 ».

5.5.1 Correction de transport

Comme pour TIBÈRE-CP, une correction de transport est appliquée sur les sections efficaces de diffusion dans le même groupe $\Sigma_{s,0}^{g \leftarrow g}$ (vecteur **XSSIGW(0,1,IGR)**) ainsi que sur la section efficace totale Σ^g (vecteur **XSSIGT(0,IGR)**). Dans **ASMDRV** (voir figure 5.8), les sections efficaces non corrigées ainsi que la correction de transport (**XSSCOR**) sont extraites de la **MACROLIB** ou de la **MICROLIB** situées à l'adresse identifiée par le pointeur **KPMACR**.

À titre d'exemple, les instructions FORTRAN suivantes permettent d'extraire la correction de transport :

```
... CALL LCMLN(KPMACR, 'TRANC', ILCMLN, ITYLCM)
IF(ILCMLN.GT.0) THEN
CALL LCMGET(KPMACR, 'TRANC', XSSCOR(1, IGR))
...
```

où la fonction **LCMLN** recherche l'enregistrement **TRANC** dans le répertoire situé à l'adresse mémoire identifiée par **KPMACR**. Si l'enregistrement existe, elle attribue un entier supérieur à zéro à **ILCMLN** indiquant la longueur du vecteur stocké sous le nom **TRANC**. S'il s'agit d'un sous-répertoire, **ILCMLN** = -1 et si le nom n'existe pas, **ILCMLN** = 0. La fonction **LCMGET** permet ensuite d'extraire la correction de transport et de la copier dans la variable **XSSCOR**.

La correction de transport (**XSSCOR(NMIX, NGROUP)**) est appliquée aux sections efficaces macroscopiques en effectuant une boucle sur l'ensemble des mélanges **NMIX** et l'ensemble des groupes d'énergie **NGROUP**. L'enregistrement des sections efficaces corrigées du groupe **IGR** s'effectue dans le sous-répertoire de ce groupe au sein de **/ASMINFO/**.

En guise d'exemple, les instructions FORTRAN suivantes permettent d'enregistrer les sections efficaces dans un même groupe pour les équations du flux puis les équations des courants de TIBÈRE-MoC :

```

TYPE(C_PTR) KENTRY ... TYPE(C_PTR) JPSYS,KPSYS,IPSYS
...
IPSYS=KENTRY(1)
JPSYS=LCMLID(IPSYS,'GROUP',NGROUP)
KPSYS=LCMDIL(JPSYS,IGR)
CALL LCMPUT(KPSYS,'DRAGON-SOXSC',(NB MIX+1),2,XSSIGW(0,1,IGR))
...
CALL LCMSIX(IPSYS,'STREAMING',1)
JPSYS=LCMLID(IPSYS,'GROUP',NGROUP)
KPSYS=LCMDIL(JPSYS,IGR)
...
CALL LCMPUT(KPSYS,'DRAGON-SOXSC',(NB MIX+1),2,
> XSSIGW(0,2,IGR))
...

```

Le pointeur `IPSYS` initialisé à `KENTRY(1)` indique l'adresse mémoire du répertoire principal `/ASMINFO/` contenant toutes les informations générées par le module `ASM`. La fonction `LCMLID` permet d'accéder à la liste des sous-répertoires associés à chaque groupe d'énergie, `JPSYS` indique l'adresse de cette liste au niveau de `/ASMINFO/`. La fonction `LCMDIL` quant à elle permet d'accéder au contenu de chaque sous-répertoire, l'adresse est indiquée par `KPSYS`. La sauvegarde du vecteur `DRAGON-SOXSC` de longueur⁶ (`NB MIX + 1`) s'effectue à l'aide de `LCMPUT`.

Comme pour ECCO-MoC (Hébert et al. [2019]), le répertoire `/STREAMING/` contient les sections efficaces et autres informations générées ici pour les composantes du courant imaginaire. La fonction `LCMSIX`, utilisée pour se déplacer dans la structure hiérarchique, permet d'accéder (ou de créer) le répertoire `/STREAMING/`. L'adresse des sous-répertoires de `/STREAMING/` est récupérée puis utilisée pour enregistrer les sections efficaces d'ordre 1.

6. La longueur de ce vecteur est multipliée par l'ordre d'anisotropie (*nanis*). Pour TIBÈRE-MoC, *nanis*=1.

5.5.2 Implantation des facteurs $\mathcal{P}_{ii,d}^g$ et \mathcal{P}_{ii,D_i}^g

Les matrices \mathcal{P}_{ii}^g , $\mathcal{P}_{ii,d}^g$ et \mathcal{P}_{ii,D_i}^g sont assemblées et enregistrés au sein du module ASM. La routine MCGGA (figure 5.8) est celle qui permet l'assemblage de ces quantités ainsi que des matrices de préconditionnement requises pour MoC.

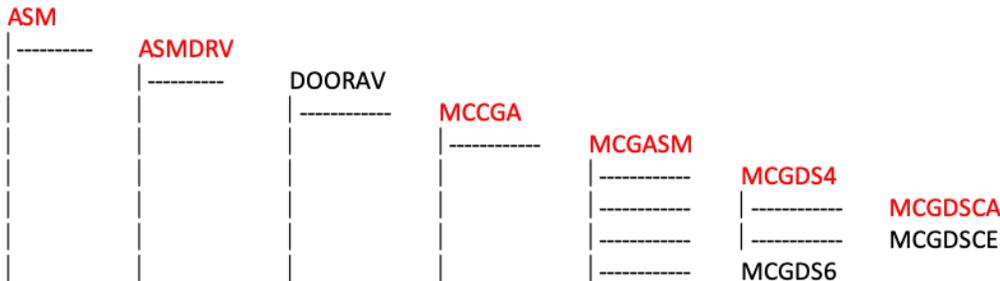


Figure 5.8 Routines appelées pour le calcul des \mathcal{P}_{ii}

L'algorithme suivant présente l'implantation des équations 4.42 et 4.48 à 4.50 au sein des routines présentées à la figure 5.8 :

1. Initialiser toutes les valeurs à 0.
2. Pour une géométrie 2-D ou 3-D, réaliser l'algorithme général suivant pour des exponentielles tabulées (MCGDSCA) ou exactes (MCGDSCE) :

```

for Toutes les lignes do
  lire la ligne;
  Calculer Omega2(1), Omega2(2) et Omega2(3) ;
  for Tous les groupes non convergés do
    for Tous les segments do
      Calculer les coefficients ;
      Calculer Pii, Piix, Piiy, Piiz, Piixi, Piiyi, Piizi ;
    end
  end
end

```

Algorithme 6 : Calcul des facteurs \mathcal{P}_{ii}^g , \mathcal{P}_{iid}^g et \mathcal{P}_{ii,D_i}^g

3. Normaliser toutes les valeurs des matrices en divisant par le volume de la région qui lui est associée.
4. Enregistrer les informations dans les sous-répertoires de /ASMINFO/ à l'aide de la fonction LCMPUT.

5.6 Implantation des facteurs de forme $\xi_{d,\alpha}$

La routine MCGFCS appelée par MCGFL1 permet de calculer le flux entrant à la surface S_α :

$$\varphi_{s,\alpha}^- = \beta_\alpha \varphi_{s,\alpha}^+ \quad (5.46)$$

$$J_{add,\alpha}^- = \beta_\alpha J_{add,\alpha}^+ \quad (5.47)$$

où β_α est l'albedo qui est ici égal à l'unité. Ces courants sont calculés à l'étape 9 de l'algorithme de résolution par MoC à partir des équations 5.24 et 5.25.

En effectuant la correspondance avec l'équation 3.73, les $J_{add,\alpha}^-$ doivent être corrigés :

$$J_{add,\alpha}^- = \beta_\alpha J_{add,\alpha}^+ * \frac{3\Omega_d^2}{\xi_{d,\alpha}} \quad (5.48)$$

On constate que l'équation 3.73 a été multipliée par Ω_d afin d'obtenir les composantes du courant imaginaire. Cette correction est appliquée à l'étape 10 de l'algorithme de résolution de TIBÈRE2-MoC.

Les facteurs de forme $\xi_{d,\alpha}$ (voir équation 3.74) sont calculés numériquement en sommant les contributions à la surface S_α des lignes qui la croisent :

$$\xi_{d,\alpha} = \frac{3}{\pi S_\alpha} \sum_{p=1}^{N_\Pi} \sum_{m=1}^{N_\Omega} \omega^{\Pi,p} \omega^{\Omega,m} \chi_\alpha(\vec{r}, \vec{T}) (\Omega^{m_d})^2 \quad (5.49)$$

Si la normale à la surface S_α est perpendiculaire à l'axe d on aura :

$$\xi_{d,\alpha \perp d} = \frac{3}{\pi S_\alpha} \sum_{p=1}^{N_\Pi} \sum_{m=1}^{N_\Omega} \omega^{\Pi,p} \omega^{\Omega,m} \chi_\alpha(\vec{r}, \vec{T}) (\Omega^{m_d})^2 = \frac{3}{2} \quad (5.50)$$

Si, au contraire, la normale à la surface S_α est parallèle à l'axe d on aura :

$$\xi_{d,\alpha//d} = \frac{3}{\pi S_\alpha} \sum_{p=1}^{N_\Pi} \sum_{m=1}^{N_\Omega} \omega^{\Pi,p} \omega^{\Omega,m} \chi_\alpha(\vec{r}, \vec{T})(\Omega^{m_d})^2 = \frac{3}{4} \quad (5.51)$$

Ainsi, $\sum_{d=x,y,z} \xi_{d,\alpha} = \xi_{x,\alpha} + \xi_{y,\alpha} + \xi_{z,\alpha} = 3$

Afin d'implanter ces facteurs, l'idée de départ était d'imposer les valeurs des $\xi_{d,\alpha}$ pour chaque surface. Pour cela, on lit le vecteur `MATALB` stocké dans le fichier de « tracking ». Ce vecteur contient notamment l'information des directions de chaque surface. Ces directions prennent les valeurs suivantes pour une géométrie 2-D :

$$\begin{aligned} -1 &\rightarrow X^- \\ -2 &\rightarrow X^+ \\ -3 &\rightarrow Y^- \\ -4 &\rightarrow Y^+ \end{aligned}$$

Les surfaces étant placées en ordre dans ce vecteur, si le numéro de la surface est associé à (-1) ou (-2), sa normale est parallèle à l'axe des x et donc $\xi_{x,\alpha} = 3/2$, $\xi_{y,\alpha} = 3/4$, $\xi_{z,\alpha} = 3/4$. Si le numéro de la surface est associé à (-3) ou (-4), sa normale est parallèle à l'axe des y et donc $\xi_{x,\alpha} = 3/4$, $\xi_{y,\alpha} = 3/2$, $\xi_{z,\alpha} = 3/4$.

Cette méthode bien qu'ayant l'avantage d'éviter de lire complètement le fichier de « tracking », donne des résultats qui ne convergent pas car l'intégrale numérique dans 5.50 et 5.51 est proportionnelle à la surface numérique qui est différente de la surface analytique. Une seconde option consiste à calculer les facteurs de forme et à les stocker afin de les utiliser par la suite dans l'algorithme de `MCCGF`. Ce calcul est réalisé au sein de la routine `MCGDTV` appelée par le module `MCCGT` selon l'algorithme suivant pour chaque ligne :

```

for Tous les segments do
  Vérifier que le segment croise une surface alpha;
  if Le segment croise une surface et Géométrie 2-D then
    for Tous les mu do
      Calculer Omega2(1), Omega2(2) et Omega2(3) ;
      Calculer le poids ;
      Calculer la surface S;
      for JDIR=1,2,3 do
        Calculer XSIXYZ(alpha,JDIR) ;
      end
    end
  else if Le segment croise une surface et Géométrie 3-D then
    Calculer la surface S ;
    for JDIR=1,2,3 do
      Calculer Omega2(JDIR) ;
      Calculer XSIXYZ(alpha,JDIR) ;
    end
  end
end

```

Algorithme 7 : Calcul des facteurs de forme dans MCGDTV

Cette méthode est celle qui a donné des résultats concluants car elle permet de corriger les erreurs numériques liées au calcul des surfaces externes avec le « tracking » de la géométrie. On constate en effet que les facteurs de forme obtenus donnent toujours approximativement et non exactement les valeurs de $3/2$ ou $3/4$. De plus, elle permet de traiter des géométries plus générales sans avoir à se préoccuper des valeurs explicites que prendra ξ lorsque les surfaces ne sont pas parallèles ou perpendiculaires à la direction.

Une fois que les facteurs de forme sont calculés, ils sont stockés dans le fichier de « tracking » afin d'être utilisés aux étapes 5 et 10 de l'algorithme de la section 5.4.1.

En guise d'exemple, le tableau 5.3 présente l'enregistrement des facteurs de forme dans le répertoire /tracking/.

Tableau 5.3 Enregistrement du vecteur XSI\$MCCG dans le répertoire /tracking/

Nom	Type	Condition	Unité	Commentaire
SIGNATURE _{UUUU}	C*12			Signature de la structure de données (SIGNA =L_TRACK _{UUUUUU}).
XSI\$MCCG _{UUUUU}	R($\mathcal{S}_5^t, 3$)	$\mathcal{S}_{10}^t = 0$		Facteurs de forme utilisés pour corriger les courants entrants de la 2e équation pour TIBÈRE-MoC.

où

- $\mathcal{S}_5^t = N_s$ correspond aux nombres de surfaces externes
- $\mathcal{S}_{10}^t = 0$ correspond aux conditions aux frontières isotropes

5.7 Implantation dans EDI

Le module EDI permet d'homogénéiser et condenser les propriétés nucléaires en peu de régions et peu de groupes d'énergie. La routine EDIDTX appelée au sein de ce module permet notamment de calculer et afficher les flux intégrés ainsi que les courants intégrés (pour TIBÈRE) à peu de régions et de groupes. Une option a été ajoutée à cette routine afin de permettre le calcul des courants intégrés pour TIBÈRE-MoC selon l'algorithme suivant :

```
for JDIR=1,2,3 do  
  |  
  for Tous les groupes do  
    |  
    Créer un vecteur dans lequel on enregistre les courants lus dans FUNKNOWN ;  
    for Toutes les régions do  
      |  
      Calculer la position de chaque courant dans FUNKNOWN ;  
      Calculer le courant intégré en multipliant par le volume de la région ;  
    end  
  end  
  for Tous les groupes condensés do  
    | call EDIRAT  
  end  
end
```

Algorithme 8 : Calcul des courants intégrés pour TIBÈRE-MoC dans EDIDTX

La routine EDIRAT permet de calculer les taux de réactions.

CHAPITRE 6 VÉRIFICATION DE TIBÈRE-MOC

Afin de vérifier les modèles TIBÈRE1 et TIBÈRE2 implantés avec la méthode MoC dans DRAGON-5, plusieurs simulations ont été réalisées sur des géométries 2-D et 3-D. Ce chapitre présente les étapes de vérification avec les modèles de fuites hétérogènes disponibles dans DRAGON soit TIBÈRE2 avec la méthode des CP et ECCO pour la méthode MoC.

Tout d'abord, nous présentons les résultats des calculs à deux groupes réalisés sur une petite cellule 2-D comportant 5 régions. Par la suite, nous présentons les résultats des calculs multigroupes pour la cellule unitaire CANDU6 en 2-D. La troisième section traite des modèles de simulation en 3-D soit : une cellule, deux cellules et six cellules REP avec et sans réflecteurs.

En dernier lieu, une première étape de validation est réalisée en comparant avec les modèles « exact » (code MEC) ainsi que TIBÈRE1-CP (code PJI) selon les travaux de Van Rooijen and Chiba [2011] pour une cellule RNR-Na en géométrie hexagonale.

6.1 Petite cellule 2-D

Le premier modèle de simulation est tiré de Petrovic et al. [1996]. Il s'agit d'une petite cellule de 1.26 cm de côté comportant 4 régions annulaires de rayons 0.21, 0.41, 0.47 et 0.57 cm (figure 6.1). À partir du centre, les régions 1 et 2 correspondent à un matériau fissile (matériau 1), la région 3 correspond à la gaine (matériau 2), les régions 4 et 5 correspondent au modérateur (matériau 3).

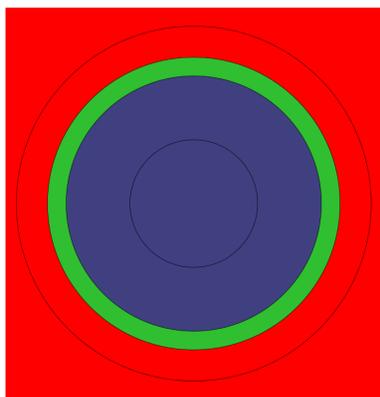


Figure 6.1 Cellule pour le calcul à 2 groupes d'énergie

Les sections efficaces macroscopiques à deux groupes pour ces trois matériaux sont présentées dans le tableau 6.1.

Tableau 6.1 Sections efficaces pour la petite cellule 2-D.

	Matériau 1		Matériau 2		Matériau 3	
	$g = 1$	$g = 2$	$g = 1$	$g = 2$	$g = 1$	$g = 2$
$\Sigma^g(\text{cm}^{-1})$	0.392175	0.622581	0.276383	0.278610	0.439812	1.35565
$\nu\Sigma_f^g(\text{cm}^{-1})$	0.022141	0.496970	0.0	0.0	0.0	0.0
χ^g	1.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
$\Sigma_0^{1\rightarrow g}(\text{cm}^{-1})$	0.361893	0.000715	0.274505	0.000288	0.411998	0.02128
$\Sigma_0^{2\rightarrow g}(\text{cm}^{-1})$	0.001451	0.358282	0.000774	0.273807	0.002672	1.33517
$\Sigma_1^{1\rightarrow g}(\text{cm}^{-1})$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.2	0.006
$\Sigma_1^{2\rightarrow g}(\text{cm}^{-1})$	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.5

Ce modèle, de par sa simplicité, a servi de base pour l'implantation de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC dans DRAGON. Des conditions aux frontières de réflexion ont été posées sur les surfaces extérieures (X- REFL, X+ REFL, Y- REFL et Y+ REFL) lors de la définition de la géométrie à l'aide du module GEO. Il est important de mentionner que les options DIAG et SYME ne peuvent pas être utilisées pour TIBÈRE2-MoC car elles entraînent le calcul de valeurs erronées pour les facteurs de forme. Ceci est dû à la façon de traiter les symétries dans DRAGON : on déplie la géométrie selon les options de symétries et on combine les régions et surfaces identiques. Ainsi, avec l'option DIAG, les surfaces symétriques autour de l'axe $X = Y$ sont toutes associées à une surface en X , ce qui est clairement invalide lorsque vient le temps d'évaluer ξ pour la partie de la surface effectivement en Y . Le « tracking » de la géométrie a été réalisé avec NXT pour une densité de 250 lignes/cm et 8 angles azimutaux ainsi qu'une quadrature polaire de Gauss d'ordre 4. Pour le modèle TIBÈRE2, la quadrature de type Gauss est celle qui a été retenue car elle permet un calcul précis des facteurs de forme.

En ce qui concerne la définition des mélanges, le module MAC a permis de définir directement les sections efficaces macroscopiques du tableau 6.1 dans le fichier d'entrée de DRAGON. Mentionnons que tous ces paramètres sont identiques pour l'ensemble des calculs de fuites hétérogènes (TIBÈRE ou ECCO) réalisés sur cette géométrie.

6.1.1 Vérification de TIBÈRE2-MoC avec TIBÈRE2-CP

Nous avons reproduit les quatre calculs à 2 groupes réalisés par Petrovic et al. [1996] avec le modèle TIBÈRE2-CP ayant pour but de simuler un vide croissant dans la 5e région de

la petite cellule (voir figure 6.1). Pour ce faire, on a défini avec MAC un quatrième mélange (pour la 5e région) dont les sections efficaces sont multipliées par les coefficients suivants : 1 (CAS 1), 0.5 (CAS 2), 0.05 (CAS 3) et 0 (CAS 4).

Le tableau 6.2 présente les résultats du facteur de multiplication infini k_∞ ainsi que le laplacien critique B^2 pour TIBÈRE2-MoC et TIBÈRE2-CP. On constate un écart constant d'environ 0.1 mk pour k_∞ quel que soit le cas étudié. Le laplacien toutefois présente des écarts qui varient soit environ 1% pour le cas 3 (région 5 presque vide) et inférieur à 0.5% pour les autres cas.

Tableau 6.2 Comparaison de k_∞ et B^2 (10^{-3}cm^{-2}) des modèles TIBÈRE2-CP et TIBÈRE2-MoC pour la petite cellule.

	CAS 1	CAS 2	CAS 3	CAS 4
$B^2(\text{CP})$	1.33491	0.62661	-0.10673	-0.18881
$B^2(\text{MoC})$	1.33751	0.62831	-0.10564	-0.18784
ÉCART (%)	-0.19	-0.27	1.02	0.51
$k_\infty(\text{CP})$	1.06261	1.04242	0.98906	0.97958
$k_\infty(\text{MoC})$	1.06273	1.04252	0.98917	0.97970
ÉCART (mk)	0.12	0.11	0.12	0.12

Les tableaux 6.3 et 6.4 présentent les coefficients de fuites directionnels D_x , D_y et D_z dans le groupe rapide (groupe 1) et dans le groupe thermique (groupe 2) pour TIBÈRE2-CP et TIBÈRE2-MoC. Mentionnons ici que pour TIBÈRE2-CP on impose $D_x = D_y$ tandis que pour TIBÈRE2-MoC ces coefficients sont calculés indépendamment. De ce fait, les valeurs identiques observées pour TIBÈRE2-MoC démontrent que la cellule est bien symétrique. Les résultats du tableau 6.4 démontrent également que tout comme TIBÈRE2-CP, le modèle TIBÈRE2-MoC ne présente pas de divergence des coefficients de fuites lorsque le milieu se vide, il est donc possible d'évaluer les fuites pour une cellule (ou un assemblage) contenant des zones de vide au centre ou en périphérie. De plus, il est intéressant de constater que les deux modèles décrivent un même comportement c'est-à-dire une augmentation des fuites axiales et radiales au fur et à mesure que la région 5 se vide.

Tableau 6.3 Coefficients de fuites D_x , D_y et D_z (en cm) de la petite cellule pour TIBÈRE2-CP.

	CAS 1			CAS 2			CAS 3			CAS 4		
Groupe1												
Région	D_x	D_y	D_z									
1	1.088	1.088	1.069	1.277	1.277	1.247	1.525	1.525	1.489	1.560	1.560	1.523
2	1.105	1.105	1.094	1.298	1.298	1.281	1.553	1.553	1.536	1.588	1.588	1.572
3	1.133	1.133	1.136	1.333	1.333	1.337	1.596	1.596	1.610	1.632	1.632	1.649
4	1.149	1.149	1.159	1.356	1.356	1.375	1.628	1.628	1.670	1.666	1.666	1.712
5	1.157	1.157	1.170	1.378	1.378	1.417	1.669	1.669	1.759	1.709	1.709	1.808
Groupe2												
Région	D_x	D_y	D_z									
1	0.555	0.555	0.556	0.688	0.688	0.671	0.908	0.908	0.875	0.944	0.944	0.910
2	0.540	0.540	0.544	0.675	0.675	0.666	0.898	0.898	0.881	0.934	0.934	0.918
3	0.520	0.520	0.532	0.655	0.655	0.660	0.880	0.880	0.888	0.915	0.915	0.926
4	0.494	0.494	0.495	0.632	0.632	0.633	0.862	0.862	0.882	0.899	0.899	0.925
5	0.480	0.480	0.477	0.644	0.644	0.660	0.924	0.924	1.001	0.970	0.970	1.064

Tableau 6.4 Coefficients de fuites D_x , D_y et D_z (en cm) de la petite cellule pour TIBÈRE2-MoC.

	CAS 1			CAS 2			CAS 3			CAS 4		
Groupe1												
Région	D_x	D_y	D_z									
1	1.087	1.087	1.072	1.275	1.275	1.250	1.524	1.524	1.493	1.558	1.558	1.528
2	1.104	1.104	1.095	1.297	1.297	1.283	1.552	1.552	1.539	1.588	1.588	1.575
3	1.133	1.133	1.136	1.333	1.333	1.336	1.597	1.597	1.609	1.633	1.633	1.648
4	1.149	1.149	1.157	1.357	1.357	1.372	1.630	1.630	1.664	1.668	1.668	1.706
5	1.158	1.158	1.169	1.380	1.380	1.411	1.674	1.674	1.741	1.714	1.714	1.788
Groupe2												
Région	D_x	D_y	D_z									
1	0.555	0.555	0.556	0.687	0.687	0.671	0.905	0.905	0.875	0.940	0.940	0.909
2	0.540	0.540	0.543	0.674	0.674	0.665	0.896	0.896	0.882	0.932	0.932	0.918
3	0.520	0.520	0.529	0.655	0.655	0.658	0.880	0.880	0.887	0.916	0.916	0.925
4	0.494	0.494	0.496	0.633	0.633	0.634	0.864	0.864	0.882	0.901	0.901	0.924
5	0.480	0.480	0.477	0.645	0.645	0.659	0.928	0.928	0.991	0.975	0.975	1.049

Le tableau 6.5 présente les écarts relatifs entre les coefficients de fuites calculés pour les deux modèles. En prenant TIBÈRE2-CP comme référence, ces écarts sont calculés à partir de la

formule suivante :

$$\Delta = \frac{X_{CP} - X_{MoC}}{X_{CP}} * 100 \quad (6.1)$$

Tableau 6.5 Écarts relatifs (%) entre TIBÈRE2-MoC et TIBÈRE2-CP pour la petite cellule.

	CAS 1			CAS 2			CAS 3			CAS 4		
Groupe1												
Région	Δ_x	Δ_y	Δ_z									
1	0.10	0.10	-0.20	0.13	0.13	-0.28	0.10	0.10	-0.29	0.09	0.09	-0.28
2	0.06	0.06	-0.15	0.07	0.07	-0.21	0.03	0.03	-0.19	0.02	0.02	-0.18
3	0.00	0.00	0.04	0.00	0.00	0.01	-0.04	-0.04	0.06	-0.05	-0.05	0.08
4	0.01	0.01	0.17	-0.05	-0.05	0.18	-0.11	-0.11	0.36	-0.12	-0.12	0.40
5	-0.09	-0.09	0.13	-0.16	-0.16	0.41	-0.27	-0.27	1.01	-0.29	-0.29	1.12
Groupe2												
Région	Δ_x	Δ_y	Δ_z									
1	0.06	0.06	0.03	0.23	0.23	-0.04	0.34	0.34	-0.01	0.34	0.34	0.03
2	0.06	0.06	0.14	0.17	0.17	0.01	0.21	0.21	-0.03	0.20	0.20	-0.01
3	-0.03	-0.03	0.46	0.01	0.01	0.25	-0.04	-0.04	0.12	-0.07	-0.07	0.13
4	-0.08	-0.08	-0.07	-0.10	-0.10	-0.10	-0.22	-0.22	0.03	-0.26	-0.26	0.08
5	-0.04	-0.04	-0.09	-0.19	-0.19	0.13	-0.45	-0.45	1.00	-0.48	-0.48	1.42

On constate que les écarts sont majoritairement inférieurs à 0.5 % et ce, dans les deux groupes sauf pour la région 5 lorsqu'elle est presque vide (CAS 3) ou entièrement vide (CAS 4). Dans ces deux cas, les erreurs relatives sont d'environ 1 % pour les fuites axiales et d'environ 0.5 % pour les fuites radiales. Il y a donc une différence plus prononcée entre les deux modèles dans la zone vidangée surtout pour les fuites axiales. Les différences observées entre CP et MoC peuvent être attribuées principalement à deux effets :

1. Pour la méthode CP, l'intégration sur l'angle polaire apparaissant dans le calcul des probabilités de collision est analytique, elle est représentée par des fonctions de Bickley-Naylor alors que pour la méthode MoC une quadrature numérique de Gauss est utilisée.
2. Pour la méthode CP la distribution spatiale du flux dans un groupe est obtenue directement en utilisant l'inverse de la matrice des probabilité de collision. Pour la méthode MoC, cette distribution spatiale est obtenue par une méthode itérative, qui est en plus combinée à l'itération multigroupe.

Dans les zones vides ou presque vides (zones où le parcours optique $\tau \rightarrow 0$), la méthode CP

procède à un développement en série des fonctions de Bickley-Naylor tandis que la méthode MoC utilise un développement en série des exponentielles apparaissant dans les coefficients d'intégration 2.94, 2.95 et 2.96.

6.1.2 Vérification de TIBÈRE2-MoC avec ECCO-MoC

Comme il a déjà été mentionné, le modèle ECCO est équivalent au modèle TIBÈRE lorsqu'on considère l'isotropie du courant imaginaire, c'est-à-dire lorsque ses trois composantes sont égales. On peut montrer que puisque $\sum_d \Omega_d^2 = 1$, le courant calculé par ECCO dans la région i s'écrit :

$$J_i^g = \frac{1}{3}(J_{axx,i}^g + J_{ayy,i}^g + J_{azz,i}^g) \quad (6.2)$$

Le coefficient de fuites étant proportionnel au courant imaginaire, on en déduit que le coefficient calculé par ECCO s'écrit :

$$D_i^g = \frac{1}{3}(D_{x,i}^g + D_{y,i}^g + D_{z,i}^g) \quad (6.3)$$

ce qui correspond à la moyenne des coefficients de fuites directionnels.

Une étape de vérification supplémentaire de TIBÈRE-MoC consisterait alors à comparer le coefficient de fuites obtenu en effectuant la moyenne des composantes (D_{moy}^g) avec celui du modèle ECCO-MoC dans chaque région et chaque groupe. Les tableaux 6.6 et 6.7 présentent les résultats comparatifs entre TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC pour la condition de réflexion isotrope. Les écarts relatifs sont calculés en prenant ECCO pour référence.

Tableau 6.6 Comparaison de k_∞ et B^2 (10^{-3}cm^{-2}) des modèles TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC (réflexion isotrope) pour la petite cellule.

	CAS1	CAS2	CAS3	CAS4
B^2 (ECCO)	1.34043	0.62959	-0.10587	-0.18826
B^2 (TIBÈRE2)	1.33751	0.62831	-0.10564	-0.18784
ÉCART (%)	0.22	0.20	0.22	0.22
k_∞ (ECCO)	1.06286	1.04260	0.98916	0.97968
k_∞ (TIBÈRE2)	1.06273	1.04252	0.98917	0.97970
ÉCART (mk)	0.12	0.08	0.01	0.02

Ici, contrairement au tableau 6.2, l'écart entre les laplacien est constant à 0.2% quel que soit le cas étudié. Le facteur de multiplication par contre présente des écarts qui varient mais qui demeurent inférieurs à 0.12 mk pour tous les cas. On peut donc affirmer qu'il y a une bonne cohérence entre les paramètres globaux calculés par TIBÈRE-MoC et ECCO-MoC.

Tableau 6.7 Comparaison des coefficient de fuites D_{moy} (TIBÈRE2-MoC) et D (ECCO-MoC) (réflexion isotrope) pour la petite cellule.

	CAS 1			CAS 2			CAS 3			CAS 4		
Groupe1												
Région	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$									
1	1.082	1.084	0.14	1.267	1.269	0.14	1.513	1.515	0.10	1.548	1.549	0.09
2	1.101	1.102	0.08	1.293	1.294	0.08	1.548	1.548	0.04	1.584	1.584	0.03
3	1.134	1.134	0.01	1.334	1.334	0.00	1.601	1.600	-0.04	1.638	1.637	-0.04
4	1.152	1.151	-0.04	1.362	1.361	-0.06	1.641	1.640	-0.10	1.681	1.679	-0.11
5	1.161	1.160	-0.09	1.391	1.389	-0.14	1.696	1.692	-0.23	1.739	1.735	-0.24
Groupe2												
Région	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$									
1	0.555	0.555	-0.04	0.681	0.682	0.09	0.895	0.897	0.18	0.930	0.932	0.18
2	0.541	0.541	-0.03	0.671	0.671	0.06	0.891	0.892	0.09	0.928	0.928	0.08
3	0.523	0.523	-0.02	0.656	0.656	0.02	0.882	0.882	-0.02	0.919	0.919	-0.03
4	0.495	0.495	-0.01	0.633	0.633	-0.01	0.870	0.869	-0.11	0.909	0.908	-0.14
5	0.479	0.479	0.02	0.649	0.649	-0.11	0.949	0.946	-0.36	1.000	0.996	-0.41

Les coefficients de fuites sont en cm.

En ce qui concerne les coefficients de fuites, on constate également qu'ils sont en accord pour les deux modèles. Les écarts sont inférieurs à 0.1% dans tous les cas sauf lorsqu'on s'approche du vide dans la région 5 (CAS 3 et 4) où il sont de 0.2% dans le groupe rapide et d'environ 0.4% dans le groupe thermique. De manière globale et plus particulièrement dans la zone vidée, les écarts entre TIBÈRE-MoC et ECCO-MoC sont plus faibles que TIBÈRE-MoC et TIBÈRE-CP. Ceci démontre qu'il y a une différence dans la façon dont la méthode des CP et la méthode MoC traite les zones contenant du vide (expansion en série des fonctions de Bickley pour la méthode CP et expansion en série d'exponentielle pour la méthode MoC) et pour lesquelles les sections efficaces sont très faibles ou nulles.

6.1.3 Vérification de TIBÈRE1-MoC avec ECCO-MoC

Afin de vérifier l'implantation du modèle TIBÈRE1-MoC, on effectue une comparaison avec le modèle ECCO-MoC auquel on applique des conditions aux frontières de réflexion spé-

laire. Étant donné que TIBÈRE1 présente des divergences numériques en présence de régions vides, seul le CAS 1 de la petite cellule a été simulé.

Tableau 6.8 Comparaison des modèles TIBÈRE1-MoC et ECCO-MoC (réflexion spéculaire) pour le CAS 1 de la petite cellule.

	TIBÈRE1-MoC				ECCO-MoC	Δ
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	1.31631				1.31938	0.23 %
k_∞	1.06176				1.06191	0.15 mk
GRUPE 1						
Région	D_x	D_y	D_z	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$
1	1.084	1.084	1.067	1.078	1.079	0.09
2	1.103	1.103	1.093	1.100	1.100	0.06
3	1.130	1.130	1.132	1.131	1.131	0.00
4	1.146	1.146	1.155	1.149	1.149	-0.02
5	1.162	1.162	1.175	1.167	1.166	-0.05
GRUPE 2						
Région	D_x	D_y	D_z	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$
1	0.559	0.559	0.560	0.559	0.559	0.00
2	0.542	0.542	0.546	0.543	0.543	0.00
3	0.522	0.522	0.532	0.525	0.525	0.00
4	0.495	0.495	0.497	0.496	0.496	0.00
5	0.477	0.477	0.474	0.476	0.476	0.00

Le laplacien critique, le facteur de multiplication infini ainsi que les coefficients de fuites moyens pour TIBÈRE1 (calculés à l'aide de la formule 6.3) sont comparés à ECCO (tableau 6.8). On constate que tout comme pour TIBÈRE2 et ECCO dans le CAS 1, les écarts entre les facteurs de multiplication et les laplaciens sont respectivement d'environ 0.1 mk et 0.2%. En ce qui concerne les coefficients de fuites, les erreurs relatives sont inférieures à 0.1% dans le groupe 1 et presque nulles dans le groupe 2. Ceci démontre une meilleure concordance des coefficients de fuites entre TIBÈRE1-MoC et ECCO spéculaire par rapport à TIBÈRE2-MoC et ECCO isotrope. Cette différence peut s'expliquer par le fait que la méthode du tir est utilisée pour les calculs avec réflexion spéculaire alors que pour les réflexions isotropes, un processus de résolution itératif est requis (un pour le flux et un pour le courant moyen dans ECCO et un pour le flux et trois pour les courants directionnels dans TIBÈRE).

6.1.4 Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC

Comme il a été mentionné précédemment, le modèle TIBÈRE2 de par sa condition de renvoi quasi-isotrope s'avère moins précis que le modèle TIBÈRE1 qui n'effectue pas d'approximation à la frontière du domaine. On s'attend toutefois à ce que les résultats obtenus avec les deux modèles ne soient pas trop éloignés. En guise de vérification, une comparaison des deux modèles a été réalisée sur le CAS 1 de la petite cellule, les résultats sont présentés dans le tableau 6.9. Cette comparaison permet d'effectuer une vérification supplémentaire pour le modèle TIBÈRE1-MoC.

Tableau 6.9 Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC pour le CAS 1 de la petite cellule.

	TIBÈRE1-MoC			TIBÈRE2-MoC			Δ		
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	1.31631			1.33751			-1.61 %		
k_∞	1.061763			1.06273			-0.09 mk		
GROUPE 1									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
1	1.084	1.084	1.067	1.087	1.087	1.072	0.29	0.29	0.42
2	1.103	1.103	1.093	1.104	1.104	1.095	0.12	0.12	0.20
3	1.130	1.130	1.132	1.133	1.133	1.136	0.26	0.26	0.31
4	1.146	1.146	1.155	1.149	1.149	1.157	0.24	0.24	0.24
5	1.162	1.162	1.175	1.158	1.158	1.169	-0.41	-0.41	-0.55
GROUPE 2									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
1	0.559	0.559	0.560	0.555	0.555	0.556	-0.76	-0.76	-0.73
2	0.542	0.542	0.546	0.540	0.540	0.543	-0.41	-0.41	-0.44
3	0.522	0.522	0.532	0.520	0.520	0.529	-0.40	-0.40	-0.41
4	0.495	0.495	0.497	0.494	0.494	0.496	-0.18	-0.18	-0.25
5	0.477	0.477	0.474	0.480	0.480	0.477	0.64	0.64	0.67

Les résultats du tableau 6.9 présentent une différence de 1.6% entre les laplaciens et d'environ 0.09 mk pour les facteurs de multiplication. Les écarts entre les coefficients de fuites sont inférieurs à 0.5% dans le groupe rapide et inférieurs à 0.8% dans le groupe thermique. Les différences les plus importantes sont observées dans les régions 1 et 5 qui correspondent respectivement au combustible (région la plus éloignée de la frontière) et au modérateur (région la plus proche de la frontière). Ces deux régions semblent les plus affectées par la condition de

renvoi des neutrons dans la cellule. Malgré ces petites différences, les valeurs et les comportements observés sont tout de même assez cohérents pour les deux modèles et similaires à celles observées en comparant avec le modèle ECCO pour des réflexions spéculaires et isotropes.

6.2 Cellule unitaire CANDU6 en 2-D

La géométrie de la cellule CANDU6 consiste typiquement en une grappe de combustible entourée de deux tubes concentriques qui sont le tube de force et le tube de calandre. Ils sont séparés par un espace annulaire (ou gap) rempli d'hélium (He) permettant ainsi de séparer le caloporteur chaud du modérateur froid tous deux composés d'eau lourde (D_2O). La figure 6.2 présente la cellule unitaire 2-D dans le plan X-Y et infinie en Z. Elle est formée de 37 crayons de combustible composés d'oxide d'uranium naturel (UO_2) entourés chacun d'une gaine en alliage de zirconium (Zr-II). Ces crayons sont placés en anneaux de 1, 6, 12 et 18 crayons pour un pas de réseau de 28.58 cm. Le tube de calandre et le tube de force sont constitués respectivement des alliages Zr-II et Zr-Nb.

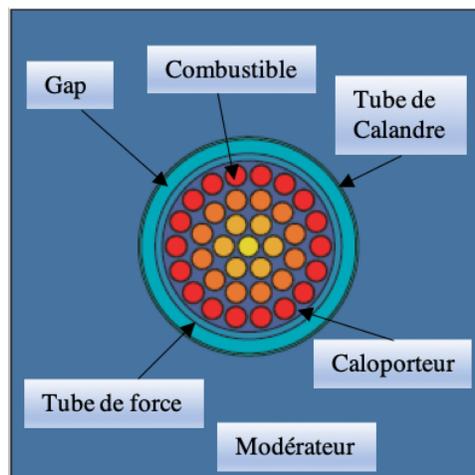
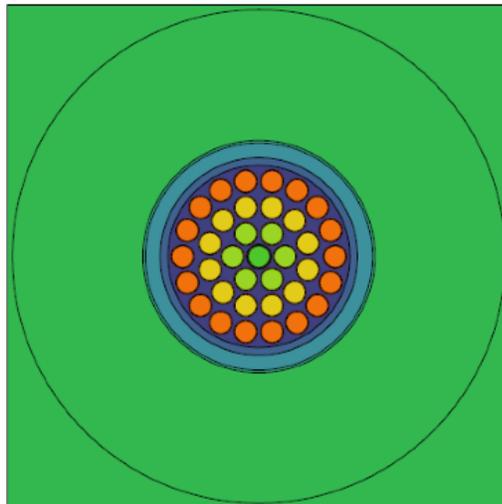


Figure 6.2 Cellule CANDU6

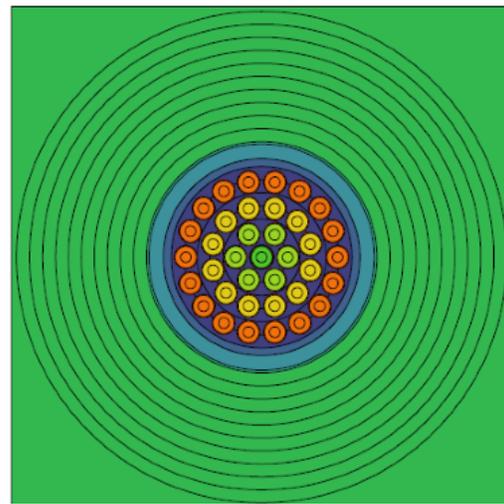
Les dimensions ainsi que les mélanges associés à cette géométrie sont présentés au tableau 6.10 où R_{int} et R_{ext} font référence au rayon interne et au rayon externe respectivement. On définit en tout 10 mélanges à partir du module LIB de DRAGON. Les sections efficaces microscopiques sont tirées de la bibliothèque `iaea` à 69 groupes de format WIMSD4. La discrétisation de la variable énergie nécessite un calcul d'autoprotection qui permet de traiter le phénomène de résonance des noyaux lourds (module `SHI` de DRAGON). Pour cela on procède à deux niveaux de discrétisation de la géométrie de base (figure 6.3).

Tableau 6.10 Dimensions et composition des mélanges de la cellule CANDU6.

# du mélange	Description	Composition	R_{int} (cm)	R_{ext} (cm)
1	Caloporteur	D ₂ O	0.6540	5.1689
2	Tube de force	Zr-Nb	5.1689	5.6032
3	Espace annulaire (gap)	He	5.6032	6.4478
4	Tube de calandre	Zr-II	6.4478	6.5875
5	Modérateur	D ₂ O	6.5875	14.0000
6	Crayon central de combustible	UO ₂	-	0.6122
7	6 crayons à 1.4885 cm du centre	UO ₂	-	-
8	12 crayons à 2.8755 cm du centre	UO ₂	-	-
9	18 crayons à 4.3305 cm du centre	UO ₂	-	-
10	Enveloppe du combustible	Zr-II	0.6122	0.6540



(a) Géométrie pour l'autoprotection



(b) Géométrie pour le calcul de flux

Figure 6.3 Niveaux de discrétisation de la cellule CANDU6

La discrétisation grossière est réalisée sur la géométrie servant aux calculs d'autoprotection tandis qu'une discrétisation fine sert aux calculs de flux. Pour cette dernière, on s'assure de discrétiser suffisamment dans les régions où le flux est susceptible de varier de façon importante soit dans le combustible, dans le caloporteur et dans le modérateur. L'analyse et le « tracking » de la géométrie sont réalisés avec NXT pour une densité de 20 lignes/cm et 29 angles azimutaux ainsi qu'une quadrature polaire de Gauss d'ordre 8. Ces valeurs sont

choisies pour le calcul de transport afin d'obtenir une erreur acceptable sur les volumes et les surfaces. Tous les calculs sont réalisés pour du combustible neuf. Les résultats sont homogénéisés en 10 régions correspondant aux mélanges présentés dans le tableau 6.10 et condensés en 2 groupes d'énergie.

Il est important de noter que cette géométrie est symétrique pour une réflexion autour de l'axe des X et de l'axe des Y (ces conditions impliquent que la méthode TIBÈRE devrait fonctionner), mais pas pour une réflexion autour de l'axe $X = Y$. Ainsi, on peut s'attendre à ce que les coefficients de fuites en X et Y soient différents.

6.2.1 Vérification de TIBÈRE2-MoC avec TIBÈRE2-CP

Les résultats des calculs réalisés sur la cellule CANDU6 pour le modèle TIBÈRE2-MoC comparativement à TIBÈRE2-CP sont présentés dans le tableau 6.11. Les laplaciens diffèrent d'environ 0.3% tandis que les facteurs de multiplication présentent un écart de 0.3 mk. Il y a donc une bonne cohérence des résultats globaux.

Les écarts observés pour les coefficients de fuites sont bien en dessous de 0.1% dans la majorité des cas. On constate toutefois un écart plus important pour les fuites axiales dans la région 3 contenant le gap d'hélium soit 2.55% dans le groupe rapide et 3.18% dans le groupe thermique. Pour cette région, les coefficients de fuites des deux groupes atteignent leur valeur maximale ce qui démontre un effet de « streaming » important surtout axialement. Ceci démontre encore une fois qu'il y a une différence entre le traitement des zones vides ou presque vides entre les modèles CP et MoC.

Ici on remarque que les coefficients de fuites en X et Y demeurent identiques dans la méthode TIBÈRE2-MoC et très près des coefficients calculés par TIBÈRE2-CP qui eux sont explicitement imposés identiques.

Tableau 6.11 Comparaison de TIBÈRE2-CP et TIBÈRE2-MoC pour la cellule CANDU6.

	TIBÈRE2-CP			TIBÈRE2-MoC			Δ		
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	0.313			0.314			0.32 %		
k_∞	1.11225			1.11256			0.31 mk		
GROUPE 1									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
1	1.207	1.207	1.306	1.206	1.206	1.305	0.04	0.03	0.06
2	1.437	1.437	1.589	1.437	1.437	1.589	-0.02	-0.02	0.01
3	1.662	1.662	2.103	1.663	1.663	2.049	-0.02	-0.02	2.55
4	1.587	1.587	1.868	1.588	1.588	1.860	-0.05	-0.05	0.43
5	1.422	1.422	1.398	1.422	1.422	1.398	-0.01	-0.01	-0.01
6	1.064	1.064	1.133	1.064	1.064	1.134	0.01	0.01	-0.08
7	1.069	1.069	1.136	1.069	1.069	1.137	0.01	0.01	-0.08
8	1.083	1.083	1.144	1.083	1.083	1.145	0.01	0.02	-0.08
9	1.142	1.142	1.194	1.142	1.142	1.195	0.00	0.00	-0.09
10	1.155	1.155	1.237	1.155	1.155	1.237	0.04	0.02	0.00
GROUPE 2									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
1	1.095	1.095	1.075	1.095	1.095	1.075	-0.03	-0.04	-0.01
2	1.219	1.219	1.350	1.219	1.219	1.349	-0.04	-0.04	0.07
3	1.361	1.361	1.777	1.362	1.362	1.720	-0.01	-0.01	3.18
4	1.265	1.265	1.517	1.266	1.266	1.508	-0.05	-0.05	0.61
5	0.869	0.869	0.871	0.869	0.869	0.871	0.01	0.01	0.00
6	1.018	1.018	0.918	1.018	1.018	0.918	-0.01	-0.01	-0.03
7	1.023	1.023	0.925	1.023	1.023	0.925	-0.01	-0.01	-0.03
8	1.039	1.039	0.947	1.040	1.039	0.947	-0.02	0.00	-0.03
9	1.086	1.086	1.025	1.086	1.086	1.025	-0.02	-0.02	-0.04
10	1.076	1.076	1.030	1.076	1.076	1.030	-0.01	-0.05	0.01

Les coefficients de fuites sont en cm.

6.2.2 Vérification avec ECCO-MoC

Comme pour la petite cellule, on effectue ici une comparaison des résultats de TIBÈRE2-MoC avec le modèle ECCO-MoC pour la réflexion isotrope (tableau 6.12).

Les paramètres globaux calculés pour les deux modèles sont très proches. Dans le groupe

Tableau 6.12 Comparaison de TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC (réflexion isotrope) pour la cellule CANDU6.

	TIBÈRE2-MoC	ECCO-MoC	Δ_{MoC}	Δ_{CP}
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	0.314	0.313	-0.41 %	-0.14 %
k_{∞}	1.11256	1.11222	0.34 mk	0.00 mk
GROUPE 1				
Région	D_{moy}	D	$\Delta_{\text{MoC}}(\%)$	$\Delta_{\text{CP}}(\%)$
1	1.239	1.254	1.19	1.15
2	1.488	1.512	1.60	1.62
3	1.792	1.825	1.80	1.81
4	1.678	1.714	2.12	2.12
5	1.414	1.409	-0.32	-0.31
6	1.087	1.099	1.07	1.04
7	1.091	1.104	1.16	1.11
8	1.103	1.116	1.19	1.14
9	1.160	1.174	1.21	1.23
10	1.182	1.196	1.18	1.14
GROUPE 2				
Région	D_{moy}	D	$\Delta_{\text{MoC}}(\%)$	$\Delta_{\text{CP}}(\%)$
1	1.089	1.088	-0.12	-0.08
2	1.262	1.270	0.61	0.58
3	1.481	1.490	0.59	0.58
4	1.347	1.356	0.68	0.71
5	0.870	0.870	-0.01	0.00
6	0.985	0.978	-0.70	-0.67
7	0.991	0.985	-0.57	-0.53
8	1.009	1.005	-0.39	-0.37
9	1.066	1.065	-0.06	-0.03
10	1.061	1.059	-0.23	-0.21

rapide, les écarts entre les coefficients de fuites se situent majoritairement entre 1% et 2%. Comparativement à la petite cellule, ces écarts sont plus élevés. Cependant, il faut aussi constater que les coefficients de fuites en Z peuvent différer de ceux en X et Y de plus que 30% alors que pour la petite cellule, ces différences atteignent tout juste 2% (voir figure 6.4 par exemple). Comme la méthode ECCO impose cette égalité, il n'est pas surprenant que des écarts de cette ampleur soient observés entre ECCO et TIBÈRE pour la cellule CANDU. À titre indicatif on a inclus les écarts entre les modèles TIBÈRE2 et ECCO mais pour la méthode CP. Les mêmes écarts sont observés ce qui indique qu'il s'agit bien de différences

liées aux différentes approximations de ECCO et TIBÈRE.

Tableau 6.13 Comparaison de TIBÈRE1-MoC et ECCO-MoC (réflexion spéculaire) pour la cellule CANDU6.

	TIBÈRE1-MoC				ECCO-MoC	Δ
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	0.31184				0.31096	-0.28
k_∞	1.11202				1.11168	0.34
GROUPE 1						
Région	D_x	D_y	D_z	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$
1	1.208	1.208	1.306	1.241	1.255	1.14
2	1.440	1.440	1.593	1.491	1.515	1.58
3	1.662	1.662	2.045	1.789	1.822	1.79
4	1.590	1.590	1.861	1.680	1.716	2.07
5	1.422	1.422	1.398	1.414	1.410	-0.31
6	1.065	1.065	1.135	1.088	1.099	1.02
7	1.070	1.070	1.138	1.093	1.105	1.09
8	1.084	1.084	1.146	1.105	1.118	1.12
9	1.144	1.144	1.197	1.162	1.176	1.22
10	1.156	1.157	1.238	1.184	1.197	1.13
GROUPE 2						
Région	D_x	D_y	D_z	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$
1	1.095	1.095	1.075	1.089	1.088	-0.08
2	1.221	1.221	1.351	1.264	1.271	0.58
3	1.360	1.360	1.715	1.478	1.487	0.59
4	1.267	1.267	1.509	1.348	1.357	0.70
5	0.869	0.869	0.871	0.870	0.870	0.01
6	1.018	1.018	0.918	0.985	0.978	-0.67
7	1.023	1.023	0.925	0.991	0.985	-0.55
8	1.040	1.040	0.947	1.009	1.005	-0.38
9	1.086	1.086	1.025	1.066	1.065	-0.05
10	1.076	1.076	1.030	1.061	1.058	-0.22

Des calculs ont également été réalisés avec TIBÈRE1-MoC pour la cellule CANDU6. Le tableau 6.13 présente les résultats comparatifs avec le modèle ECCO pour la réflexion spéculaire. On constate exactement les mêmes différences entre les modèles même pour la condition spéculaire. Contrairement à la petite cellule, le changement de condition aux frontières ne modifie en rien les écarts entre TIBÈRE et ECCO.

6.2.3 Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC

Les résultats comparatifs entre TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC pour le CANDU6 sont présentés dans le tableau 6.14. De manière générale, les deux modèles sont en accord. Les laplaciens diffèrent d'environ 0.3% tandis que les facteurs de multiplication présentent un écart de 0.3 mk. Les écarts entre les coefficients de fuites sont majoritairement en dessous de 0.2% dans les deux groupes. Ils sont donc moins élevés que dans la petite cellule. Ceci est attendu car les surfaces externes étant très loin de la source de neutrons rapides dans le CANDU6 (comparativement à la petite cellule), on s'attend à une très bonne modération et donc à un flux de surface à peu près isotrope (beaucoup de collisions avant d'atteindre la surface).

Dans la région 3 où l'effet de « streaming » est plus prononcé surtout axialement, les écarts sont d'environ 0.2% pour le groupe rapide et 0.3% pour le groupe thermique (fuites axiales) ce qui est relativement faible. Ceci peut s'expliquer par le fait que dans le réacteur CANDU, de part la configuration des grappes de combustible, les neutrons qui sont renvoyés dans la cellule, quelle que soit leur direction ne peuvent pas traverser la zone contenant l'hélium d'un côté à l'autre de la cellule sans qu'il y ait une collision avec le combustible, ce qui n'est pas le cas avec la petite cellule.

Tableau 6.14 Comparaison de TIBÈRE1-MoC et TIBÈRE2-MoC pour la cellule CANDU6.

	TIBÈRE1-MoC			TIBÈRE2-MoC			Δ		
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	0.312			0.314			0.69 %		
k_∞	1.11202			1.11256			0.55 mk		
GRUPE 1									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
1	1.208	1.208	1.306	1.206	1.206	1.305	-0.13	-0.13	-0.09
2	1.440	1.440	1.593	1.437	1.437	1.589	-0.21	-0.21	-0.23
3	1.662	1.662	2.045	1.663	1.663	2.049	0.06	0.07	0.23
4	1.590	1.590	1.861	1.588	1.588	1.860	-0.12	-0.12	-0.08
5	1.422	1.422	1.398	1.422	1.422	1.398	-0.01	-0.01	0.00
6	1.065	1.065	1.135	1.064	1.064	1.134	-0.09	-0.13	-0.07
7	1.070	1.070	1.138	1.069	1.069	1.137	-0.15	-0.14	-0.09
8	1.084	1.084	1.146	1.083	1.083	1.145	-0.16	-0.16	-0.11
9	1.144	1.144	1.197	1.142	1.142	1.195	-0.19	-0.19	-0.15
10	1.156	1.157	1.238	1.155	1.155	1.237	-0.13	-0.12	-0.08
GRUPE 2									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
1	1.095	1.095	1.075	1.095	1.095	1.075	0.00	0.00	0.00
2	1.221	1.221	1.351	1.219	1.219	1.349	-0.12	-0.12	-0.18
3	1.360	1.360	1.715	1.362	1.362	1.720	0.12	0.12	0.29
4	1.267	1.267	1.509	1.266	1.266	1.508	-0.10	-0.10	-0.07
5	0.869	0.869	0.871	0.869	0.869	0.871	0.01	0.01	0.01
6	1.018	1.018	0.918	1.018	1.018	0.918	0.02	-0.01	-0.01
7	1.023	1.023	0.925	1.023	1.023	0.925	0.00	0.00	0.00
8	1.040	1.040	0.947	1.040	1.039	0.947	0.00	-0.01	0.00
9	1.086	1.086	1.025	1.086	1.086	1.025	-0.01	-0.01	-0.02
10	1.076	1.076	1.030	1.076	1.076	1.030	-0.02	0.02	0.02

6.3 Cellules REP en 3-D : Modèle à 1 cellule

Un des avantages de la méthode MoC est qu'elle permet plus facilement le traitement des géométries 3-D. De ce fait, le modèle TIBÈRE2 implanté avec cette méthode a également été adapté de façon à pouvoir traiter une géométrie finie axialement.

6.3.1 Vérification de TIBÈRE2-MoC 3-D avec le modèle 2-D

Afin de vérifier l'implantation en 3-D, nous avons modélisé une cellule REP (figure 6.4 à gauche) de 1.27 cm de côté comportant 3 régions annulaires de rayons : 0.39, 0.40, et 0.46 cm.

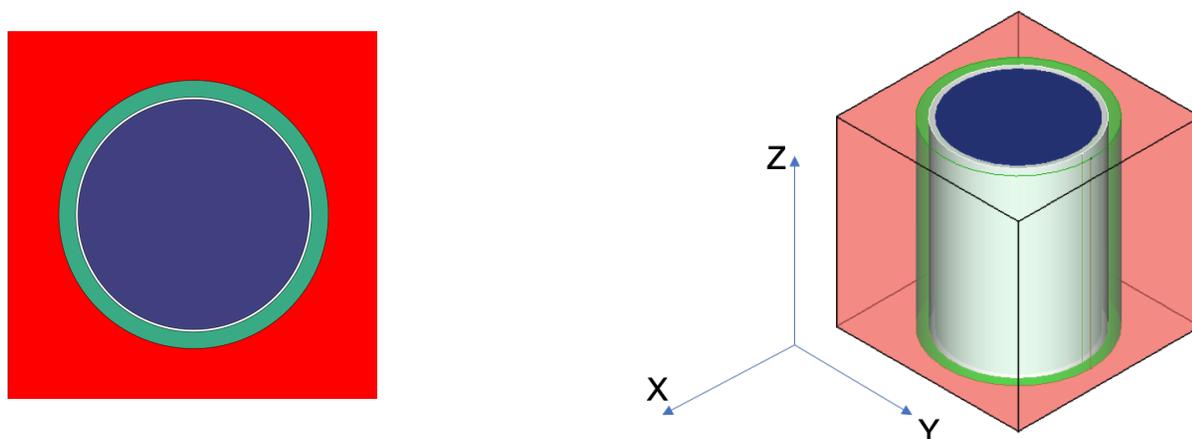


Figure 6.4 Cellule REP en 2-D (gauche) et en 3-D (droite)

Les régions contiennent les éléments suivants du centre vers l'extérieur : combustible, gap (hélium remplacé par du vide), gaine et modérateur. Le combustible est composé d' UO_2 enrichi en uranium 235 à hauteur de 3.9 % en masse à 900 K (« Hot fuel Power »). La gaine est faite de zirconium pur et possède une température de 600 K tout comme le modérateur dans lequel on ajoute 1400 ppm de bore naturel. La cellule 3-D (figure 6.4 à droite) est identique à la cellule 2-D et possède une hauteur de 1.27 cm. Deux calculs ont été réalisés, le premier en 2-D sur la projection X-Y de la géométrie 3-D comparativement au calcul 3-D fini axialement. Ces calculs ont pour but de vérifier la cohérence de l'implantation en 3-D. En effet, mis à part les conditions aux frontières approximées sur les faces Z- et Z+ de la géométrie 3-D ainsi que le « tracking » qui diffère (voir section 5.3), les résultats devraient

être assez proches. La bibliothèque de sections efficaces microscopiques utilisée pour les calculs est `iaea` de format WIMSD4 à 69 groupes d'énergie. Des calculs d'autoprotection des résonnances avec approximations de Livolant-Jeanpierre (option LJ de SHI) sont effectués sur la cellule 2-D. Le « tracking » a été réalisé avec NKT. Pour le calcul de flux en 2-D, on a employé une densité de 1000 lignes/cm et 16 angles azimutaux ainsi qu'une quadrature polaire de Gauss d'ordre 8. Pour ce qui est de la géométrie 3-D, on a défini une densité de 1000 lignes/cm² et 12 angles avec la quadrature EQ_N (84 directions au total). Les propriétés ont été condensées à 2 groupes d'énergie et aucune homogénéisation n'a été réalisée.

Le tableau 6.15 présente les résultats des deux calculs. De manière générale, on observe une bonne cohérence entre les valeurs. Les écarts entre les laplaciens et les facteurs de multiplication sont relativement faibles soit 0.08% et 0.56 mk respectivement.

Tableau 6.15 Comparaison de TIBÈRE2 en 2-D et en 3-D.

	TIBÈRE2-MoC (2-D)			TIBÈRE2-MoC (3-D)			Δ		
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	5.1209			5.1249			-0.08 %		
k_∞	1.33464			1.33520			0.56 mk		
GROUPE 1									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
Combustible	1.410	1.410	1.397	1.406	1.406	1.392	0.23	0.23	0.40
Vide	1.444	1.444	1.445	1.440	1.440	1.446	0.28	0.28	-0.06
Gaine	1.452	1.452	1.455	1.453	1.453	1.454	-0.03	-0.03	0.09
Modérateur	1.475	1.475	1.485	1.478	1.478	1.490	-0.15	-0.15	-0.31
GROUPE 2									
Région	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	$\Delta_x(\%)$	$\Delta_y(\%)$	$\Delta_z(\%)$
Combustible	0.487	0.487	0.494	0.490	0.490	0.499	-0.60	-0.60	-0.88
Vide	0.467	0.467	0.482	0.468	0.468	0.486	-0.16	-0.16	-0.83
Gaine	0.458	0.458	0.472	0.458	0.458	0.472	-0.19	-0.19	0.00
Modérateur	0.418	0.418	0.416	0.416	0.416	0.413	0.50	0.50	0.57

Les coefficients de fuites sont en cm.

En ce qui concerne les coefficients de fuites, les différences observées sont en-dessous de 0.4% dans le groupe rapide et inférieures à 0.9% dans le groupe thermique. Les écarts les plus élevés se situent dans le groupe thermique pour les fuites thermiques axiales dans le combustible et dans le vide. Le modèle 3-D avec réflexion isotrope en Z sur-estime quelque peu les fuites axiales dans ces deux régions. Il est important de mentionner que la zone contenant du vide

est traitée sans problème avec TIBÈRE2-MoC (pas de divergence) même pour une géométrie en 3-D.

6.3.2 Vérification avec ECCO-MoC

Le modèle de fuites ECCO-MoC de DRAGON permet également le traitement des géométries 3-D. De ce fait, tout comme pour les calculs en 2-D, une vérification avec ECCO pour les mêmes conditions de calcul est possible en 3-D pour des conditions isotropes.

Tableau 6.16 Comparaison de TIBÈRE2-MoC avec ECCO-MoC pour le modèle à 1 cellule.

	TIBÈRE2-MoC	ECCO-MoC	Δ
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	5.125	5.114	-0.22 %
k_∞	1.33520	1.33447	0.73 mk
GROUPE 1			
	D_{moy}	D	Δ (%)
Combustible	1.402	1.405	0.23
Vide	1.442	1.442	0.05
Gaine	1.453	1.453	-0.02
Modérateur	1.482	1.480	-0.14
GROUPE 2			
	D_{moy}	D	Δ (%)
Combustible	0.493	0.493	-0.01
Vide	0.474	0.474	0.04
Gaine	0.463	0.463	0.08
Modérateur	0.415	0.415	0.01

Les résultats présentés dans le tableau 6.16 sont très concluants. Les deux modèles donnent des valeurs semblables. On obtient 0.2% de différence pour le laplacien critique et environ 0.7 mk pour les facteurs de multiplication. Les écarts entre les coefficients de diffusion sont de moins de 0.1% dans les deux groupes sauf dans le combustible où on obtient 0.2%.

6.4 Cellules REP en 3-D : étude en fonction de la hauteur

On désire à présent étudier le comportement de TIBÈRE-MoC sur une géométrie dont on fait varier la hauteur. Pour cela, on aligne axialement des cellules identiques et on effectue les calculs de fuites en 3-D pour 1 cellule (modèle de la section précédente), deux cellules et 6 cellules (voir figure 6.5). Chaque cellule est représentée par un plan en Z (du bas vers le haut). L'augmentation du nombre de plans en Z a pour but d'éloigner la région où on applique des conditions aux frontières approximatives en Z et donc de se rapprocher du cas 2-D.

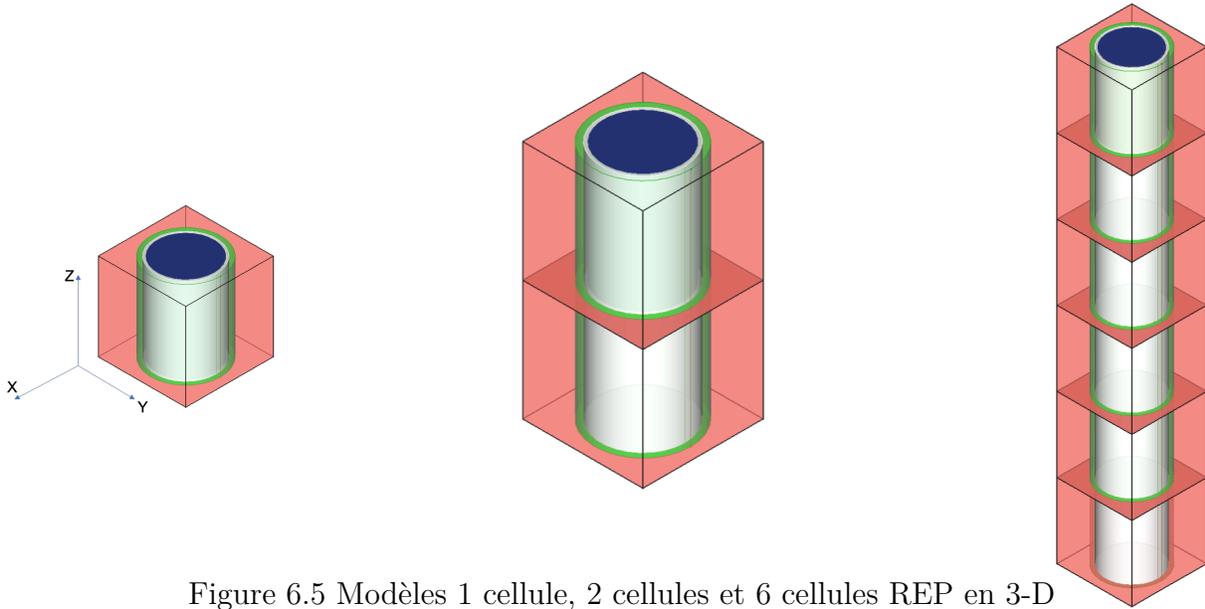


Figure 6.5 Modèles 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules REP en 3-D

6.4.1 Comparaison des modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules

Les calculs à 2 cellules et à 6 cellules sont réalisés pour une densité de 2000 lignes/cm² et 16 angles avec EQ_N (144 directions au total). Une condensation à deux groupes est appliquée sans aucune homogénéisation.

On observe dans le tableau 6.17 une légère diminution du laplacien et du facteur de multiplication infini à mesure que le nombre de cellules augmente axialement. On se rapproche ainsi des valeurs obtenues pour la géométrie 2-D (voir tableau 6.15) ce qui correspond bien au comportement attendu.

Tableau 6.17 Comparaison de k_∞ et B^2 pour les modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules REP.

	1 cellule	2 cellules	6 cellules
B^2 (10^{-3}cm^{-2})	5.1249	5.1229	5.1204
k_∞	1.3352	1.3349	1.3346

Le tableau 6.18 présente les coefficients de fuites directionnels obtenus pour chacun des trois calculs dans le groupe rapide. En comparant les calculs entre eux, on observe tout d'abord que lorsqu'on passe du modèle à 1 cellule à celui à 6 cellules, il y a une légère augmentation des fuites axiales et radiales dans le combustible. Dans la zone de vide, les fuites (axiales et radiales) augmentent légèrement tandis que dans le modérateur on observe une légère diminution. Comme il a été mentionné précédemment, l'ajout de plans a pour effet d'éloigner la frontière du centre de l'assemblage et de réduire l'impact de l'utilisation de conditions aux frontières approximatives en Z . Les résultats se rapprochent ainsi du cas 2-D comme on peut le constater en comparant avec le tableau 6.15. Par exemple, les écarts entre le modèle 2-D et celui à 6 cellules sont de 0.04 mk et de 0.01% pour k_∞ et B^2 respectivement.

Tableau 6.18 Comparaison des coefficients de fuites (en cm) pour les modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules (GROUPE 1).

	COMBUSTIBLE			VIDE			GAINE			MODÉRATEUR		
1 CELLULE												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	1.406	1.406	1.392	1.440	1.440	1.446	1.453	1.453	1.454	1.478	1.478	1.490
2 CELLULES												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	1.408	1.408	1.394	1.440	1.440	1.447	1.453	1.453	1.455	1.476	1.476	1.488
2	1.408	1.408	1.394	1.444	1.444	1.447	1.453	1.453	1.455	1.476	1.476	1.488
6 CELLULES												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	1.409	1.409	1.395	1.443	1.443	1.445	1.452	1.452	1.455	1.476	1.476	1.486
2	1.410	1.410	1.398	1.444	1.444	1.448	1.453	1.453	1.456	1.475	1.475	1.485
3	1.410	1.410	1.398	1.444	1.444	1.448	1.453	1.453	1.456	1.475	1.475	1.485
4	1.410	1.410	1.398	1.444	1.444	1.448	1.453	1.453	1.456	1.475	1.475	1.485
5	1.410	1.410	1.398	1.444	1.444	1.448	1.453	1.453	1.456	1.475	1.475	1.485
6	1.409	1.409	1.395	1.443	1.443	1.445	1.452	1.452	1.455	1.476	1.476	1.486

Le calcul à 6 cellules nous permet d'observer une symétrie des résultats par rapport au centre de la géométrie. En effet, les valeurs des coefficients sont identiques pour le 1er et le 6e plan et diffèrent légèrement des plans 2 à 5 qui eux ont les mêmes valeurs. Ceci peut s'expliquer par le fait que les mêmes conditions de réflexions isotropes sont appliquées axialement aux frontières du domaine au niveau des plans 1 et 6. Les fuites de neutrons sont donc les mêmes pour ces deux plans et puisqu'il y a une continuité des mêmes matériaux les fuites sont identiques entre ces plans.

Tableau 6.19 Comparaison des coefficients de fuites (en cm) pour les modèles à 1 cellule, 2 cellules et 6 cellules (GROUPE2)

	COMBUSTIBLE			VIDE			GAINE			MODÉRATEUR		
1 CELLULE												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	0.490	0.490	0.499	0.468	0.468	0.486	0.458	0.458	0.472	0.416	0.416	0.413
2 CELLULES												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	0.488	0.488	0.496	0.467	0.467	0.485	0.458	0.458	0.472	0.417	0.417	0.415
2	0.488	0.488	0.496	0.467	0.467	0.485	0.458	0.458	0.472	0.417	0.417	0.415
6 CELLULES												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	0.489	0.489	0.496	0.467	0.467	0.483	0.458	0.458	0.472	0.417	0.417	0.415
2	0.487	0.487	0.494	0.466	0.466	0.482	0.457	0.457	0.472	0.418	0.418	0.416
3	0.487	0.487	0.494	0.466	0.466	0.482	0.457	0.457	0.472	0.418	0.418	0.416
4	0.487	0.487	0.494	0.466	0.466	0.482	0.457	0.457	0.472	0.418	0.418	0.416
5	0.487	0.487	0.494	0.466	0.466	0.482	0.457	0.457	0.472	0.418	0.418	0.416
6	0.489	0.489	0.496	0.467	0.467	0.483	0.458	0.458	0.472	0.417	0.417	0.415

Dans le groupe thermique (tableau 6.19), lorsqu'on passe de 1 à 6 cellules, on constate une légère diminution des fuites dans le combustible. Le fait d'ajouter des plans axialement permet d'éloigner la région où les conditions approximatives de réflexion sont appliquées ce qui a pour effet de réduire leur impact sur les résultats. Ici, on constate une diminution des fuites (axiales et radiales) dans le combustible pour le groupe thermique et une augmentation de ces mêmes fuites dans le modérateur. Notons toutefois que puisque l'effet est très faible, ceci peut aussi être simplement dû au changement des paramètres de « tracking » lorsqu'on passe de 1 cellule à 2 et 6 cellules.

Dans la gaine il n'y a aucun impact et dans le modérateur on observe une très légère augmentation des fuites. Il est intéressant de constater que dans la zone de vide les fuites axiales sont

toujours plus importantes que les fuites radiales et ce dans les deux groupes. Ceci s'explique par le fait que la zone de vide étant limitée radialement, le « streaming » radial est moins important que dans la direction axiale où les neutrons peuvent parcourir une plus grande distance sans subir de collisions.

6.4.2 Modèle à 6 cellules avec réflecteurs

On s'intéresse à présent à un modèle à 6 cellules où on remplace les cellules des plans 4, 5 et 6 (3 cellules du haut) par des réflecteurs (figure 6.6). Le réflecteur possède ici la même géométrie que la cellule REP présentée à la figure 6.4 à l'exception que les mélanges associés au combustible et au gap de vide sont remplacés par du modérateur. Le rôle des réflecteurs dans les réacteurs nucléaires consiste à empêcher les fuites des neutrons vers l'extérieur en les renvoyant vers l'intérieur du coeur. Ils sont donc peu absorbants et ont de bonnes propriétés diffusantes. Ici, en remplaçant les trois plans supérieurs on veut vérifier la cohérence du modèle TIBÈRE2 en 3-D lorsque la composition de la géométrie change axialement. Il est important de mentionner que pour cette géométrie les symétries en Z ne semblent pas respectées a priori. Cependant, comme nous utilisons des réflexions à chaque extrémités, la symétrie en Z existe bel et bien mais est cachée.

Pour ce calcul, nous avons gardé les mêmes paramètres de « tracking » que le modèle à 6 cellules de combustible présenté précédemment. Les résultats sont condensés à deux groupes sans aucune homogénéisation.

Le laplacien critique obtenu pour cette géométrie est $B^2 = 3.39872 * 10^{-3} \text{cm}^{-2}$ comparativement à $B^2 = 5.1204 * 10^{-3} \text{cm}^{-2}$ pour le calcul à 6 cellules sans réflecteurs. Le facteur de multiplication baisse à $k_{\infty} = 1.2345$ par rapport à la valeur de $k_{\infty} = 1.3346$ obtenue pour la géométrie à 6 cellules identiques. Cette baisse importante des propriétés globales (notamment pour le laplacien) démontre que la présence des réflecteurs produit un effet considérable sur les fuites. Une diminution de la valeur du laplacien critique indique que pour atteindre la criticité il faut augmenter les dimensions de la partie active du réacteur afin de compenser pour les pertes qui sont plus importantes. Cette augmentation par rapport au cas à 6 cellules de combustible s'explique par le fait que les neutrons subissant davantage de collisions dans les réflecteurs ne sont pas absorbés par la suite (dans le combustible).

Le tableau 6.20 présente les coefficients de fuites directionnels obtenus pour la géométrie à 6 cellules avec réflecteurs. On constate dans le groupe rapide que les coefficients de fuites sont beaucoup plus importants dans les plans 4, 5 et 6 contenant du réflecteur. Comme

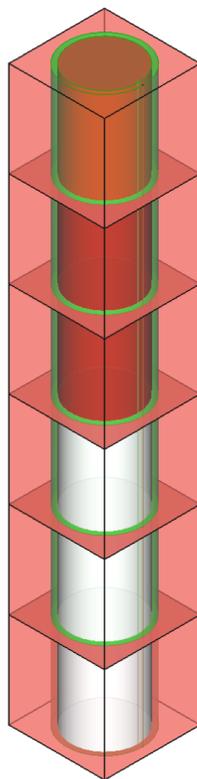


Figure 6.6 Modèle à 6 cellules avec réflecteurs en 3D

il a été mentionné précédemment, ces plans ne contenant pas de combustible, les neutrons rapides ne subissant que des collisions dans le modérateur sont mieux diffusés. Dans le groupe thermique on constate que les coefficients de fuites sont un peu moins importants dans les plans contenant le réflecteur. La différence avec les plans de combustible (plans 1, 2 et 3) est toutefois moins marquée que pour le groupe rapide. Mentionnons également que dans le groupe rapide il y a une plus grande anisotropie des fuites notamment dans les 3 plans du haut, les fuites axiales sont plus élevées que les fuites radiales. Dans le groupe thermique les fuites radiales et axiales ne diffèrent pas beaucoup surtout dans les plans de réflecteur, car la distribution des neutrons lents dans le réflecteur est à peu près isotrope.

Tableau 6.20 Coefficients de fuites directionnels (en cm) pour le modèle à 6 cellules avec réflecteurs.

	COMBUSTIBLE			VIDE			GAINE			MODÉRATEUR		
GROUPE 1												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	1.430	1.430	1.314	1.468	1.468	1.365	1.478	1.478	1.376	1.504	1.504	1.407
2	1.413	1.413	1.313	1.455	1.455	1.368	1.466	1.466	1.378	1.493	1.493	1.410
3	1.410	1.410	1.356	1.464	1.464	1.422	1.479	1.479	1.436	1.513	1.513	1.473
4	1.688	1.688	1.732	1.686	1.686	1.733	1.686	1.686	1.730	1.693	1.693	1.742
5	1.804	1.804	2.038	1.798	1.798	2.029	1.798	1.798	2.024	1.807	1.807	2.035
6	1.836	1.836	2.221	1.830	1.830	2.210	1.830	1.830	2.206	1.839	1.839	2.217
GROUPE 2												
PLAN	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z
1	0.473	0.473	0.502	0.452	0.452	0.487	0.443	0.443	0.476	0.404	0.404	0.414
2	0.464	0.464	0.491	0.444	0.444	0.477	0.436	0.436	0.467	0.398	0.398	0.407
3	0.437	0.437	0.449	0.420	0.420	0.440	0.412	0.412	0.430	0.376	0.376	0.376
4	0.331	0.331	0.330	0.340	0.340	0.347	0.344	0.344	0.355	0.329	0.329	0.327
5	0.320	0.320	0.315	0.330	0.330	0.333	0.334	0.334	0.341	0.319	0.319	0.314
6	0.318	0.318	0.313	0.327	0.327	0.331	0.332	0.332	0.339	0.317	0.317	0.312

Les plans 4, 5 et 6 contiennent du modérateur à la place du combustible et du vide.

6.4.3 Vérification avec ECCO-MoC

Afin de vérifier les comportements observés pour les modèles à 2 cellules et à 6 cellules avec et sans réflecteurs pour TIBÈRE2, une comparaison est effectuée avec le modèle ECCO. Le tableau 6.21 présente les résultats comparatifs pour le laplacien critique et le facteur de multiplication infini. Pour les 3 géométries, les résultats concordent avec ECCO-MoC.

Tableau 6.21 Comparaison de k_∞ et B^2 (10^{-3}cm^{-2}) pour TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC avec 2 cellules, 6 cellules de combustible et 6 cellules avec réflecteurs.

# de cellules	2			6 (COMB.)			6 (RÉFL.)		
	TIBÈRE2	ECCO	Δ	TIBÈRE2	ECCO	Δ	TIBÈRE2	ECCO	Δ
B^2	5.1232	5.1123	-0.21 %	5.1204	5.1098	-0.21 %	3.3987	3.3909	-0.23%
k_∞	1.3349	1.3342	0.70 mk	1.3346	1.3340	0.67 mk	1.2345	1.2343	0.26 mk

En comparant les coefficients de fuites moyens du modèle TIBÈRE2-MoC (voir tableaux 6.22 et 6.23) des géométries à 2 cellules et à 6 cellules de combustible avec ceux d'ECCO-MoC, on constate une très bonne cohérence entre les valeurs. Les écarts relatifs dans les deux groupes sont tous inférieurs à 0.2% pour les deux géométries homogènes axialement. En présence des réflecteurs (tableau 6.24) les écarts sont inférieurs à 0.2% dans le groupe thermique et inférieurs à 0.5% dans le groupe rapide ce qui est très concluant. Ce modèle permet de mettre en évidence les différences d'environ 20% entre les coefficients de fuites radiaux et axiaux dans le groupe rapide en présence de cellules réfléchissantes.

Tableau 6.22 Comparaison entre TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC pour le modèle à 2 cellules.

	COMBUSTIBLE			VIDE			GAINE			MODÉRATEUR		
GROUPE 1												
PLAN	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$
1	1.403	1.406	0.21	1.445	1.445	0.04	1.453	1.453	-0.03	1.480	1.478	-0.13
2	1.403	1.406	0.21	1.445	1.445	0.04	1.453	1.453	-0.03	1.480	1.478	-0.13
GROUPE 2												
PLAN	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$	D_{moy}	D	$\Delta(\%)$
1	0.491	0.491	0.01	0.473	0.473	0.08	0.462	0.463	0.12	0.416	0.416	0.00
2	0.491	0.491	0.01	0.473	0.473	0.08	0.462	0.463	0.12	0.416	0.416	0.00

Tableau 6.23 Comparaison entre TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC pour le modèle à 6 cellules de combustible.

	COMBUSTIBLE			VIDE			GAINE			MODÉRATEUR		
GROUPE 1												
PLAN	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)
1	1.404	1.407	0.20	1.444	1.445	0.03	1.453	1.453	-0.03	1.479	1.478	-0.13
2	1.406	1.409	0.19	1.445	1.446	0.03	1.454	1.453	-0.03	1.479	1.477	-0.11
3	1.406	1.408	0.20	1.445	1.446	0.03	1.454	1.453	-0.03	1.479	1.477	-0.11
4	1.406	1.408	0.20	1.445	1.446	0.03	1.454	1.453	-0.03	1.479	1.477	-0.11
5	1.406	1.409	0.19	1.445	1.446	0.03	1.454	1.453	-0.03	1.479	1.477	-0.11
6	1.404	1.407	0.20	1.444	1.445	0.03	1.453	1.453	-0.03	1.479	1.478	-0.13
GROUPE 2												
PLAN	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)
1	0.491	0.491	0.03	0.473	0.473	0.10	0.463	0.463	0.13	0.417	0.417	0.01
2	0.489	0.489	0.03	0.471	0.472	0.11	0.462	0.463	0.15	0.417	0.417	-0.01
3	0.489	0.489	0.03	0.471	0.472	0.12	0.462	0.463	0.16	0.417	0.417	-0.01
4	0.489	0.489	0.03	0.471	0.472	0.12	0.462	0.463	0.16	0.417	0.417	-0.01
5	0.489	0.489	0.03	0.471	0.472	0.11	0.462	0.463	0.15	0.417	0.417	-0.01
6	0.491	0.491	0.03	0.473	0.473	0.10	0.463	0.463	0.13	0.417	0.417	0.01

Tableau 6.24 Comparaison entre TIBÈRE2-MoC et ECCO-MoC pour le modèle à 6 cellules avec réflecteurs.

	COMBUSTIBLE			VIDE			GAINE			MODÉRATEUR		
GROUPE 1												
PLAN	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)
1	1.391	1.391	0.01	1.434	1.433	-0.08	1.444	1.442	-0.12	1.472	1.470	-0.13
2	1.380	1.382	0.20	1.426	1.427	0.08	1.437	1.437	0.04	1.465	1.466	0.03
3	1.392	1.400	0.52	1.450	1.455	0.35	1.465	1.469	0.28	1.500	1.503	0.21
4	1.702	1.701	-0.07	1.701	1.700	-0.09	1.700	1.699	-0.09	1.710	1.708	-0.11
5	1.882	1.876	-0.35	1.875	1.869	-0.33	1.874	1.867	-0.33	1.883	1.875	-0.41
6	1.964	1.957	-0.38	1.957	1.950	-0.36	1.955	1.948	-0.35	1.965	1.956	-0.46
GROUPE 2												
PLAN	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)	D_{moy}	D	Δ (%)
1	0.483	0.482	-0.03	0.464	0.464	0.04	0.454	0.454	0.09	0.407	0.407	-0.12
2	0.473	0.473	-0.01	0.455	0.455	0.08	0.446	0.447	0.13	0.401	0.400	-0.13
3	0.441	0.441	-0.10	0.426	0.426	0.01	0.418	0.418	0.06	0.376	0.376	-0.12
4	0.330	0.330	-0.05	0.342	0.342	0.04	0.348	0.348	0.15	0.328	0.328	0.01
5	0.318	0.318	0.02	0.331	0.331	0.11	0.336	0.337	0.22	0.317	0.318	0.08
6	0.316	0.316	0.04	0.329	0.329	0.11	0.334	0.335	0.21	0.315	0.315	0.11

Les plans 4, 5 et 6 contiennent du modérateur à la place du combustible et du vide.

6.5 Comparaison avec les codes MEC et PJI

Le modèle de fuites hétérogènes « exact » de Van Rooijen and Chiba [2011] présenté à la section 3.3.1 a été implanté au sein du code MEC (solveur MoC du code CBG) développé au Japon. Ce modèle présente une résolution par la méthode MoC avec des conditions de réflexion spéculaires. Le modèle TIBÈRE1-CP a également été implanté dans CBG au niveau du code PJI qui correspond au solveur pour la méthode CP. Les simulations pour ces deux modèles sont réalisées sur une cellule hexagonale constituée d'une pastille de combustible de rayon $r_{\text{comb}} = 0.28$ cm entourée d'une gaine de rayon externe $r_{\text{gaine}} = 0.33$ cm avec le sodium comme caloporteur (figure 6.7 à droite). Le pas du réseau est de 0.79 cm. Les sections efficaces macroscopiques à 7 groupes sont données dans Van Rooijen and Chiba [2011]. Deux types de calculs sont réalisés, ceux avec le sodium et ceux où le sodium est remplacé par du vide.

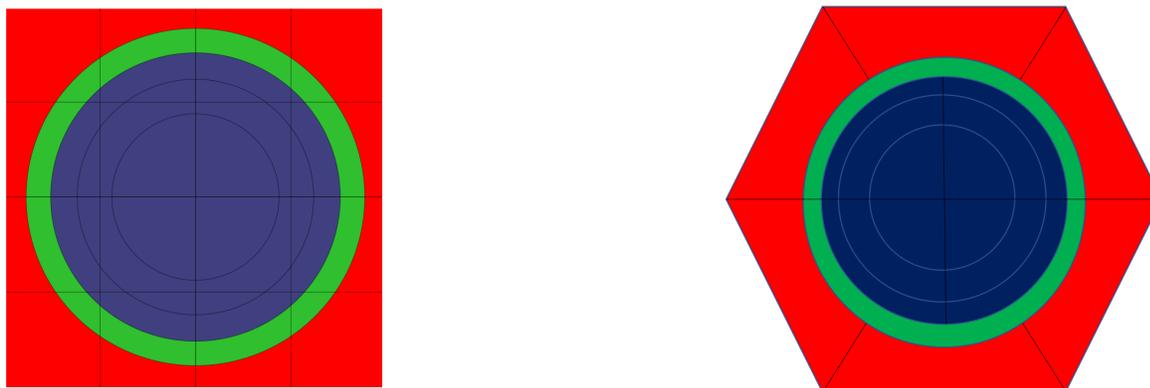


Figure 6.7 Cellule cartésienne (gauche) et hexagonale (droite)

Comme il a déjà été mentionné, le modèle TIBÈRE1 (CP ou MoC) de par sa condition de renvoi spéculaire souffre de divergences numériques dans les zones de vides. Ces divergences sont dues au fait qu'un neutron de direction Z arrivant dans un couloir vide en Z ne subira jamais aucune collision. Ainsi le flux et le courant en Z sont finis (non nuls) mais le gradient du flux en Z est nul ce qui implique un coefficient de diffusion infini. La condition de renvoi quasi-isotrope de TIBÈRE2 (CP et MoC) permet de résoudre ce problème car à chaque interface où la réflexion en Z apparaît, une partie des neutrons est réfléchié dans une autre direction de sorte qu'il y a maintenant une atténuation du flux en Z due aux surfaces. Le

modèle « exact » propose de résoudre le problème de la divergence pour la condition spéculaire en tirant profit du fait que pour MoC l'intégrale sur l'angle polaire est résolue par une méthode de quadratures. De ce fait, l'intégration peut se faire en n'incluant pas la direction Z ce qui permet de négliger les trajectoires infinies.

Nous nous proposons d'appliquer cette méthode au modèle TIBÈRE1-MoC et de comparer les résultats obtenus avec MEC. Pour TIBÈRE1-MoC, nous avons plutôt employé une cellule cartésienne (voir figure 6.7) avec conservation de la quantité de matière. Tous les calculs ont été réalisés de façon à être cohérents avec MEC soit avec 24 angles azimutaux sur $[0, \pi/2]$, une densité de 500 lignes/cm et une quadrature de Gauss d'ordre 3 pour l'angle polaire.

Les tableaux 6.25 et 6.26 comparent les facteurs de multiplication effectifs pour des calculs de TYPE K avec laplacien imposé. On constate que les modèles DRAGON donnent sensiblement les mêmes résultats que les codes MEC et PJI et ce que ce soit en géométrie hexagonale ou en géométrie cartésienne. Les résultats présentés pour ces deux codes sont tirés de Van Rooijen and Chiba [2011].

Tableau 6.25 Facteurs de multiplication effectifs (k_{eff}) pour la cellule hexagonale.

$B^2 = 0$				
	TIBÈRE2-MOC	TIBÈRE2-CP	code MEC	code PJI
SODIUM	1.54350	1.54353	1.54328	1.54385
VIDE	1.60007	1.60009	1.59974	1.60030
$B_r^2 = 0.0009$				
SODIUM	1.32727	1.32742	1.32761	
VIDE	1.32650	1.32681	1.32777	
$B_z^2 = 0.0009$				
SODIUM	1.32679	1.32664	1.32702	
VIDE	1.32513	1.32444	1.32615	

Tableau 6.26 Facteurs de multiplication effectifs (k_{eff}) pour la cellule cartésienne.

$B^2 = 0$			
	TIBÈRE1-MOC	TIBÈRE2-MOC	TIBÈRE2-CP
SODIUM	1.54353	1.54350	1.54353
VIDE	1.60007	1.60007	1.60009
$B_r^2 = 0.0009$			
SODIUM	1.32684	1.32705	1.32727
VIDE	1.32825	1.32586	1.32634
$B_z^2 = 0.0009$			
SODIUM	1.32616	1.32654	1.32640
VIDE	1.32682	1.32442	1.32375

Les tableaux 6.27 et 6.28 présentent les coefficients de fuites directionnels pour $B^2 = 0$ en géométrie hexagonale puis cartésienne. Les résultats obtenus dans l'ensemble sont cohérents avec MEC et PJI. Le modèle TIBÈRE2-MoC sous-estime toujours quelque peu les fuites comparativement au code MEC et ce quel que soit le milieu, sodium ou vide (voir tableau 6.27). On constate qu'avec la méthode du modèle « exact », le modèle TIBÈRE1-MoC permet de traiter les zones de vide (voir tableau 6.28). Les résultats sont en accord avec TIBÈRE2-MoC et TIBÈRE2-CP.

Les tableaux 6.29 et 6.30 présentent les coefficients de fuites directionnels calculés pour un laplacien $B^2 = 0.0009$ en géométrie hexagonale puis cartésienne. Le modèle TIBÈRE2-MoC sous-estime quelque peu les fuites ici également mais les valeurs demeurent assez proches du code MEC (voir tableau 6.29). En géométrie cartésienne, le modèle TIBÈRE1-MoC surestime légèrement les fuites pour le sodium comparativement à TIBÈRE2-MoC et TIBÈRE2-CP tandis que dans le vide les valeurs sont légèrement plus faibles.

Finalement, des calculs avec recherche de laplacien critique (TYPE B) ont été réalisés pour les modèles TIBÈRE2-MoC et TIBÈRE2-CP (voir tableau 6.31) puis en géométrie cartésienne pour ces mêmes modèles ainsi que TIBÈRE1-MoC (voir tableau 6.32). En hexagonal, les résultats de TIBÈRE2-MoC concordent avec ceux du code PJI. En cartésien, le modèle TIBÈRE1-MoC présente ici également des valeurs légèrement plus élevées pour le sodium comparativement à TIBÈRE2-MoC et TIBÈRE2-CP tandis que pour le vide elles sont légèrement plus faibles.

Tableau 6.27 Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0$ (cellule hexagonale).

	TIBÈRE2-MoC			code MEC		code PJI		TIBÈRE2-CP	
SODIUM									
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z	D_r	D_z	D_r	D_z
1	1.9968	1.9969	2.0002	1.9970	2.0086	1.9988	2.0064	1.99636	2.0022
2	1.9903	1.9904	1.9931	1.9923	2.0020	1.9917	1.9978	1.9899	1.9947
3	1.3703	1.3704	1.3740	1.3740	1.3818	1.3717	1.3794	1.3697	1.3759
4	0.9786	0.9787	0.9817	0.9802	0.9873	0.9800	0.9859	0.9783	0.9832
5	0.3951	0.3951	0.3978	0.3953	0.3996	0.3950	0.3991	0.3948	0.3987
6	0.8007	0.8007	0.8036	0.8021	0.8090	0.8019	0.8074	0.8004	0.8050
7	0.7331	0.7332	0.7385	0.7369	0.7463	0.7352	0.7460	0.7324	0.7410
VIDE									
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z			D_r	D_z
1	2.3012	2.3015	2.3095	2.3063	2.3274			2.3001	2.3146
2	2.3726	2.3729	2.3812	2.3823	2.4020			2.3713	2.3865
3	1.6253	1.6257	1.6358	1.6399	1.6568			1.6237	1.6419
4	1.1556	1.1558	1.1643	1.1624	1.1784			1.1545	1.1695
5	0.8140	0.8142	0.8232	0.8187	0.8345			0.8133	0.8283
6	0.9558	0.9560	0.9647	0.9626	0.9779			0.9548	0.9699
7	0.8099	0.8102	0.8196	0.8188	0.8338			0.8088	0.8249

Tableau 6.28 Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0$ (cellule cartésienne).

	TIBÈRE1-MoC			TIBÈRE2-MoC			TIBÈRE2-CP	
SODIUM								
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z
1	2.0038	2.0038	2.0082	1.9986	1.9986	2.0024	1.9978	2.0043
2	1.9948	1.9948	1.9984	1.9918	1.9918	1.9948	1.9911	1.9963
3	1.3739	1.3739	1.3791	1.3720	1.3720	1.3758	1.3709	1.3776
4	0.9813	0.9813	0.9856	0.9801	0.9801	0.9835	0.9795	0.9850
5	0.3954	0.3954	0.3985	0.3957	0.3957	0.3982	0.3951	0.3991
6	0.8028	0.8028	0.8069	0.8021	0.8021	0.8054	0.8016	0.8067
7	0.7393	0.7393	0.7472	0.7356	0.7356	0.7413	0.7344	0.7438
VIDE								
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z
1	2.2929	2.2929	2.3023	2.3056	2.3056	2.3145	2.3034	2.3196
2	2.3636	2.3636	2.3732	2.3771	2.3771	2.3862	2.3746	2.3914
3	1.6175	1.6175	1.6281	1.6302	1.6302	1.6408	1.6270	1.6467
4	1.1515	1.1515	1.1607	1.1599	1.1599	1.1693	1.1579	1.1743
5	0.8124	0.8124	0.8221	0.8180	0.8180	0.8282	0.8166	0.8332
6	0.9525	0.9525	0.9617	0.9600	0.9600	0.9697	0.9581	0.9747
7	0.8061	0.8061	0.8153	0.8144	0.8144	0.8246	0.8121	0.8297

Tableau 6.29 Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0.0009$ (cellule hexagonale).

	TIBÈRE2-MoC			code MEC		TIBÈRE2-CP	
SODIUM							
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z	D_r	D_z
1	1.9799	1.9800	1.9832	1.9807	1.9936	1.9795	1.9852
2	1.9736	1.9737	1.9763	1.9761	1.9872	1.9732	1.9778
3	1.3648	1.3649	1.3685	1.3683	1.3767	1.3642	1.3704
4	0.9766	0.9766	0.9796	0.9779	0.9855	0.9763	0.9811
5	0.3949	0.3950	0.3976	0.3949	0.3994	0.3947	0.3986
6	0.7996	0.7996	0.8025	0.8008	0.8080	0.7993	0.8039
7	0.7322	0.7324	0.7376	0.7354	0.7455	0.7316	0.7401
VIDE							
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z	D_r	D_z
1	2.2755	2.2758	2.2835	2.2809	2.3036	2.2744	2.2884
2	2.3444	2.3447	2.3527	2.3543	2.3759	2.3432	2.3578
3	1.6162	1.6166	1.6265	1.6293	1.6475	1.6146	1.6324
4	1.1523	1.1525	1.1609	1.1583	1.1751	1.1512	1.1660
5	0.8129	0.8131	0.8220	0.8169	0.8333	0.8121	0.8271
6	0.9539	0.9542	0.9628	0.9599	0.9760	0.9529	0.9679
7	0.8088	0.8091	0.8184	0.8164	0.8325	0.8077	0.8237

Tableau 6.30 Coefficients de fuites (cm) pour calcul de TYPE K avec $B^2 = 0.0009$ (cellule cartésienne).

	TIBÈRE1-MoC			TIBÈRE2-MoC			TIBÈRE2-CP	
SODIUM								
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z
1	1.9868	1.9868	1.9910	1.9817	1.9817	1.9853	1.9809	1.9872
2	1.9779	1.9779	1.9814	1.9750	1.9750	1.9779	1.9743	1.9794
3	1.3683	1.3683	1.3735	1.3665	1.3665	1.3702	1.3653	1.3720
4	0.9792	0.9792	0.9835	0.9781	0.9781	0.9815	0.9775	0.9829
5	0.3952	0.3952	0.3984	0.3955	0.3955	0.3980	0.3950	0.3990
6	0.8017	0.8017	0.8058	0.8010	0.8010	0.8043	0.8005	0.8056
7	0.7385	0.7385	0.7463	0.7347	0.7347	0.7405	0.7335	0.7429
VIDE								
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z
1	2.2675	2.2675	2.2765	2.2798	2.2798	2.2884	2.2776	2.2932
2	2.3358	2.3358	2.3450	2.3488	2.3488	2.3576	2.3464	2.3626
3	1.6085	1.6085	1.6189	1.6210	1.6210	1.6314	1.6178	1.6372
4	1.1482	1.1482	1.1573	1.1565	1.1565	1.1659	1.1545	1.1709
5	0.8112	0.8112	0.8209	0.8169	0.8169	0.8270	0.8154	0.8319
6	0.9507	0.9507	0.9598	0.9581	0.9581	0.9678	0.9562	0.9727
7	0.8049	0.8049	0.8142	0.8132	0.8132	0.8234	0.8109	0.8285

Tableau 6.31 Coefficients de fuites (cm) pour calcul TYPE B (B^2 critique) pour la cellule hexagonale.

	TIBÈRE2-MoC			TIBÈRE2-CP		code PJI	
SODIUM							
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z	D_r	D_z
1	1.9429	1.9430	1.9460	1.9426	1.9479	1.9308	1.9377
2	1.9369	1.9370	1.9394	1.9366	1.9409	1.9243	1.9299
3	1.3523	1.3524	1.3559	1.3518	1.3578	1.3493	1.3567
4	0.9720	0.9720	0.9749	0.9717	0.9765	0.9718	0.9776
5	0.3946	0.3947	0.3973	0.3944	0.3983	0.3945	0.3986
6	0.7970	0.7971	0.8000	0.7968	0.8013	0.7974	0.8028
7	0.7303	0.7304	0.7356	0.7297	0.7381	0.7317	0.7424
VIDE							
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z		
1	2.2293	2.2296	2.2367	2.2284	2.2416		
2	2.2940	2.2943	2.3017	2.2930	2.3067		
3	1.5990	1.5994	1.6089	1.5977	1.6150		
4	1.1460	1.1462	1.1544	1.1450	1.1596		
5	0.8107	0.8108	0.8197	0.8099	0.8248		
6	0.9504	0.9506	0.9591	0.9494	0.9642		

Tableau 6.32 Coefficients de fuites (cm) pour calcul TYPE B (B^2 critique) pour la cellule cartésienne.

	TIBÈRE1-MoC			TIBÈRE2-MoC			TIBÈRE2-CP	
SODIUM								
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z
1	1.9495	1.9495	1.9535	1.9446	1.9446	1.9480	1.9439	1.9499
2	1.9411	1.9411	1.9443	1.9383	1.9383	1.9410	1.9377	1.9425
3	1.3558	1.3558	1.3607	1.3540	1.3540	1.3575	1.3529	1.3594
4	0.9746	0.9746	0.9788	0.9734	0.9734	0.9768	0.9729	0.9783
5	0.3949	0.3949	0.3981	0.3952	0.3952	0.3977	0.3947	0.3987
6	0.7991	0.7991	0.8032	0.7984	0.7984	0.8017	0.7979	0.8030
7	0.7364	0.7364	0.7442	0.7328	0.7328	0.7384	0.7316	0.7409
VIDE								
GROUPE	D_x	D_y	D_z	D_x	D_y	D_z	D_r	D_z
1	2.2213	2.2213	2.2301	2.2335	2.2335	2.2415	2.2316	2.2462
2	2.2854	2.2854	2.2943	2.2983	2.2983	2.3064	2.2962	2.3114
3	1.5915	1.5915	1.6018	1.6037	1.6037	1.6136	1.6009	1.6196
4	1.1420	1.1420	1.1510	1.1502	1.1502	1.1593	1.1483	1.1644
5	0.8090	0.8090	0.8186	0.8146	0.8146	0.8246	0.8132	0.8296
6	0.9471	0.9471	0.9562	0.9545	0.9545	0.9640	0.9527	0.9690
7	0.8027	0.8027	0.8119	0.8110	0.8110	0.8211	0.8087	0.8262

CHAPITRE 7 CONCLUSION ET RECOMMANDATIONS

Ce projet de recherche a permis de généraliser le modèle de fuites hétérogènes TIBÈRE à la méthode des caractéristiques dans le code DRAGON-5. Dans les paragraphes qui suivent, nous présentons un résumé des modifications apportées au code DRAGON-5, les simulations réalisées afin de vérifier l'implantation ainsi que des propositions d'avenues futures.

La première étape de ce projet de recherche a consisté à dériver les équations MoC prenant en compte les approximations associées au modèle de fuites TIBÈRE. Ensuite nous avons généralisé une des méthodes d'accélération proposées dans DRAGON (méthode avec calcul des « self-collision factors ») aux flux antisymétriques. Nous avons également proposé un processus de calcul numérique des facteurs de forme, de telle sorte que le modèle est maintenant indépendant de la forme des frontières.

La seconde étape a été de procéder à l'implantation des deux variantes du modèle TIBÈRE (TIBÈRE1 pour la réflexion spéculaire et TIBÈRE2 pour la réflexion quasi-isotrope) selon la stratégie suivante :

- Planter les sources de l'équation caractéristique du flux réel et des 3 équations du courant imaginaire au sein des routines de FLU ;
- Calculer les composantes de la direction Ω à partir du « tracking » en 2-D (TIBÈRE1 et TIBÈRE2) et en 3-D (TIBÈRE2) dans les routines appelées par MCCGF ;
- Calculer les facteurs de forme ξ pour TIBÈRE2 et les stocker pour les cas 2-D et 3-D dans MCCGT ;
- Modifier les routines de ASM pour permettre le calcul des facteurs \mathcal{P}_{ii} et prendre en compte la correction de transport ;
- Résoudre les 4 équations et obtenir la convergence des flux et des courants scalaires moyens par région dans MCCGF ;
- Modifier le module EDI pour permettre le calcul des composantes du courant imaginaire homogénéisées à peu de régions.

La vérification de l'implantation de TIBÈRE1 et TIBÈRE2 avec la méthode MoC dans DRAGON-5 a été réalisée de la manière suivante :

- TIBÈRE2-MoC (2-D) : nous avons effectué une comparaison avec les modèles TIBÈRE2-CP et ECCO-MoC (réflexion isotrope) tous deux disponibles dans DRAGON ;
- TIBÈRE1-MoC (2-D) : le modèle TIBÈRE1-CP n'étant pas disponible, nous avons

- comparé avec ECCO-MoC (réflexion spéculaire) et TIBÈRE2-MoC ;
- TIBÈRE2-MoC (3-D) : nous avons comparé avec le modèle ECCO-MoC (réflexion isotrope) disponible en 3-D dans DRAGON.

Pour les simulations en 2-D, les géométries traitées sont : une petite cellule de 5 régions où on simule un vide croissant dans la dernière région (calcul à 2 groupes), une cellule CANDU6 et une cellule REP. On constate que tout comme pour le modèle TIBÈRE2-CP, le modèle TIBÈRE2-MoC permet de traiter les zones de vides (en périphérie ou au centre) ; il n'y a pas de divergences numériques des coefficients de fuites comme c'est le cas pour TIBÈRE1 avec réflexion spéculaire. La première étape de vérification de TIBÈRE2-MoC en 2-D est réalisée en comparant les résultats de la petite cellule et du CANDU6 avec le modèle TIBÈRE2-CP. De manière générale, les deux modèles sont en accord. Les coefficients de fuites diffèrent de moins de 0.5% pour la petite cellule et moins de 0.1% pour le CANDU6 sauf dans les zones vides ou presque vides. Les différences observées peuvent s'expliquer tout d'abord par le fait que pour la méthode CP l'intégration des fonctions exponentielles se fait de façon analytique pour la direction axiale grâce aux fonctions de Bickley-Naylor tandis que pour MoC cette intégration se fait numériquement. Deuxièmement, la distribution spatiale du flux s'obtient avec la méthode CP par une inversion de la matrice des probabilités de collision tandis que pour MoC un processus itératif basé sur des itérations internes combinées aux itérations multigroupes doit être réalisé. Les résultats démontrent que pour les régions vides ou presque vides les deux méthodes présentent des différences plus prononcées surtout pour les fuites axiales (environ 1% pour la petite cellule et près de 3% pour le CANDU6). Ceci peut s'expliquer par le fait que dans ces zones où les parcours optiques sont très faibles, la méthode CP effectue un développement en série des fonctions de Bickley tandis que la méthode MoC procède au développement en série d'exponentielles. La seconde étape de vérification de TIBÈRE2-MoC en 2-D a été effectuée avec le modèle ECCO-MoC où on a imposé des conditions de réflexion isotropes. Les résultats obtenus pour la petite cellule et le CANDU6 démontrent une bonne cohérence entre TIBÈRE2 et ECCO. Les différences observées entre les coefficients de fuites sont plus faibles dans la petite cellule (moins de 0.1% sauf dans la zone qui se vide) comparativement à la cellule CANDU6 où les écarts se situent entre 1% et 2%. On constate également des différences entre les fuites axiales et radiales pouvant aller à plus de 30% dans le CANDU6 tandis qu'ils sont d'environ 2% pour la petite cellule. Ces résultats peuvent s'expliquer par le fait que le modèle ECCO impose les fuites axiales et radiales comme étant égales donc plus ces fuites diffèrent dans la réalité, plus on s'écarte du résultat d'ECCO ce qui est effectivement observé pour le CANDU6.

L'implantation de TIBÈRE2-MoC en 3-D a été vérifiée en réalisant des simulations sur 4

géométries distinctes soit : 1 cellule, 2 cellules, 6 cellules REP avec et sans réflecteurs. Pour tous ces modèles le gap d'hélium a été remplacé par du vide. Ces calculs ont permis d'étudier le comportement de TIBÈRE2-MoC lorsqu'on varie la hauteur de la cellule. L'idée ici est d'éloigner la région où l'on applique les conditions aux frontières approximatives axialement ce qui devrait donner des résultats plus proches du calcul en 2-D. Tout d'abord, les résultats obtenus permettent de constater que le modèle TIBÈRE2-MoC est en mesure de traiter les zones de vide sans divergence numérique pour les géométries 3-D. Nous avons comparé le modèle à 1 cellule REP (où on impose des conditions aux frontières approximatives en Z) avec le modèle 2-D infini axialement. Les résultats obtenus sont concluants. Les coefficients de fuites présentent des différences en-dessous de 0.9%. On constate que le modèle 3-D sur-estime quelque peu les fuites axiales dans le combustible et dans le vide. La comparaison des résultats en fonction de la hauteur croissante permet de constater une diminution progressive des paramètres globaux de façon à se rapprocher des valeurs du calcul 2-D. En effet, les écarts entre le modèle 2-D et celui à 6 cellules sont de 0.04 mk et de 0.01% pour k_∞ et B^2 respectivement ce qui est plus faible qu'avec le modèle à 1 cellule. L'étude des coefficients de fuites directionnels dans chaque région en fonction de la hauteur confirme le comportement attendu : les résultats se rapprochent de plus en plus de ceux de la cellule 2-D. Cela se traduit dans le groupe rapide par une légère augmentation des fuites axiales et radiales dans le combustible et dans le vide combiné à une légère diminution de ces mêmes fuites dans le modérateur. Dans le groupe thermique c'est l'effet inverse qui se produit. On constate que les résultats dans la gaine ne varient pas particulièrement lorsqu'on varie la hauteur. Le modèle à 6 cellules où les 3 derniers plans sont remplacés par du réflecteur a permis d'étudier le comportement de TIBÈRE2-MoC pour une cellule dont on varie la composition axialement mais aussi en présence de cellules réfléchissantes. On constate une baisse d'environ 30% pour B^2 et de près de 7% pour k_∞ ce qui démontre que la présence du réflecteur produit un effet considérable sur les fuites qui sont ici plus importantes. Pour cette même géométrie, les coefficients de fuites directionnels obtenus dans le groupe rapide sont plus élevés dans les plans contenant du réflecteur et présentent une certaine anisotropie (les fuites axiales sont plus élevées que les fuites radiales d'environ 20%). Ces plans ne contenant pas de combustible, les neutrons rapides ne subissant que des collisions dans le modérateur sont mieux diffusés. Dans le groupe thermique on constate l'effet inverse soit une diminution des fuites dans le réflecteur, l'anisotropie n'est pas très marquée car la distribution des neutrons lents dans le réflecteur est à peu près isotrope. Afin de vérifier les résultats obtenus en 3-D, une étude comparative est réalisée avec le modèle ECCO-MoC également disponible en 3-D dans DRAGON pour la réflexion isotrope. On constate dans l'ensemble une bonne cohérence entre TIBÈRE2 et ECCO en 3-D. Dans l'ensemble, les coefficients de diffusion moyennés sur les directions présentent des écarts inférieurs à 0.5%. De manière générale, les écarts observés avec CP et

ECCO proviennent des différentes approximations reliées à ces modèles.

La vérification du modèle TIBÈRE1-MoC a été effectuée en comparant avec le modèle ECCO-MoC pour la condition de réflexion spéculaire. Les simulations réalisées sur la petite cellule (sans vide) et sur la cellule CANDU6 présente des écarts globalement inférieurs à 0.1% pour les coefficients de fuites ce qui est plus faible que pour TIBÈRE2 et ECCO. Le changement de condition aux frontières produit un effet sur les écarts entre TIBÈRE et ECCO pour cette petite cellule. Ceci peut s'expliquer par le fait que les calculs TIBÈRE2 et ECCO isotrope sont réalisés à partir d'un processus itératif impliquant 2 équations pour ECCO et 4 pour TIBÈRE tandis que pour TIBÈRE1 et ECCO spéculaire, on emploie la méthode du tir en plus d'utiliser des réflexions miroir. En ce qui concerne la cellule CANDU6, la comparaison entre TIBÈRE1 et ECCO spéculaire présente les mêmes écarts que pour TIBÈRE2 et ECCO isotrope ce qui confirme que ces écarts sont dus aux approximations faites par ECCO. Cela démontre également que pour le CANDU6, le changement de conditions aux frontières n'affecte pas les écarts entre les deux modèles. Ceci peut s'expliquer par le fait que la cellule CANDU6 étant de plus grande dimension, la région où naissent les neutrons rapides est plus éloignée des frontières du domaine, les neutrons subissent beaucoup de collisions avant d'atteindre la surface et donc le flux de surface est à peu près isotrope. Nous avons également comparé le modèle TIBÈRE1-MoC avec TIBÈRE2-MoC en guise de vérification pour le premier modèle. Bien que les conditions aux frontières pour TIBÈRE2 soient approximatives, on s'attend tout de même à obtenir des résultats assez semblables. On constate de manière générale que les deux modèles sont en accord. Pour la petite cellule, les écarts entre les coefficients de diffusion sont inférieurs à 0.8% tandis que pour le CANDU6 ils sont inférieurs à 0.3%. Ces différences moins élevées dans le CANDU6 peuvent s'expliquer comme il a déjà été mentionné par la meilleure modération des neutrons étant donné la plus grande distance entre le combustible et la frontière de la cellule. Finalement, les comparaisons effectuées avec les codes MEC (modèle « exact » en spéculaire) et PJI (TIBÈRE1-CP) sur la cellule hexagonale RNR-Na ont démontré une bonne cohérence des résultats ce qui constitue une première étape de validation de l'implantation réalisée en 2-D.

Ce projet de recherche a permis d'ajouter au code DRAGON-5 la possibilité de traiter les fuites hétérogènes par TIBÈRE1 et TIBÈRE2 en employant la méthode MoC qui est une méthode robuste, efficace et fiable permettant de traiter des géométries plus complexes et à dimensions spatiales plus étendues. De plus, si ces géométries présentent des zones complètement vidangées, le modèle TIBÈRE2-MoC peut être utilisé avec une assez bonne précision et ne connaît pas de divergences des coefficients de diffusion en présence de vide. Il a été

démontré que ce modèle donne des résultats cohérents avec ceux de la condition spéculaire. Mentionnons également que l'implantation du modèle TIBÈRE2-MoC permet de réaliser des calculs de fuites hétérogènes anisotropes en 3-D ce qui n'était pas possible jusqu'à présent. Un autre avantage intéressant de TIBÈRE-MoC, comme les résultats l'ont démontré, est que les coefficients de fuites en X et en Y sont effectivement calculés, tandis que pour TIBÈRE-CP on les impose comme étant égaux. Il est donc aisé de constater une différence entre ces coefficients pour une cellule (ou un assemblage) qui ne serait pas symétrique ce qui n'est pas possible avec la méthode CP.

Enfin, il est bien connu que la résolution par MoC de par sa nature itérative pour la résolution spatiale du flux, est beaucoup plus lente à converger que la méthode CP. De ce fait, les calculs réalisés avec TIBÈRE-MoC sont beaucoup plus longs surtout en 3-D et ce, même en résolvant avec les facteurs \mathcal{P}_{ii} . Par exemple, pour la cellule CANDU6 en 2-D, la résolution avec CP pour TIBÈRE2 met tout juste 23 secondes tandis qu'avec MoC, le calcul met environ 58 minutes, pour ECCO ce temps est de 41 minutes. La majeure partie du temps est passé dans le module FLU. La principale raison est que le fichier de « tracking » est lu plusieurs fois lors de la résolution avec MoC sans compter qu'on doit itérer jusqu'à atteindre la convergence spatiale du flux. Nous recommandons, afin d'améliorer ces temps, d'étudier plus en détail les options d'accélération des itérations internes. Le code DRAGON-5 possède plusieurs options d'accélération détaillées à la section 5.1.2 qui n'ont pas été modifiées ni testées pour TIBÈRE-MoC. Citons par exemple la méthode SCR qui peut être combinée à la méthode ACA ou encore la méthode ACA combinée au « tracking » TMT. Étant donné les nouvelles fonctionnalités apportées par TIBÈRE-MoC, il est recommandé d'effectuer des tests sur des géométries dont la modélisation est plus complexe et pour lesquelles les effets de « streaming » anisotropes sont susceptibles d'être plus présents. Citons par exemple les assemblages des futurs RNR-Na de type FAIDUS (Rimpault et al. [2014]; Pioro [2016]) ou encore des assemblages REP avec MOX et UOX. Finalement, nous recommandons d'employer les coefficients de diffusion directionnels obtenus par le modèle TIBÈRE-MoC au sein du code de diffusion et de procéder à une analyse dans le but de s'assurer que ces coefficients donnent des meilleurs résultats que l'utilisation de coefficients de diffusion isotropes.

RÉFÉRENCES

- Askew, J. (1972). A characteristics formulation of the neutron transport equation in complicated geometries. Technical Report AEEW-M 1108, United Kingdom Atomic Energy Authority.
- Benoist, P. (1961). Formulation générale et calcul pratique du coefficient de diffusion dans un réseau comportant des cavités. *Journal of Nuclear Energy. Part A. Reactor Science*, 13(3-4) :97–111.
- Benoist, P. (1984). A simple model for the calculation of the sodium-voiding effect on neutron leakages in a fast reactor lattice I. Formalism. *Nuclear Science and Engineering*, 86(1) :22–40.
- Benoist, P. (1986). Homogenization theory in reactor lattices. Technical report, CEA Centre d'Etudes Nucleaires de Saclay.
- Benoist, P., Mondot, J., and Petrovic, I. (1994). Computational and experimental investigations of void effect : A simple theoretical model for space-dependent leakage treatment of heterogeneous assemblies. *Nuclear science and engineering*, 118(4) :197–216.
- Benoist, P. and Petrovic, I. (1992). "TIBERE" : une méthode de calcul de l'effet de l'hétérogénéité d'un réseau sur les fuites de neutrons.
- Deniz, V. (1986). The theory of neutron leakage in reactor lattices. *Handbook of nuclear reactor calculations*, 2 :409–508.
- Glasstone, S. and Sesonske, A. (1994). *Nuclear Reactor Engineering*. Chapman & Hall, New York.
- Hébert, A. (1993). A consistent technique for the pin-by-pin homogenization of a pressurized water reactor assembly. *Nuclear Science and Engineering*, 113(3) :227–238.
- Hébert, A. (2001). Isotropic Streaming Effects in Thermal Lattices. *Proc. ANS Int. Mtg. on Mathematical Methods for Nuclear Applications (M&C)*.
- Hébert, A. (2009). *Applied reactor physics*. Presses Internationales Polytechnique, Montréal.
- Hébert, A., Marleau, G., and Roy, R. (2014). A Description of the Data Structures for DRAGON 3.06. Technical Report IGE-232 Rev, Polytechnique Montréal.
- Hébert, A., Marleau, G., and Roy, R. (2019). A description of the DRAGON and TRIVAC Version 5 Data Structures. Technical Report IGE-351, Polytechnique Montréal.
- Hébert, A. and Roy, R. (2018). The Ganlib5 kernel guide (64-bit clean version). Technical Report IGE-332, Polytechnique Montréal.

- Le Mer, J. and Marleau, G. (2006). DRAGON evaluation of the benchmark for the Doppler reactivity defect. In *Joint International Topical Meeting on Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications (M&C+ SNA 2007)*, Monterey, CA.
- Le Tellier, R. (2007). *Développement de la méthode des caractéristiques pour le calcul de réseau*. PhD thesis, Polytechnique Montréal, Montréal.
- Le Tellier, R. and Hébert, A. (2006). On the integration scheme along a trajectory for the characteristics method. *Annals of Nuclear Energy*, 33(14-15) :1260–1269.
- Lewis, E. E. and Miller, W. F. (1984). *Computational methods of neutron transport*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Marleau, G. (2001). DRAGON theory manual Part 1 : Collision probability calculations. Technical Report IGE-236 Rev., Polytechnique Montréal.
- Marleau, G. (2002). DRAGON Programmer's Manual. Technical Report IGE-251 Rev, Polytechnique Montréal.
- Marleau, G., Hébert, A., and Roy, R. (2006). A user guide for DRAGON Version 3.06. Technical Report IGE-174 Rev., Polytechnique Montréal.
- Marleau, G., Hébert, A., and Roy, R. (2013). A User Guide for DRAGON Version5. Technical Report IGE-335, Polytechnique Montréal.
- Petrovic, I. and Benoist, P. (1996). BN Theory : Advances and New models for Neutron Leakage Calculations. *Advances in Nuclear Science and Technology*, 24.
- Petrovic, I., Benoist, P., and Marleau, G. (1996). A quasi-isotropic reflecting boundary condition for the TIBERE heterogeneous leakage model. *Nuclear science and engineering*, 122(2) :151–166.
- Piolo, I. (2016). *Handbook of generation IV nuclear reactors*. Woodhead Publishing.
- Rimpault, G., Grimstone, M., and Tullet, J. (1990). Accurate Treatments of Fast Reactor Fuel Assembly Heterogeneity in the ECCO Cell Code. *PHYSOR. Marseille, France*.
- Rimpault, G., Vidal, J., and van Rooijen, W. (2014). Neutron leakage treatment in reactor physics : consequences for predicting core characteristics. In *Proc. Int. Conf. PHYSOR2014*.
- Roy, R. (1991). Anisotropic scattering for integral transport codes. Part 2. Cyclic tracking and its application to xy lattices. *Annals of Nuclear Energy*, 18(9) :511–524.
- Roy, R., Hébert, A., and Marleau, G. (1993). Consistent Bn theory for slab lattices. *Nuclear science and engineering*, 115(2) :112–128.
- Ruggieri, J. M., Tommasi, J., Lebrat, J., Suteau, C., Plisson-Rieunier, D., De Saint Jean, C., Rimpault, G., and Sublet, J. (2006). ERANOS 2.1 : International code system for GEN IV fast reactor analysis. In *Proc. Int. Congress on Advances in Nuclear Power Plants, ICAPP06, Reno, USA*.

- Sanchez, R., Mondot, J., Stankovski, Ž., Cossic, A., and Zmijarevic, I. (1988). APOLLO II : A user-oriented, portable, modular code for multigroup transport assembly calculations. *Nuclear Science and Engineering*, 100(3) :352–362.
- Sanchez, R., Zmijarevi, I., Coste-Delclaux, M., Masiello, E., Santandrea, S., Martinolli, E., Villate, L., Schwartz, N., and Guler, N. (2010). APOLLO2 year 2010. *Nuclear engineering and technology*, 42(5) :474–499.
- Schneider, D., Dolci, F., Gabriel, F., Palau, J., Guillo, M., Pothet, B., Archier, P., Ammar, K., Auffret, F., Baron, R., et al. (2016). APOLLO3 : CEA/DEN deterministic multi-purpose code for reactor physics analysis. In *Proc. Int. Conf. Physics of Reactors (PHYSOR2016)*.
- Suslov, I. R. (1993). Solution of transport equation in 2-and 3-dimensional irregular geometry by the method of characteristics. In *Joint Int. Conf. on Mathematical Methods and Supercomputing in Nuclear Applications, Karlsruhe, Germany*.
- Van Rooijen, W. and Chiba, G. (2011). Diffusion coefficients for LMFBR cells calculated with MOC and Monte Carlo methods. *Annals of Nuclear Energy*, 38(1) :133–144.
- Vidal, J.-F., Archier, P., Faure, B., Jouault, V., Palau, J.-M., Pascal, V., Rimpault, G., Auffret, F., Graziano, L., Masiello, E., et al. (2017). Apollo3 homogenization techniques for transport core calculations application to the ASTRID CFV core. *Nuclear Engineering and Technology*, 49(7) :1379–1387.
- Wohleber, X. (1997). *Modélisation des fuites hétérogènes de neutrons dans un réacteur nucléaire*. PhD thesis, Université Aix-Marseille, Marseille.
- Wu, G. and Roy, R. (2003). A new characteristics algorithm for 3D transport calculations. *Annals of Nuclear Energy*, 30(1) :1–16.

ANNEXE A COMPARAISON DES MODÈLES DE FUITES DANS DRAGON

1. Description de l'assemblage REP étudié

Afin de comparer les différents modèles de fuites présentés au chapitre 3, nous avons réalisé une étude sur un assemblage de type REP dont le huitième est présenté à la figure suivante.

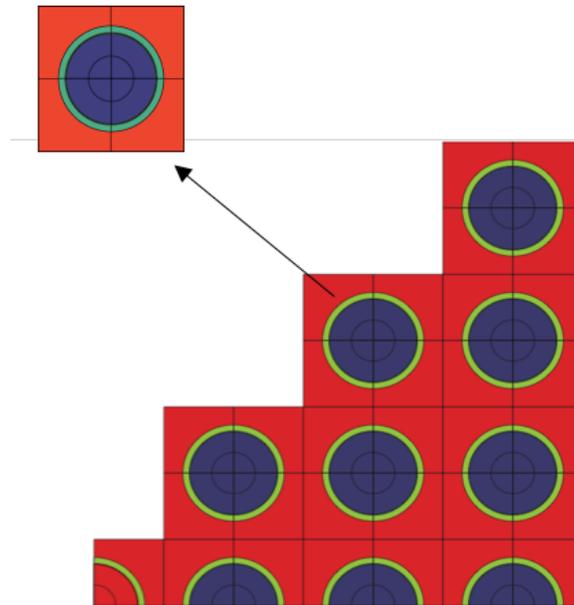


Figure A.1 Assemblage REP 7×7 avec trou d'eau au centre

L'assemblage 7×7 est constitué de 48 cellules de combustible d'UO₂ enrichi en uranium 235 à hauteur de 3.9 % en masse à 900 K (« Hot fuel Power ») et d'une cellule d'eau au centre qui peut servir pour de l'instrumentation. Le choix de l'enrichissement a été effectué à partir des résultats du benchmark publié par [Le Mer and Marleau, 2006]. La valeur de 3.9 % donne un k_{eff} assez éloigné de l'état critique et se situe non loin du standard de 3.5 %. La gaine est faite en zirconium pur et possède une température de 600 K tout comme le modérateur dans lequel on ajoute 1400 ppm de bore naturel.

La cellule de référence que l'on peut voir en gros plan sur la figure A.1 possède les régions suivantes, du centre vers l'extérieur : le combustible de rayon 0.39 cm, le gap d'hélium de rayon externe 0.40 cm, la gaine de zirconium de rayon 0.46 cm ainsi que le modérateur. La largeur totale de la cellule est de 1.27 cm. Le trou d'eau au centre possède les mêmes dimensions et les régions sont, du centre vers l'extérieur : eau, gaine de zirconium, eau.

En ce qui concerne la discrétisation spatiale, nous avons effectué de manière arbitraire deux

subdivisions cartésiennes de la cellule ainsi que deux subdivisions annulaires dans le combustible seulement. Afin de s'assurer d'avoir une erreur sur les volumes inférieures à 1 %, le « tracking » a été réalisé pour une densité de lignes de 250 cm^{-1} . La librairie de sections efficaces microscopiques utilisée est de format WIMSD4 à 69 groupes d'énergie.

À la suite du calcul de flux, nous avons procédé à deux homogénéisations distinctes de l'assemblage de référence. La première consiste en une homogénéisation complète de toutes les cellules en 1 seule région. La seconde consiste en une homogénéisation en 2 régions soit 1 région pour la cellule d'eau du centre que l'on nomme « 2 régions : eau » ainsi qu'une région pour les autres cellules que l'on nomme « 2 régions : combustible ». L'homogénéisation est suivie d'une condensation des propriétés à deux groupes d'énergie. En procédant de cette manière on peut analyser l'impact des différents modèles dans la cellule d'eau et dans le combustible séparément.

2. Comparaison des modèles homogènes et hétérogènes

Le tableau A.1 présente les résultats obtenus pour les 2 homogénéisations avec résolution par la méthode des CP. Rappelons que B^2 est le laplacien critique, k_∞ est le facteur de multiplication infini, D_1 est le coefficient de diffusion du groupe rapide, D_2 est le coefficient de diffusion du groupe thermique, $D_1 B^2$ est la section efficace de fuite du groupe rapide et $D_2 B^2$ est la section efficace de fuite du groupe thermique.

Les résultats du tableau A.1 présentent une bonne cohérence entre les modèles homogènes PNL et SIGS. En effet, dans l'ensemble les écarts relatifs pour le calcul à 1 région sont d'au plus 0.05%. Cependant, dans la cellule d'eau du calcul à 2 régions les variations sont plus élevées et peuvent aller jusqu'à 0.3% dans le groupe rapide. En ce qui concerne les modèles hétérogènes B_1 ECCO et HETE, les écarts pour le calcul à 1 région vont jusqu'à 0.2% dans le groupe thermique mais sont plus élevés pour la cellule d'eau soit jusqu'à 0.6% dans le groupe thermique. On constate donc des différences toujours plus élevées dans la cellule d'eau. Afin d'évaluer l'impact de cette cellule pour chaque modèle de fuites, nous allons comparer les résultats avec ceux du calcul à 1 région.

On observe autant pour le modèle PNL que SIGS des écarts variant de 2 % à 3% entre les coefficients de diffusion du calcul à 1 région et ceux de la cellule d'eau et ce, dans les 2 groupes d'énergie. Sachant que ces modèles calculent un coefficient de diffusion unique par groupe d'énergie, les écarts observés sont dus à la condensation en énergie. En effet, lorsqu'on condense les coefficients de diffusion de 69 groupes à 2 groupes, les variations liées aux spectres d'énergie se font ressentir, elles sont de l'ordre de 2% à 3%.

Tableau A.1 Modèles de fuites avec la méthode CP dans DRAGON v5

	PNL		SIGS		ECCO	HETE		
	B ₀	B ₁	B ₀	B ₁	B ₁	B ₁		
B ² (10 ⁻³ cm ⁻²)	7.904	5.196	7.908	5.199	5.167	5.168		
K _∞	1.33774	1.33780	1.33789	1.33792	1.33788	1.33788		
D ₁ (cm)						x	y	z
1 région	0.96736	1.44953	0.96729	1.44902	1.45687	1.45571	1.45571	1.45812
2 rég.: comb	0.96781	1.45003	0.96779	1.44956	1.45538	1.45436	1.45436	1.45648
2 rég.: eau	0.94516	1.42491	0.94243	1.42207	1.53050	1.52277	1.52277	1.53922
D ₁ B ² (10 ⁻³ cm ⁻¹)								
1 région	7.646	7.532	7.649	7.533	7.527	7.523	7.523	7.536
2 rég.: comb	7.650	7.534	7.653	7.536	7.520	7.517	7.517	7.527
2 rég.: eau	7.471	7.404	7.452	7.393	7.908	7.870	7.870	7.955
D ₂ (cm)								
1 région	0.28544	0.43204	0.28540	0.43199	0.43977	0.43875	0.43875	0.44139
2 rég.: comb	0.28557	0.43235	0.28553	0.43230	0.44119	0.44020	0.44020	0.44280
2 rég.: eau	0.28012	0.41975	0.28008	0.41970	0.38342	0.38108	0.38108	0.38550
D ₂ B ² (10 ⁻³ cm ⁻¹)								
1 région	2.256	2.245	2.257	2.246	2.272	2.268	2.268	2.281
2 rég.: comb	2.257	2.246	2.258	2.247	2.280	2.275	2.275	2.288
2 rég.: eau	2.214	2.181	2.215	2.182	1.981	1.970	1.970	1.992

En ce qui concerne les modèles B_1 hétérogènes, ces mêmes écarts sont de l'ordre de 5% dans le groupe rapide et de 13% dans le groupe thermique. On peut donc voir qu'en plus des variations liées au spectre, un effet supplémentaire lié à l'hétérogénéité du milieu vient s'ajouter. Étant donné que les résultats des modèles homogènes et hétérogènes sont très semblables dans l'assemblage à 1 région, c'est donc dans la cellule d'eau que l'impact des modèles hétérogènes est surtout important. En effet, on constate par exemple que la présence de la cellule d'eau a pour effet d'augmenter la section efficace de fuite par rapport au modèle homogène dans le groupe rapide tandis qu'elle diminue dans le groupe thermique. Cette diminution dans le groupe thermique peut s'expliquer par le fait que l'assemblage étudié étant surcritique et sous-moderé, peu de neutrons thermiques passent dans la cellule d'eau. Ceci entraîne donc une diminution des coefficients de diffusion et par le fait même des sections efficaces de fuites.

En ce qui concerne le facteur de multiplication infini, on constate qu'il est peu affecté par le type de modèle de fuite utilisé. En effet, il y a au plus 3 pcm de différence entre les modèles

homogènes et hétérogènes. En comparant les modèles entre eux on obtient des écarts de l'ordre de 11 pcm pour PNL et SIGS et 0.4 pcm pour ECCO et HETE. Pour ce qui est du laplacien, les écarts entre les modèles homogènes et hétérogènes sont d'au plus 6 mk ce qui est beaucoup plus élevé que le facteur de multiplication infini. Les différences entre les modèles homogènes vont jusqu'à 57 pcm et pour les modèles B_1 hétérogènes elles sont de 28 pcm.

Afin d'évaluer les marges d'erreur à respecter lors de l'implantation du modèle B_1 HETE avec MoC, nous effectuons une étude comparative entre les différents modèles implantés dans DRAGON 5 et résolu à la fois avec les deux méthodes. Selon le tableau A.2, on observe dans l'ensemble une bonne cohérence entre CP et MoC et ce pour tous les modèles. Les différences observées sont de l'ordre de 0.2% pour le laplacien critique et d'au plus 67 pcm pour le facteur de multiplication infini. En ce qui concerne les sections efficaces de fuite, on observe dans le groupe rapide des écarts de l'ordre de 0.2% pour tous les modèles avec le calcul à 1 région. Dans la cellule d'eau par contre ces écarts sont plus faibles pour les modèles homogènes et plus élevés soit jusqu'à 0.5% pour le modèle ECCO. Dans le groupe thermique, les écarts sont plus faibles dans l'ensemble et sont de l'ordre de 0.1%.

Finalement, dans le souci de valider les résultats obtenus dans la version 5 de DRAGON, nous avons effectué une étude comparative avec la version 3.06 du code (version IST) qui est présentement utilisée dans l'industrie. Le tableau A.3 présente les résultats obtenus. On constate une très bonne cohérence entre les résultats et ce pour tous les modèles.

Tableau A.2 Écart relatifs (%) entre les méthode CP et MoC dans DRAGON v5

	PNL		SIGS		ECCO
	B ₀	B ₁	B ₀	B ₁	B ₁
B ²	0.19293	0.23884	0.20411	0.25275	0.16509
K _∞	0.06361	0.06421	0.06630	0.06637	0.06660
D ₁					
1 région	-0.00413	-0.05450	-0.00569	-0.06142	0.02746
2 rég.: comb	-0.00062	-0.05172	-0.00186	-0.05864	0.02061
2 rég.: eau	-0.18230	-0.18317	-0.20903	-0.20393	0.32800
D ₁ B ²					
1 région	0.18881	0.18447	0.19844	0.19148	0.19250
2 rég.: comb	0.19231	0.18725	0.20225	0.19426	0.18567
2 rég.: eau	0.01099	0.05611	-0.00450	0.04934	0.49255
D ₂					
1 région	-0.14925	-0.14976	-0.15032	-0.15070	-0.03479
2 rég.: comb	-0.14988	-0.15011	-0.15060	-0.15105	-0.03219
2 rég.: eau	-0.13601	-0.12913	-0.13746	-0.12985	-0.12180
D ₂ B ²					
1 région	0.04398	0.08945	0.05410	0.10243	0.13036
2 rég.: comb	0.04335	0.08909	0.05382	0.10208	0.13296
2 rég.: eau	0.05718	0.11003	0.06693	0.12322	0.04350

Tableau A.3 Écarts relatifs (%) de la méthode CP entre DRAGON v5 et v3.06

	PNL		SIGS		HETE		
	B ₀	B ₁	B ₀	B ₁	B ₁		
B ²	-0.00607	-0.00597	-0.00670	-0.00616	-0.00310		
K _∞	-0.00164	-0.00157	-0.00164	-0.00164	-0.00127		
D ₁					x	y	z
<i>1 région</i>	0.00072	0.00207	0.00124	0.00138	-0.00137	-0.00137	-0.00274
<i>2 rég.: comb</i>	-0.00021	0.00207	0.00052	-0.00276	-0.00138	-0.00138	-0.00343
<i>2 rég.: eau</i>	0.00063	0.00070	0.00064	-0.00211	0.01839	0.01839	0.02794
D ₁ B ²							
<i>1 région</i>	-0.00535	-0.00390	-0.00546	-0.00477	-0.00447	-0.00447	-0.00584
<i>2 rég.: comb</i>	-0.00628	-0.00390	-0.00619	-0.00891	-0.00447	-0.00447	-0.00653
<i>2 rég.: eau</i>	-0.00544	-0.00526	-0.00607	-0.00826	0.01529	0.01529	0.02484
D ₂							
<i>1 région</i>	0.00175	-0.00093	0.00000	-0.00046	-0.00114	-0.00114	0.00204
<i>2 rég.: comb</i>	-0.00070	-0.00116	0.00140	-0.00046	-0.00136	-0.00136	0.00203
<i>2 rég.: eau</i>	-0.00071	0.00143	0.00036	0.00000	0.00052	0.00052	0.00104
D ₂ B ²							
<i>1 région</i>	-0.00432	-0.00689	-0.00670	-0.00662	-0.00424	-0.00424	-0.00106
<i>2 rég.: comb</i>	-0.00677	-0.00712	-0.00530	-0.00662	-0.00446	-0.00446	-0.00106
<i>2 rég.: eau</i>	-0.00679	-0.00454	-0.00635	-0.00616	-0.00257	-0.00257	-0.00206

ANNEXE B STRUCTURE DU MODULE FLU :

Les sous routines colorées en rouge ont été modifiées lors de l'implantation de TIBÈRE dans DRAGON-5 pour la méthode MoC.

FLU				
----	FLUGPI			
----	FLUGPT			
	-----	FLU2DR		
----	FLUDRV			
	-----	FLU2DR		
		-----	FLUKEF	
		-----	B1HOM	
		-----	B1HXS1	
		-----	B1DIF	
		-----	B1SOL	
		-----	BIVSOU	
		-----	TRIVSO	
		-----	SNSOUR	
		-----	TRFICF	
		-----	DOORFB2	
		-----	XDRHT3	
		-----	DOORFB3	
		-----	XDRHT4	
		-----	FLUDB2	
		-----	FLUALB	
		-----	FMODUL (TRFICF,SYBILF,BIVAF,PNF,TRIVAF,SNF)	
		-----	FLUFUI	
		-----	SYBILF	
		-----	DOORFB2	
		-----	XDRHT3	
		-----	DOORFB3	
		-----	XDRHT4	
		-----	SYBJJ0	
		-----	SYBJJ1	
		-----	SYBJJ2	
		-----	BIVAF	
		-----	DOORFB2	
		-----	XDRHT3	
		-----	DOORFB3	
		-----	XDRHT4	
		-----	BIVSO1	
		-----	BIVSO2	
		-----	BIVSO3	
		-----	BIVSO4	
		-----	BIVSO5	
		-----	PNF	
		-----	DOORFB2	
		-----	XDRHT3	
		-----	DOORFB3	
		-----	XDRHT4	

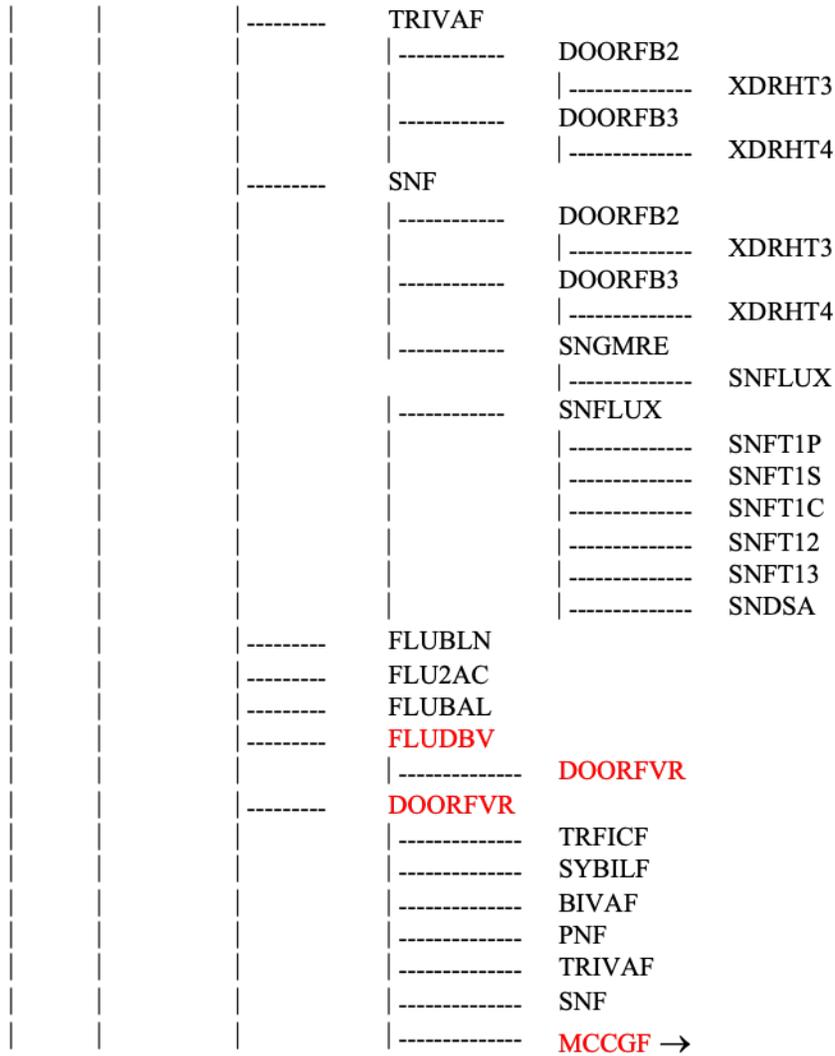


Figure B.1 Structure du module FLU : de DRAGON-5

MCCGF	DOORFB2				
	-----	XDRHT3			
	DOORFB3				
	-----	XDRHT4			
	MCGSIG				
	MCGFLS				
	-----	MGCDD			
		-----	MCGPRA		
		-----	MCGABG		
		-----	MCGPRA		
	MCGFLX				
	-----	MCGMRE			
		-----	MCGFL1		
	-----	MGBIC			
		-----	MCGFL1		
		-----	MCGFL1		
		-----	MCGFCS		
		-----	MCGFST		
		-----	MCGFMC		
		-----	MCGSCR		
		-----	MCGFCR		
		-----	MCGSCS		
		-----	MCGFCA		
		-----	MCGFCR		
		-----	MCGPRA		
		-----	MCGABG		
		-----	MCGPRA		
		-----	MCGABGR		
		-----	MCGACA		
		-----	MCGPRA		
		-----	MCGPTF		
		-----	MCGPT1		
		-----	MCGPT2		
		-----	MOCCHR		
		-----	SUBFFI	(MCGFFI , MCGFFIS , MCGFFIT) →	
		-----	SUBFFA	(MCGFFA, MCGFFAS, MCGFFAT) →	
		-----	MOCFCF		
		-----	MOCCHR		
		-----	SUBFFI	(MOCFFI , MOCFFIS , MOCFFIT) →	
		-----	SUBFFA	(MOCFFA, MOCFFAS, MOCFFAT) →	
		-----	MCGFCF		
		-----	MOCCHR		
		-----	SUBFFI	(MCGFFI , MCGFFIS , MCGFFIT) →	
		-----	SUBFFA	(MCGFFA, MCGFFAS, MCGFFAT) →	

-----	MCGFFI		
-----	-----	SUBSCH	(MCGSCA, MCGDDF, MCGSCE)
-----	MCGFFIS		
-----	-----	SUBSCH	(MCGSCAS, MCGDDFS, MCGSCES)
-----	MCGFFIT		
-----	-----	SUBSCH	(MCGSCAT, MCGDDFT, MCGSCET)
-----	MCGFFA		
-----	-----	SUBSCH	(MCGSCA, MCGDDF, MCGSCE)
-----	MCGFFAS		
-----	-----	SUBSCH	(MCGSCAS, MCGDDFS, MCGSCES)
-----	MCGFFAT		
-----	-----	SUBSCH	(MCGSCAT, MCGDDFT, MCGSCET)
-----	MOCFFI		
-----	-----	SUBSCH	(MOCSCA, MOCDDF, MOCSCCE)
-----	MOCFFIS		
-----	-----	SUBSCH	(MOCSCAS, MOCDDFS, MOCSCES)
-----	MOCFFIT		
-----	-----	SUBSCH	(MOCSCAT, MOCDDFT, MOCSCET)
-----	MOCFFA		
-----	-----	SUBSCH	(MOCSCA, MOCDDF, MOCSCCE)
-----	MOCFFAS		
-----	-----	SUBSCH	(MOCSCAS, MOCDDFS, MOCSCES)
-----	MOCFFAT		
-----	-----	SUBSCH	(MOCSCAT, MOCDDFT, MOCSCET)

Figure B.2 Structure du module MCGF : de DRAGON-5