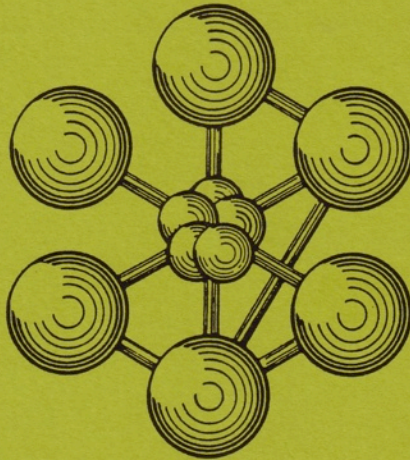




DIRECTION DES RÉACTEURS NUCLÉAIRES

DÉPARTEMENT DE MÉCANIQUE ET DE TECHNOLOGIE

SERVICE D'ETUDES DE REACTEURS ET DE MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES
LABORATOIRE D'ETUDES NEUTRONIQUES DES REACTEURS



Rapport DMT/94/477
SERMA/LENR/1672

**CALCUL DE TRANSPORT NEUTRONIQUE
DANS LE CODE APOLLO.2 PAR LA METHODE
DES PROBABILITES DE COLLISION DANS
UNE GEOMETRIE CARTESIENNE GENERALE.**

Naïma LYOUSSI-CHARRAT

Rapport DMT/94-477
SERMA/LENR/1672

N° SERMA/LENR/94- 364

Auteur(s) : Naïma LYOUSSI-CHARRAT

Date : 25 octobre 1994
F.A. : 5211-3111

Titre : **CALCUL DE TRANSPORT NEUTRONIQUE DANS LE CODE APOLLO.2 PAR LA METHODE DES PROBABILITES DE COLLISION DANS UNE GEOMETRIE CARTESIENNE GENERALE.**

Résumé :

La nouvelle méthode TDT (Two Dimensional Transport) est intégrée dans le code de transport APOLLO2. L'objectif d'un tel développement est de calculer les probabilités de collisions dans une géométrie aussi complexe soit - elle, dans la limite des types d'équations qui y sont programmés, à savoir segment de droite, arcs de cercle, cercle ou encore une développante de cercle. Un nouveau type de géométrie dit "géométrie générale xy" qui admet un large éventail de types de conditions à la frontière d'un domaine, est maintenant disponible dans le code APOLLO2. L'intégration de la méthode TDT dans APOLLO2 permet à présent de calculer le flux neutronique par la méthode des probabilités de collision, en tenant compte de certains détails géométriques qui brisent la régularité traditionnelle d'un réseau. Les approximations qui ont été adoptées sont celle du flux plat par région et l'isotropie des lois de choc ainsi que celle des sources de neutrons. Un calcul de transport par la géométrie générale présente l'avantage d'être moins coûteux que les méthodes stochastiques tout en bénéficiant d'une bonne précision de calcul. Pour des raisons économiques, une option approchée de TDT, basée sur la méthode des Courants d'Interface (CI), est également intégrée dans APOLLO2. Bien qu'approximative, cette méthode demeure plus précise que la méthode MULTICELL d'APOLLO2, vu que les matrices PC dans la géométrie générale sont calculées "exactement" dans chaque macro-région ; à deux dimensions. Cette option serait avantageusement employée dans le cas de gros systèmes correspondant à des matrices PC de dimension importante. Le nombre d'éléments Pij à calculer devient alors largement inférieur à celui qui serait associé au calcul qui prend en compte toutes les interactions entre les régions du domaine entier. Quant à la représentation des flux angulaires sortant et rentrant par une interface, une approximation en secteurs angulaires dite "conique" est ajoutée aux deux représentations classiques dans APOLLO2 "UP0" et "UP1". Un autre avantage de cette méthode est la possibilité d'attribuer, lors de l'élaboration du maillage d'intégration, un paramètre radial DR spécifique à chaque macro-région. Ceci optimise la convergence des résultats par rapport à la formule d'intégration numérique.

Plusieurs tests ont contribué à la validation et à la qualification de la méthode TDT, aussi bien sous sa forme "exacte" (méthode des PC) que sous sa forme "approchée" (méthode des CI). D'une manière globale, la comparaison des résultats obtenus par la géométrie générale d'APOLLO2 avec ceux des divers codes de référence est très satisfaisante. L'étude portée particulièrement sur l'assemblage russe à tube de force RBMK, en réseau infini a permis une bonne évaluation du coefficient de vide. Les calculs des taux de réactions dans ce même assemblage confirment que les modules de sortie d'APOLLO2 sont adaptés à la géométrie générale.

A détacher et à envoyer à SERMA/LENR/Mme CORNEBIZE

Rapport DMT/94-477
SERMA/LENR/1672

de Naïma LYOUSSI-CHARRAT

Je désire recevoir : exemplaire(s)

NOM(S) :

Signature

TABLE DES MATIERES

I EQUATION GENERALE DE TRANSPORT NEUTRONIQUE	13
I.1 Equation générale de transport en régime stationnaire.....	15
I.1.1 Approximation multigroupe	17
I.1.2 Equation intégrale de transport.....	19
I.2 Méthode des probabilités de collision : PC	21
1.2.1 Hypothèses simplificatrices	21
1.2.2 Conditions aux limites du domaine	23
I.3 Méthode projective de GALERKIN-PETROV	24
1.3.1 Fonctions de représentation	25
1.3.2 Projection du système "exact" sur les fonctions de représentation.....	26
1.3.3 Expressions explicites des probabilités de collision.....	27
I.4 Symétrie et conservation du système.....	29
I.5 Méthode des courants d'interface (CI).....	32
II EVALUATION DES PROBABILITES DE COLLISION, DE FUITE ET DE TRANSMISSION, A DEUX DIMENSIONS	35
II.1 Probabilité de première collision P_{ij}.....	36
II.1.1 Passage aux coordonnées polaires.....	38
II.1.2 Passage aux coordonnées liées à la trajectoire	39
II.1.3 Evaluation de l'intégrand $P_{ij}(R,\Phi)$ de la probabilité de collision.....	41
II.2 Probabilité de fuite Ψ_i	43
II.2.1 Calcul du noyau de collision à 2 dimensions.....	44
II.2.2 Passage aux coordonnées naturelles.....	45
II.3 Probabilité de transmission $P_{\alpha\beta}$	46
II.4 Expression commune aux trois types de probabilités	48
II.4.1 Expression générale de la contribution $P_{ij}(R,\Phi)$	49
II.4.2 Généralisation des relations de réciprocité et de conservation.....	51

II.5 Algorithme numérique du calcul des probabilités de collision.....	52
II.5.1 Principe de base.....	52
II.5.2 Justification de la formule de quadrature des rectangles.....	53
II.5.3 Procédé de calcul des matrices PC.....	54
III INTEGRATION DE LA METHODE TDT DANS LE CODE APOLLO2.....	59
III.1 Code de transport APOLLO2.....	60
III.1.1 Formalismes pour le calcul des matrices PC.....	60
III.1.2 Présentation brève des étapes de calcul du flux multigroupe	63
III.1.3 Processus itératif pour le calcul du flux multigroupe.....	64
III.1.4 Aperçu sur la méthode MARSYAS.....	67
III.1.5 Introduction de la géométrie générale.....	68
III.2 Qu'est-ce que la géométrie x-y générale ?.....	69
III.2.1 Définition des équations en géométrie générale xy.....	69
III.2.2 Conditions aux limites en géométrie x-y générale.....	73
III.2.3 Acquisition des données : SILENE.....	74
III.2.4 Elaboration du maillage d'intégration.....	75
III.3 Intégration de la méthode TDT dans APOLLO2	82
III.3.1 Conséquences sur le module GEOM, PIJ et AUTOP.....	83
III.3.2 Schéma d'un calcul de transport en géométrie générale.....	83
III.3.3 Difficultés numériques.....	84
IV TEST NUMERIQUES : VALIDATION DE LA GEOMETRIE GENERALE DANS APOLLO2.....	86
IV.1 Test préliminaire d'une cellule combustible purement réfléchi.....	89
IV.1.1 Calcul à un groupe d'énergie.....	89
IV.1.2 Calcul à 99 groupes d'énergie.....	90

IV.2 Motif REP 3*3 cellules	92
IV.2.1 Caractéristiques physiques en théorie multigroupe	96
IV.2.2 Caractéristiques du maillage d'intégration.....	96
IV.2.3 Caractéristiques du calcul des matrices PC	99
IV.2.4 Présentation des résultats issus des deux codes.....	99
IV.3 Conclusion générale	107
V QUALIFICATION DE LA GEOMETRIE GENERALE DANS APOLLO2.....	108
V.1 Assemblage hexagonal d'un réacteur sous-modéré (RSM).....	111
V.1.1 Caractéristiques géométriques et neutroniques.....	111
V.1.2 Résultats du calcul exact.....	114
V.1.3 Résultats du calcul approché.....	117
V.1.4 Calcul exact sur un maillage fin.....	120
V.2 Calcul d'un assemblage à grappe combustible : RBMK.....	125
V.2.1 Calcul du flux par région à un groupe.....	126
V.2.2 Calcul en théorie multigroupe.....	129
V.2.3 Evaluation du coefficient de vide pour un enrichissement de 2 %	135
V.2.4 Diminution de l'effet de vide en fonction de l'enrichissement.....	137
V.2.5 Comparaison de l'effet de vide entre TDT et WIMS	138
V.2.6 Spectres de neutrons évalués par TDT.....	143
V.2.7 Variation du k infini en fonction de la densité de l'eau.....	151
V.2.8 Evaluation des taux de réactions.....	152
V.3 Calcul du flux dans un coeur CCR	159
V.3.1 Géométrie réelle et composition physique.....	159
V.3.2 Modélisation et géométrie de calcul	162
V.3.3 Résultats	165

CONCLUSION	168
ANNEXE 1	175
ANNEXE 2	183
REFERENCES	193

LISTE DES FIGURES

Figure I.1	Faisceau de neutrons issu de l'élément de volume dV , dans un cône d'ouverture $d\Omega$ autour de la direction $\vec{\Omega}$	15
Figure I.2	Flux angulaires rentrant et sortant par la frontière ∂D du domaine D	19
Figure I.3	Partitionnement par la méthode des CI du domaine D en 2 macro-régions.....	33
Figure II.1	Coordonnées naturelles associées au groupe de symétries G	37
Figure II.2	Coordonnées liées à la trajectoire plane définie par R et Φ	39
Figure II.3	Domaine d'intégration pour le calcul de la probabilité de fuite.....	44
Figure II.4	Calcul de P_{ai}^p dans le système des coordonnées naturelles R, Φ, t	46
Figure II.5	Domaine d'intégration pour le calcul des probabilités de transmission.....	48
Figure II.6	Domaine de calcul des noyaux de collision.....	54
Figure II.7	Organigramme de calcul des matrices de probabilités générales.....	55
Figure II.8	Procédé de normalisation des P_{ij} et P_{ia} pour la ligne i , à partir de l'élément P_{ij}	57
Figure II.9	Procédé de normalisation des P_{ij} et P_{is} pour la ligne i , à partir de l'élément P_{ii}	58
Figure III.1	Formalisme "flux" - Elimination des surfaces internes au domaine (interfaces entre macro-régions).....	61
Figure III.2	Formalisme "flux-courant".....	62
Figure III.3	Schéma de calcul du flux multigroupe dans APOLLO2.....	65
Figure III.4	Exemple de motif à 3 mailles traité par la géométrie générale.....	70
Figure III.5	Segment de droite $[\vec{c}, \vec{d}]$	70
Figure III.6	Arc de cercle $A(c, R, \theta_1, \theta_2)$	71
Figure III.6b	Cercle $C(\vec{c}, R)$	71
Figure III.7	Développante $D(\vec{c}, R, \alpha, \theta_1, \theta_2)$ du cercle $C(\vec{c}, R)$	72
Figure III.8	Orientation d'un élément en géométrie x-y générale.....	73
Figure III.9	Réflexion spéculaire d'un domaine.....	73
Figure III.10	Tracé des trajectoires en géométrie x-y générale.....	76
Figure III.11	Réflexion d'une trajectoire sur la frontière du domaine ∂D	78
Figure III.12	Translation de la trajectoire $t(\vec{a}, \vec{e})$ sur ∂D	79

Figure III.13	Rotation d'un angle θ , de la trajectoire $t(a,e)$ sur ∂D	79
Figure III.14	Intersection trajectoire - élément du domaine D.	80
Figure III.15	Intersection d'une trajectoire avec plus d'un élément.	81
Figure III.16	Schéma simplifié d'un calcul de flux multigroupe, en géométrie générale xy.	84
Figure IV.1	Variation de K_{∞} en fonction du nombre d'angles à $\Delta R=0.5$, pour une cellule combustible REP.	90
Figure IV.2	Variation de K_{∞} en fonction du nombre d'angles à $\Delta R=.025$	91
Figure IV.3	Motif REP (3*3) cellules combustibles UO2 enrichi à 3,2 %, avec trou d'eau central.	93
Figure IV.4	Traverse selon Ox du flux à un groupe d'énergie dans un motif REP (3*3) cellules combustibles avec trou d'eau central	94
Figure IV.5	Erreurs relatives sur les flux monocinétiques calculés par MARSYAS et TDT dans un motif REP (3*3).	95
Figure IV.6	Une trajectoire au sens de la géométrie générale GGEN - XY est la contribution de 2 demi-trajectoires III-RRR et III-LLL.....	97
Figure IV.7	Trajectoire pour la géométrie régulière xy.	98
Figure IV.8	Géométrie traitée par MARSYAS avec et sans symétrie interne.....	98
Figure IV.9	Variation du facteur de multiplication infini en fonction de ΔR à $N_{\Phi}=6$	103
Figure IV.10	Variation du facteur de multiplication infini en fonction de ΔR à $N_{\Phi}=12$	104
Figure IV.11	Variation du facteur de multiplication infini en fonction de ΔR à $N_{\Phi}=24$	104
Figure IV.12	Temps de traçage et de calcul multigroupe pour la géométrie xy (MARSYAS) et la géométrie ggen-xy.	105
Figure V.1	Schéma simplifié d'un assemblage hexagonal RSM.	111
Figure V.2	Géométrie hexagonale de calcul.	112
Figure V.3	Cellules de la géométrie de calcul.	112
Figure V.4	Comparaison du flux TDT et MULTICELL avec Monte Carlo.....	116
Figure V.5	Comparaison du flux TDT_{macro} et MULTICELL par rapport au flux Monte Carlo.	119
Figure V.6	Géométrie de calcul à maillage géométrique fin.	120

Figure V.7	Comparaison du flux TDT (maillage large) avec TDT (maillage fin) au voisinage de la cellule tube-guide.	122
Figure V.7a	Secteurs combustibles définis par le maillage fin au voisinage du tube guide	123
Figure V.8	Géométrie d'un assemblage RBMK complet.	125
Figure V.9	Géométrie de calcul simplifiée par symétrie.	126
Figure V.10	Schéma simplifié du passage au 1/12 d'assemblage RBMK.	130
Figure V.11	Schéma simplifié du passage du 1/12 d'assemblage RBMK.	130
figure V.12	Procédé adopté pour la convergence sur le flux.	132
Figure V.13	Découpage du 1/12 d'assemblage RBMK en 2 macro-régions.	133
Figure V.14	Flux (normalisé par les sources de fission) dans la couronne combustible interne de l'assemblage RBMK, en situation normale et "vidangée"	144
Figure V.15	Flux (normalisé par les sources de fission) dans la couronne combustible interne de l'assemblage RBMK, en situation normale et "vidangée"	144
Figure V.16	Comparaison entre les spectres dans la couronne combustible externe et interne de l'assemblage RBMK, en situation "vidangée".	146
Figure V.17	Comparaison entre les spectres dans la couronne combustible externe interne de l'assemblage RBMK, en situation "vidangée".	146
Figure V.18	Variation de la section efficace microscopique totale de l'oxygène en fonction de l'énergie.	147
Figure V.19	Comparaison entre le spectre dans la couronne graphite interne et externe	150
Figure V.20	Influence de la vidange sur le spectre dans le bloc graphite (couronne interne)	150
Figure V.21	Variation du k_{inf} en fonction de la densité d'eau.	152
Figure V.22	Comparaison des taux de fission dans la couronne combustible interne (C.I) dans les conditions normales de fonctionnement.	154
Figure V.23	Comparaison des taux d'absorption et de diffusion dans l'eau et dans le graphite.	155
Figure V.24	Comparaison des taux d'absorption de l'eau pour les densités 1 et 0,5	156
Figure V.25	Taux de diffusion de l'eau pour les densités 1 et 0,5.	157
Figure V.26	Variation du taux des taux de fission dans le combustible en fonction de la densité d'eau.	158
Figure V.27	Coupe verticale et radiale du coeur CCR	159

Figure V.28	Coupe horizontale du coeur CCR.	160
Figure V.29	Géométrie de calcul réduite par rotation.	162
Figure V.30	Découpage spatial dans le motif CCR réduit par rotation.....	164
Figure V.31	Flux à un groupe d'énergie dans le motif réduit par rotation.....	166
Figure V.32	Flux à un groupe d'énergie dans le motif réduit par symétrie.....	167

Chapitre I

**ÉQUATION GÉNÉRALE DE TRANSPORT
NEUTRONIQUE**

Ce premier chapitre est consacré d'abord, à quelques généralités sur la théorie de transport appliquée aux neutrons, ensuite à la résolution de l'équation intégrale de transport neutronique par la méthode des probabilités de collision. Pour éliminer la dépendance en énergie, nous nous plaçons dans le cadre d'un calcul de transport multigroupe. Ensuite, pour simplifier l'expression du flux intégré, nous supposons que les sources de neutrons ainsi que les lois de choc neutron-noyau sont isotropes.

On montrera que la distribution du flux relative à un domaine géométrique donné est entièrement décrite par un système de deux équations intégrales (exactes). Celles-ci expriment le flux scalaire à l'intérieur du domaine et le flux angulaire sortant par la frontière, en fonction des sources de neutrons internes au domaine et du flux angulaire entrant.

Une solution approchée de ce système sera obtenue par la méthode de projection de GALERKIN : il s'agit de décomposer le domaine en plusieurs mailles homogènes (régions). Le flux en tout point du domaine est approché par une combinaison linéaire sur la base des fonctions de représentation spatiales. Le choix de cette base sera justifié par l'approximation du flux "plat" par région.

De façon similaire, on subdivise la frontière en plusieurs surfaces partielles et on approche les flux angulaires entrant et sortant du domaine par un développement fini sur une base de fonctions de représentation angulaire.

En substituant les flux scalaire et angulaire approchés dans les équations exactes et en les projetant sur les fonctions de représentation correspondantes, il en résulte un système linéaire d'équations discrétisées. Sa résolution permet d'obtenir des solutions approchées pour les composantes des flux scalaire et angulaire dans les deux développements. Les éléments de la matrice associée à ce système se présentent sous forme d'intégrales du produit des fonctions de représentation, par le noyau de transport. Ces coefficients ne sont rien d'autre que les probabilités de collision, de fuite et de transmission.

L'équation générale de transport neutronique décrit la distribution des neutrons, en interaction avec la matière ou dans le vide, dans un système donné et avec des sections efficaces données. En tout point (\vec{r}, \vec{v}) désignant respectivement la position et la vitesse du neutron dans l'espace des phases, cette distribution est mesurée, à tout instant t par une fonction de sept variables scalaires appelée flux angulaire notée $\psi(\vec{r}, \vec{v}, t)$ et qui est égale au produit du module de la vitesse par la densité neutronique angulaire $N(\vec{r}, \vec{v}, t)$.

Tout au long de ce chapitre consacré à la théorie de transport, on suppose que les milieux composant le système sont isotropes. La probabilité d'interaction avec la matière, à l'intérieur d'un milieu ne dépend donc pas de la direction du neutron incident. Cela se traduit par l'indépendance angulaire des sections efficaces.

Nous remplacerons alors, dans l'expression du flux angulaire, le vecteur \vec{v} par le couple de variables (énergie, direction) noté $(E, \vec{\Omega})$.

Dans ce qui suit, nous nous limiterons à l'étude de l'équation du transport neutronique en régime stationnaire.

I.1. Équation générale de transport en régime stationnaire

Soit un faisceau de neutrons parcourant une géométrie donnée, et qui est issu d'un élément de volume dV autour de \vec{r} , dans un cône d'ouverture $d\Omega$ autour de la direction $\vec{\Omega}$, ayant des énergies comprises entre E et $E+dE$.

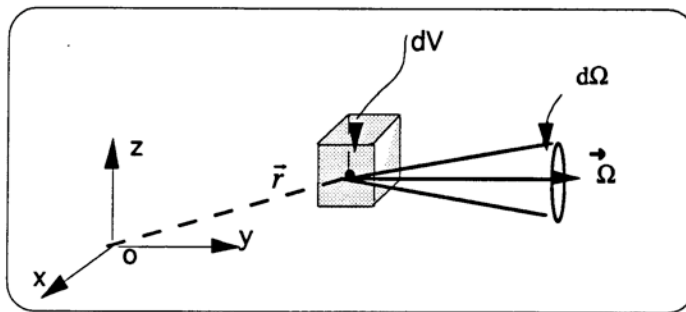


Figure (I.1) : Faisceau de neutrons issu de l'élément de volume dV , dans un cône d'ouverture $d\Omega$ autour de la direction $\vec{\Omega}$.

Sous sa forme intégral-différentielle et en régime stationnaire, l'équation de transport appliquée aux neutrons est donnée par [3]:

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}, E) \psi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (\text{I.1})$$

Dans cette équation on désigne par :

$\Sigma(\vec{r}, E)$: section efficace macroscopique totale, au point \vec{r} et à l'énergie E.

$q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$: sources de production de neutrons par l'élément de volume, élément d'énergie et élément d'angle solide.

$$\begin{aligned} q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = & \frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^{N_f} \chi_i(E) \int v \Sigma_{f_i}(\vec{r}, E') \Phi(\vec{r}, E') dE' \\ & + \int \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) \psi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') dE' d\Omega' \\ & + S_{ex}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}). \end{aligned} \quad (\text{I.2})$$

Où :

N_f : nombre d'isotopes fissiles présents dans le domaine D.

$\chi_i(E)$: spectre de fission pour l'isotope i ; c'est la proportion de neutrons de fission émis à l'énergie E (par unité d'énergie) par rapport au nombre total de neutrons émis.

$\Phi(\vec{r}, E)$: flux scalaire à l'énergie E, au point \vec{r} (obtenu à partir de l'intégration du flux angulaire sur toutes les directions $\vec{\Omega}$).

$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega})$: section efficace de transfert par diffusion de E' vers E et de $\vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}$ au point \vec{r}

$S_{ex}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$: sources externes de neutrons imposées par l'utilisateur.

Notons que, comme son nom l'indique, le premier membre de l'équation (I.1) comprend une partie différentielle spatiale, tandis que le deuxième membre qui représente les sources, contient une intégrale angulaire, donnée par l'équation (I.2).

L'équation (I.1) multipliée par $dV dE d\Omega$ exprime le **bilan neutronique local** dans l'élément infinitésimal de l'espace des phases $dV dE d\Omega$, autour du point \vec{r} (figure (I.1)). En effet, le premier membre représente, dans l'ordre, les fuites des particules hors de l'élément de volume dV à travers la surface et la disparition par diffusion ou absorption dans dV . Le second membre

englobe la production des neutrons par diffusion, fission ou par des sources externes, dans le volume dV .

Étant donné les variations extrêmement complexes des sections efficaces avec l'énergie et l'anisotropie de la plupart d'entre elles, une solution analytique de l'équation de transport est inimaginable. Il est clair que la solution est d'autant plus aisée que le nombre des variables est petit. C'est pourquoi, des hypothèses permettant de réduire ce nombre de variables doivent être prises en compte avant de rechercher une solution :

- L'isotropie des milieux composant le système se traduit dans les équations (I.1) et (I.2) par :

$$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{\Omega}) = \Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega}) .$$

En employant le développement de la loi de choc en polynômes de Legendre, la section différentielle devient :

$$\Sigma_s(\vec{r}, E' \rightarrow E, \vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') = \frac{1}{4\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \Sigma_{s,n}(\vec{r}, E' \rightarrow E) P_n(\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}') .$$

- Si le choc est isotrope, la section efficace différentielle se réduit à la composante d'ordre 0 :

$$\Sigma_{s,0}(\vec{r}, E' \rightarrow E) .$$

La résolution de l'équation (I.1) a pour but de calculer le flux angulaire de neutrons qui dépend de l'énergie, de la position dans le domaine mais aussi de la direction. Dans le cadre du formalisme intégral ou de la méthode des probabilités de collision, on utilise l'équation de transport sous sa forme intégrale, qui peut être déduite de l'équation (I.1) par la méthode des caractéristiques [4]. Avant d'établir cette équation, une hypothèse de réduction (sur la variable énergie) qui consiste en une discrétisation du spectre neutronique, est généralement appliquée dans toutes les méthodes de résolution de l'équation de transport : c'est l'approximation multigroupe.

I.1.1. Approximation multigroupe

Afin de lever la dépendance du flux en énergie, dans l'équation (I.1), on subdivise le domaine énergétique en N_g groupes d'énergie. Les particules appartenant au groupe g ont une énergie comprise entre E_{g-1} et E_g [6]. Le but de cette discrétisation est de pouvoir écrire l'équation de transport sous forme d'un système d'équations "monocinétiques" dites multigroupes, en termes de flux angulaire dépendant uniquement des coordonnées spatiale et angulaire dans chaque groupe d'énergie g . Il importe de signaler que ces équations sont néanmoins couplées par les

sources de diffusion et de fission.

L'hypothèse multigroupe est fondamentale pour la description des équations de ce chapitre et l'algorithme numérique qu'on utilise est supposé multigroupe; les flux calculés sont des flux multigroupes.

Le flux angulaire dans le groupe g , en un point \vec{r} et dans une direction $\vec{\Omega}$ est alors défini par :

$$\psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_g dE \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E) . \quad (I.3)$$

A l'aide de cette approximation multigroupe, l'intégrale en énergie de l'équation de transport (I.1) se réduit à la somme d'intégrales sur chaque groupe d'énergie g , ce qui équivaut à :

$$\int_0^{E_{\max}} dE \equiv \sum_{g=1}^{N_g} \int_g dE . \quad (I.4)$$

On obtient pour chaque groupe d'énergie l'équation de transport multigroupe sous forme intégral-différentielle [4]:

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_g(\vec{r}) \psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}). \quad (I.5)$$

où ψ_g est défini par l'équation (I.3) et q_g est la source globale dans ce même groupe. Dans le cadre de la théorie de transport multigroupe, les sources $q_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ comprennent :

- les sources de diffusion du groupe d'énergie considéré dans lui-même.
- les sources "externes" provenant d'une fission ou d'un transfert de neutrons issus d'autres groupes.

et Σ_g est la section efficace totale calculée dans le groupe g .

Calcul des sections efficaces multigroupes

Pour que les équations multigroupes (I.5) soient rigoureuses, il faut y utiliser des sections efficaces moyennes, pondérées par le flux scalaire (flux angulaire intégré sur toutes les directions), et ce, dans chaque groupe et en chaque point du domaine. Pour une réaction k , les sections multigroupes sont définies de façon à conserver le taux de réaction, autrement dit :

$$\Sigma_{kg}(\vec{r}) = \frac{\int_g \Sigma_k(E) \Phi(\vec{r}, E) dE}{\int_g \Phi(\vec{r}, E) dE} ,$$

où Σ_{kg} désigne la section efficace d'absorption, de diffusion, totale, ou de fission $\nu\Sigma_f$ dans le groupe d'énergie g .

Mais comme à ce niveau, le flux est une inconnue, on est amené à l'approcher par deux façons différentes selon que l'isotope est résonnant¹ ou non résonnant. En effet, pour un isotope non résonnant, la section $\Sigma_k(E)$ varie peu et de manière régulière avec l'énergie. $\Sigma_{kg}(\vec{r})$ dépend alors très peu du spectre de pondération. Ceci nous permet de remplacer le flux réel $\Phi(\vec{r},E)$ par un flux de pondération $\Phi_0(E)$, de référence indépendant de l'espace (spectre de fission, variation en $1/E$, puis une maxwellienne), ou éventuellement spécifique au type du réacteur. Les sections multigroupes se ramènent alors à [6] :

$$\Sigma_{kg}(\vec{r}) = \frac{\int_g \Sigma_k(E) \Phi_0(E) dE}{\int_g \Phi_0(E) dE}, \quad (I.6)$$

En ce qui concerne les isotopes résonnants, le procédé est beaucoup plus complexe car $\Sigma_k(E)$ varie considérablement avec l'énergie, à l'intérieur même d'un groupe. Par conséquent, les sections multigroupes $\Sigma_{kg}(\vec{r})$ dépendent fortement du spectre de pondération. Pour chaque isotope et dans chaque groupe du domaine des résonances, ces sections doivent être recalculées en tenant compte de la variation spatiale du flux, et ce, pour tous les groupes du domaine des résonances. On parle de sections efficaces autoprotégées [23] (nous renvoyons à cette référence le lecteur intéressé par la méthode d'obtention de Φ_0).

I.1.2. Équation intégrale de transport

Considérons un domaine D hétérogène, de volume V , délimité par une frontière ∂D (Fig. I.4).

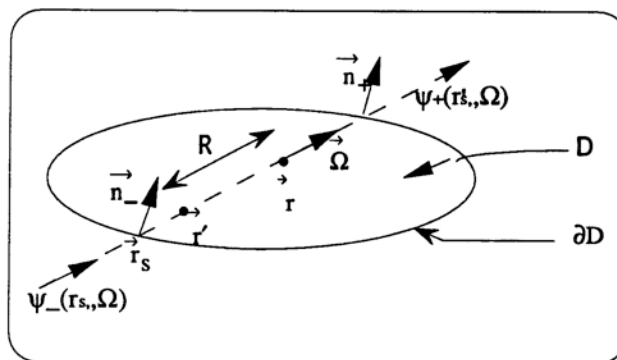


Figure.(I.2) : Flux angulaires rentrant et sortant par la frontière ∂D du domaine D .

¹dont le noyau présente des résonances (cas notamment des noyaux lourds).

Nous nous intéressons ici à la relation entre le flux angulaire ψ et la source q , dans un groupe d'énergie donné g .

Exprimons le flux angulaire $\psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ en tout point du domaine D , pour toutes les directions $\vec{\Omega}$, en fonction des sources de neutrons $q(\vec{r}, \vec{\Omega})$, représentant la densité totale d'émission neutronique en \vec{r} , dans la direction $\vec{\Omega}$, et du flux angulaire entrant $\psi_{-g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega})$ par la surface ∂D .

L'équation intégrale de transport est alors donnée par [3] :

$$\psi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \psi_{-g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) e^{-\tau_g} + \int_0^R q_g(\vec{r}', \vec{\Omega}) e^{-\tau_g} dR'. \quad (I.7)$$

Dans cette équation et dans ce qui suit, nous adoptons les notations de la figure (I.2). Nous avons donc :

$\vec{r}' = \vec{r} - R\vec{\Omega}$: point d'émission du neutron dans la direction $\vec{\Omega}$,

$\vec{r}_s = \vec{r} - R_s\vec{\Omega}$: point courant de la frontière ∂D , appartenant à la demi-droite passant par \vec{r} , dans la direction $-\vec{\Omega}$.

$\vec{r}'_s = \vec{r} - R'_s\vec{\Omega}$: point courant de la frontière ∂D , appartenant à la demi-droite passant par \vec{r} , dans la direction $\vec{\Omega}$.

$\vec{r}'' = \vec{r} - R''\vec{\Omega}$: point courant du segment $[\vec{r}', \vec{r}]$.

$\tau_g = \tau_g(R)$: distance optique entre les points \vec{r}' et \vec{r} , dans le groupe g . Elle est définie par :

$$\tau_g(R) = \int_0^R \Sigma_g^t(\vec{r} - R'\vec{\Omega}) dR', \quad (I.8)$$

où Σ_g^t est la section efficace macroscopique totale au point \vec{r}'' . Physiquement, elle caractérise la probabilité d'interaction neutron - noyau, en \vec{r}'' . La probabilité qu'un neutron pour parcourir sans choc la distance R' entre les points \vec{r}' et \vec{r} est définie par : $e^{-\tau_g(R')}$. L'équation (I.8) implique donc, que pour un neutron qui parcourt, d'une manière rectiligne, plusieurs milieux de sections efficaces totales Σ_i^t avec des parcours R_i , la distance optique traversée sera égale à : $\tau_g(R) = \sum_i \Sigma_i^t R_i$.

On définit de la même manière la distance optique entre les points \vec{r} et \vec{r}'_s , comme étant

$$\tau_g^g = \tau_g^g(R_g).$$

La forme intégrale de l'équation (I.7) traduit donc, le bilan des neutrons émis en \vec{r} et qui ont pu atteindre \vec{r} .

Pour obtenir le flux angulaire sortant $\psi_{+g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega})$, par le point \vec{r}_s appartenant à la surface extérieure de D, il suffit de remplacer \vec{r} par \vec{r}_s dans l'équation (I.7) qui régit le flux au point \vec{r} ; ce qui donne :

$$\psi_{+g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = \psi_{-g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) e^{-\tau_g^g} + \int_0^{R'_s} q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) e^{-\tau_g^g} dR' \quad (I.9)$$

Précisons que les deux formes de l'équation de transport (équations (I.5) et (I.7)) sont mathématiquement équivalentes mais leur résolution est basée sur deux méthodes numériques différentes. Tout au long de ce travail, nous nous intéressons seulement à la résolution de l'équation de transport sous sa forme intégrale. Elle est effectuée numériquement par la méthode des Probabilités de Collision (PC) que nous allons décrire

I.2. Méthode des Probabilités de Collision : PC

Les équations écrites dans le paragraphe (I.1.2) servent de base à la méthode des PC que nous allons détailler dans cette section. Avant de procéder à la résolution analytique du système, moyennant l'approximation de GALERKIN, nous émettrons certaines hypothèses de réduction.

I.2.1. Hypothèses simplificatrices:

La méthode classique des probabilités de collision suppose généralement l'isotropie des sources neutroniques et celle des lois de choc. Notre présente méthode de résolution reposera d'abord sur ces deux hypothèses.

Compte tenu de ces approximations, en intégrant le flux angulaire (équation (I.7)), en $d\vec{\Omega}$ sur l'angle solide 4π , et en utilisant les relations géométriques :

$$d\vec{\Omega} = \frac{d\vec{S}}{R^2} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}) \quad \text{et} \quad d\vec{r} = R^2 dR d\vec{\Omega},$$

on obtient le flux scalaire en tout point \vec{r} du domaine D, dans chaque groupe g.

$$\Phi_g(\vec{r}) = \int_{\partial D} \psi_{-g}(\vec{r}_g, \vec{\Omega}) \frac{e^{-\tau_g^g}}{R^2} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_-) dS + \int_D F_g(\vec{r}') \frac{e^{-\tau_g^g}}{4\pi R^2} d\vec{r}' : \quad (\text{I.10.a})$$

c'est donc le premier moment angulaire de l'équation intégrale de transport (I.7). Dans cette expression, les notations sont conformes à celles de la figure (I.2) et nous désignons par $F_g^g(\vec{r})$ la densité d'émission totale de neutrons au point \vec{r} , qui est indépendante de la direction $\vec{\Omega}$, en vertu de l'hypothèse d'isotropie du choc que nous avons supposée. Elle vérifie donc :

$$q(\vec{r}, \vec{\Omega}) = F(\vec{r})/4\pi.$$

Nous avons établi l'expression de ces sources sous une forme intégrale générale (équation (I.2)). Il est intéressant de noter que dans le cas usuel d'une géométrie réfléchie (domaine étendu à l'infini), l'expression flux dans le groupe g se réduit à l'équation (I.10.a) sans la contribution de la frontière ∂D . La source dans le groupe g peut alors s'exprimer sous la forme discrétisée suivante :

$$F_g(\vec{r}) = \sum_{g'} \left[\Sigma_g^{g' \rightarrow g}(\vec{r}) + \chi_g \frac{\nu_{g'} \Sigma_{f, g'}(\vec{r})}{k_\infty} \right] \Phi_{g'}(\vec{r}), \quad (\text{I.10.b})$$

où $\Sigma_g^{g' \rightarrow g}$ est la section efficace qui englobe tous les transferts des groupes g' vers g , par diffusion isotrope. $\Sigma_{f, g'}$ est la section efficace de fission dans le groupe g' , χ_g représente le spectre de fission dans le groupe g , et $\nu_{g'}$ est le nombre de neutrons produits par fission dans g' .

C'est le système des deux relations couplées (I.10.a) et (I.10.b) qui constitue l'équation de transport. Par rapport à \vec{r} , (I.10.a) est une relation intégrale dont le noyau est $e^{-\tau_g^g}/4\pi R^2$: c'est le noyau de première collision de $\vec{r}' \rightarrow \vec{r}$ que l'on notera $K(\vec{r}, \vec{r}')$.

Remarquons que l'équation la plus souvent employée pour décrire le flux est l'expression (I.10.a), qui est intégrée sur l'angle solide 4π . Elle est à priori plus simple que la relation (I.7). De plus dans la pratique, toutes les grandeurs qui nous intéressent dépendent seulement du flux intégré (coefficient de multiplication neutronique, taux de réactions, etc....) et non du flux angulaire.

Il est également important de signaler que l'approximation du choc isotrope restreint la généralité du système étudié ; mais, dans une certaine mesure, il est possible de tenir compte, dans l'équation intégrale (I.10), d'une anisotropie linéaire en cosinus directeur $\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}'$, en modifiant les sections efficaces de diffusion correspondantes par une correction de transport [3]. La

formulation de cette correction est donnée pour la section efficace de diffusion et de transfert, à l'ordre 0 par la formule suivante :

$$\Sigma_{s,c}^g(\vec{r}) = \Sigma_s^g(\vec{r}) - \mu^g \Sigma_s^g(\vec{r})$$

et

$$\Sigma_{s,c}^{g \rightarrow g}(\vec{r}) = \Sigma_s^{g \rightarrow g}(\vec{r}) - \delta_{gg} \mu^g \Sigma_s^g(\vec{r}), \quad (\text{I.10.c})$$

où $\Sigma_s^g(\vec{r})$ est la section efficace de diffusion dans le groupe g , μ^g est le cosinus moyen de

l'angle de diffusion pour un neutron incident du groupe g et l'indice c est attribué aux sections efficaces corrigées.

I.2.2. Conditions aux limites du domaine :

Il est à signaler que le système d'équations (I.9) et (I.10) exprimant, respectivement, le flux scalaire en tout point du domaine D et le flux angulaire sur toute surface de la frontière, permet une description complète et exacte de la distribution du flux dans un domaine géométrique D donné.

Il est cependant nécessaire, d'introduire une troisième équation, qui exprime le flux angulaire rentrant par la frontière, en fonction du flux angulaire sortant. Ces conditions aux limites peuvent être quelconques. Le flux angulaire entrant par ∂D sera nul si le domaine D est entouré de vide ou d'un corps noir.

La prise en compte de toutes les éventualités se résume dans l'expression suivante :

$$\Psi_{-g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = \Psi_{0g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) + \int_{\partial D} dS' \int_{2\pi} \bar{\Psi}_{+g}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}') A(\vec{r}_s, \vec{\Omega}' \rightarrow \vec{r}_s, \vec{\Omega}) d\Omega' \quad (\text{I.11})$$

où,

- Ψ_0 : flux angulaire stationnaire donné, sur ∂D .
- $\bar{\Psi}_+$: flux angulaire sortant d'un domaine \bar{D} , adjacent.
- A : albédo ; opérateur de transmission dit 'géométrique' ou de connexion de surfaces, supposé le même dans chaque groupe g .
- $\vec{\Omega}'$: direction du flux angulaire sortant par une surface de la frontière ∂D .
- \vec{r}_s : point courant de la frontière (figure(I.2)).

La condition aux limites la plus fréquente est celle d'un assemblage purement réfléchi. Cette réflexion peut être soit **spéculaire** (exacte) -tout se passe comme si la frontière était un miroir pour les neutrons- soit **isotrope** (approchée) et dans ce cas, tous les neutrons qui atteignent la

frontière en sont renvoyés dans toutes les directions, de manière équiprobable.

I.3. Méthode projective de GALERKIN-PETROV

L'objectif de la troisième partie est d'obtenir une solution approchée de l'équation intégrale de transport. Cette approche par la **méthode des Probabilités de Collision (PC)** est souvent illustrée par la méthode de projection de GALERKIN.

C'est une des méthodes analytiques employées pour résoudre le système des équations ((I.9) à (I.11)), régissant le flux dans une géométrie D définie par des conditions aux limites données. Cette approche se base sur la projection du système sur des fonctions de représentation que l'on définira par la suite.

Ensuite, un choix adéquat de ces fonctions nous permet d'obtenir un système linéaire d'équations discrétisées qui donne une solution approchée pour le flux scalaire, ainsi que pour les courants rentrant et sortant du domaine et ce, en termes de coefficients sous forme intégrale, définissant les diverses probabilités.

Le traitement du système d'équations ((I.9) à (I.11)) nécessite d'abord la définition d'un maillage géométrique de calcul dans le domaine D . Il s'agit d'un découpage spatial du domaine D .

Partitionnons donc le domaine D de volume V (fig. (I.2)) en N régions D_i de volume V_i et la frontière ∂D de surface S en M sous-frontières ∂D_α de surfaces S_α . Ceci se traduit par :

$$V = \sum_{i=1}^N V_i \quad \text{et} \quad S = \sum_{\alpha=1}^M S_\alpha.$$

Supposons maintenant une certaine homogénéisation de cette partition : chaque région est supposée homogène. Le flux de neutrons à l'intérieur de chacune de ces régions est de plus supposé uniforme. Cette hypothèse est appelée : **approximation du flux plat**, (outre l'approximation de choc et sources isotropes).

Cette dernière hypothèse que nous utiliserons dans la suite, n'est qu'une approche de la solution de l'équation intégrale de transport et qu'elle devient d'autant moins réaliste que les dimensions de la région en question sont importantes. Pour une meilleure prise en compte du gradient de flux dans le domaine D , il est indispensable de procéder à un maillage aussi fin que possible.

L3.1. Fonctions de représentation :

Au domaine géométrique D, on va faire correspondre un espace de Hilbert ξ de dimension L, défini par une famille de fonctions linéairement indépendantes $\{\varphi_i^k(\vec{r})\}_{k=0, L-1}$. De même pour tout sous domaine D_i de D, on peut associer un sous- espace fonctionnel ξ_i , indépendant de g, de dimension L_i , défini chacun par la base de fonctions suivante, appelées fonctions de représentation spatiale :

$$\{\varphi_i^k(\vec{r})\}_{k=0, L_i-1} \quad \text{avec} \quad \sum L_i = L$$

Un raisonnement analogue, appliqué à la frontière ∂D permet de définir sur chaque sous-frontière de surface S_α une base de fonctions angulaires suivante :

$$\{\psi_{\pm, \alpha}^\rho(\vec{r}_s, \vec{\Omega})\}_{\rho=0, L'_\alpha-1}, \quad \text{avec} \quad \sum L'_\alpha = L'$$

Dans l'espace ξ , on définit le produit scalaire d'une fonction de représentation de D_i par son homologue dans D_j comme étant l'intégrale multiple du produit de ces deux fonctions par le noyau de collision (voir table (I.1) de D_i vers D_j , autrement dit :

$$\langle \varphi_i^k, \varphi_j^l \rangle = \frac{1}{V_i} \int_{D_i} \varphi_i^k(\vec{r}) d\vec{r} \int_{D_j} \varphi_j^l(\vec{r}') K(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}'$$

Le flux scalaire en tout point \vec{r} de D, au sens de GALERKIN, est approché par une combinaison linéaire des fonctions de représentation spatiale (l'indice de groupe g étant omis dans $\Phi(\vec{r})$ et Φ_i^k , pour simplifier):

$$\Phi(\vec{r}) \approx \sum_{i=1}^N \sum_{k=0}^{L_i-1} \Phi_i^k \varphi_i^k(\vec{r}) \quad \text{en tout point } \vec{r} \text{ de } D, \quad (\text{I.12})$$

où Φ_i^k représente la composante du flux, par rapport à la représentation φ_i^k , dans la région i. De même, le flux angulaire sortant ou rentrant par un point \vec{r}_s de la frontière ∂D est approché par un développement fini sur des fonctions de représentation angulaires, ce qui se traduit par :

$$\Psi_{\pm}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) \approx \sum_{\alpha=1}^M \sum_{\rho=0}^{L'_\alpha-1} J_{\pm, \alpha}^\rho \psi_{\pm, \alpha}^\rho(\vec{r}_s, \vec{\Omega}), \quad (\text{I.13})$$

On définit la première fonction (k=0) de représentation sur D_i , comme étant la fonction caractéristique associée, c'est-à-dire :

$$\varphi_i^0(\vec{r}) = \theta_i(\vec{r}) \quad \text{avec} \quad \theta_i(\vec{r}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \vec{r} \text{ appartient à } D_i \\ 0 & \text{ailleurs.} \end{cases} \quad (\text{I.14})$$

La fonction de représentation angulaire d'ordre 0, relative à ∂D_α est définie par :

$$\psi_{\pm, \alpha}^0(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\pi S_\alpha} \quad (\text{I.15})$$

Les relations d'orthonormalisation appliquées aux deux bases de fonctions de représentation sont :

$$\int_{D_i} \varphi_i^k(\vec{r}) \varphi_j^l(\vec{r}) d\vec{r} = \delta_{ij} \delta_{kl} V_i \quad \forall \vec{r} \in D_i \quad i = 1, N \quad (\text{I.16})$$

Pour tout point \vec{r}_s de la frontière on a :

$$\int \psi_{\pm, \alpha}^{\rho}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) \psi_{\pm, \beta}^{\gamma}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_{\pm}) d\Omega dS = \delta_{\alpha\beta} \delta_{\rho\gamma} \frac{1}{\pi S_\alpha}, \quad (\text{I.17})$$

où δ_{mn} est le symbole de KRONEKER et V_i et S_α désignent respectivement le volume de la région D_i et l'aire de la surface α .

Notons que d'une manière générale, les lettres latines seront associées aux régions et les lettres grecques aux surfaces.

I.3.2. Projection du système "exact" sur les fonctions de représentation

En remplaçant les expressions du flux scalaire et angulaire sortant et rentrant, dans le système d'équations intégrales exactes (I.9) à (I.11) par la description approchée (équations (I.12) et (I.13)), et en projetant la première sur la base de ξ et la deuxième sur celle de ξ' , on aboutit au système d'équations algébriques, donné sous la forme générale suivante :

$$\begin{cases} \Phi_i^k = \sum_{j,1} P_{ij}^{k,l} F_j^l + \sum_{\alpha,\rho} P_{i\alpha}^{k,\rho} J_{-, \alpha}^{\rho} \\ J_{+, \alpha}^{\rho} = \sum_{i,k} P_{\alpha i}^{\rho,k} F_i^k + \sum_{\beta,\gamma} P_{\alpha\beta}^{\rho,\gamma} J_{-, \beta}^{\gamma} \\ J_{-, \alpha}^{\rho} = J_{0, \alpha}^{\rho} + \sum_{\beta,\gamma} A_{\alpha\beta}^{\rho,\gamma} J_{+, \beta}^{\gamma} \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

Dans le système d'équations (I.18), le coefficient P_{ij}^{kl} est le produit scalaire des fonctions de représentation $\varphi_i^k(\vec{r})$ et $\varphi_j^l(\vec{r})$, ayant comme poids le noyau de première collision $K(\vec{r}, \vec{r})$, ce qui est traduit par l'équation (I.21).

Remarquons que le développement des flux scalaire et angulaire sur la base des fonctions de

représentation, selon les équations (I.12) et (I.13), entraîne respectivement des développements analogues pour les sources $S(\vec{r})$ internes au domaine D et pour les sources angulaires stationnaires (ψ_0). Ceci explique la définition des coefficients suivants :

$J_{0,\alpha}^p$: composante de ψ_0 dans la base $\{\psi_{\pm,\alpha}(\vec{r}_s, \vec{\Omega})\}$.

S_i^k : composante de $S(\vec{r})$ dans la base $\{\phi_i^k\}$.

F_i^k : composante de la densité d'émission neutronique $F(\vec{r})$ (I.10.b) dans $\{\phi_i^k\}$. Elle est donnée par : $F_i^k = \Sigma_i \phi_i^k + S_i^k$, où Σ_i est un opérateur multigroupe et S_i^k la source de fission (éq.I.10.b).

Il est important de remarquer que dans un assemblage purement réfléchi, où le domaine D est étendu à tout l'espace (réseau infini d'assemblages identiques), le système d'équations (I.18) se ramène à la première équation :

$$\phi_i^k = \sum_{j=1} P_{ij}^{k,l} F_j^l.$$

I.3.3. Expressions explicites des probabilités de collision

Enfin, dans le système d'équations I.18 les expressions analytiques des probabilités de collision, de 'surface-volume', de fuite et de transmission s'écrivent :

$$P_{ij}^{k,l} = \frac{1}{V_i} \int_{D_i} \phi_i^k(\vec{r}) d\vec{r} \int_{D_j} \phi_j^l(\vec{r}') K(\vec{r}, \vec{r}') d\vec{r}'. \quad (I.21)$$

$$P_{i\alpha}^{kp} = \frac{1}{V_i} \int_{D_i} \phi_i^k(\vec{r}) d\vec{r} \int_{\partial D_\alpha} \psi_{-,\alpha}^p(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_-) 4\pi K(\vec{r}, \vec{r}_s) dS. \quad (I.22)$$

$$P_{\alpha i}^{pk} = \pi S_\alpha \int_{\partial D_\alpha} dS \int_{D_i} \psi_{+,\alpha}^p(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) \phi_i^k(\vec{r}) (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_+) K(\vec{r}_s, \vec{r}) d\vec{r} \quad (I.23)$$

$$P_{\alpha\beta}^{p\gamma} = \pi S_\alpha \int_{\partial D_\alpha} dS \int_{\partial D_\beta} \psi_{+,\alpha}^p(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) \psi_{-,\beta}^\gamma(\vec{r}_s', \vec{\Omega}') (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_+) (\vec{\Omega}' \cdot \vec{n}'_-) 4\pi K(\vec{r}_s, \vec{r}_s') dS' \quad (I.24)$$

Dans les expressions ci-dessus, nous avons conservé les notations de la figure (I.2) et pour tous les termes de surface, par analogie aux termes de volumes (P_{ij}) nous notons :

$$K(\vec{r}, \vec{r}_s) = \frac{e^{-\tau_s}}{4\pi R_s^2},$$

où τ_s et R_s représentent respectivement la distance optique et géométrique entre le point d'émission et le point de l'interaction. On rappelle que $\vec{\Omega} = \frac{\vec{r} - \vec{r}_s}{R_s}$ dans (I.22) et que $\vec{\Omega} = \frac{\vec{r}_s - \vec{r}}{R_s}$ dans (I.23).

Pour chaque type d'interaction, le noyau de collision est alors donné par la table suivante :

<i>Interaction</i>	<i>noyau de collision</i>
$j \rightarrow i$	$K(\vec{r}, \vec{r}')$
$\alpha \rightarrow i$	$(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_-) 4\pi K(\vec{r}, \vec{r}_s)$
$i \rightarrow \alpha$	$(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_+) K(\vec{r}_s, \vec{r})$
$\beta \rightarrow \alpha$	$(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_+) (\vec{\Omega}' \cdot \vec{n}'_-) 4\pi K(\vec{r}'_s, \vec{r}_s)$

Table (I.1) : Noyaux de collision pour les différents types d'interaction.

Comme la figure (I.2) l'indique, on désigne par \vec{n}_+ le vecteur unitaire de la normale sortante de ∂D_α au point \vec{r}_s . De même, \vec{n}'_- représente la normale entrante dans ∂D_β au point \vec{r}'_s .

Interprétation physique

Physiquement, c'est en fait la quantité $\frac{V_i}{V_j} \sum_i P_{ij}^{k1} = \sum_i P_{ji}^{k1}$ qui représente la véritable probabilité pour qu'un neutron, émis d'une manière isotrope, dans une région D_j de D (avec le poids ϕ_j^1), subisse son premier choc dans une région D_i de D (avec le poids ϕ_i^1). De même, la probabilité de fuite "physique" est $\frac{1}{V_i} P_{\alpha i}^{pk}$ et représente la probabilité pour un neutron, né dans une région D_i , de fuir sans collision, par la surface S_α . On définit de la même façon la probabilité $P_{\alpha i}^{kp}$ dite interaction "surface-volume", de première collision dans la région D_i . Cette probabilité est représentée physiquement par la quantité $V_i \sum_i P_{i\alpha}^{kp}$. Enfin, $P_{\alpha\beta}^{\gamma}$ est la probabilité de transmission sans choc, de la surface S_β (par où le neutron entre avec le poids angulaire $\psi_{\pm, \beta}^\gamma$) à la surface S_α (par où le neutron sort avec le poids angulaire $\psi_{\pm, \alpha}^\gamma$).

Les coefficients P donnés par les expressions (I.21) à (I.24) sont les probabilités "réduites". Ce

sont ces coefficients qu'on préfère employer lors des calculs numériques ; ils ont l'avantage de donner un sens aux équations (I.18) dans les régions caractérisées par des sections efficaces très faible ou nulle (milieu gazeux ou vide absolu). Nous remarquons que seule la probabilité de transmission est à la fois "physique" et "réduite".

Par abus de langage, on nomme simplement probabilités de collision ces probabilités de collision réduites.

I.4. Symétrie et conservation du système

Pour calculer les flux scalaire et angulaire dans le système d'équations discrétisées, il est indispensable de calculer les probabilités de collision, de fuite et de transmission. Le nombre de calculs à effectuer croît avec le nombre de régions et surfaces dans le domaine. Il sera réduit grâce aux relations de symétrie que vérifient ces probabilités. Ces dernières sont étroitement liées à la symétrie du noyau de première collision, elle même induite par la symétrie du parcours optique entre deux régions. En effet :

$K(\vec{r}, \vec{r}')$, $K(\vec{r}, \vec{r}_s)$ et $K(\vec{r}_s, \vec{r}_s')$ étant symétriques, on aboutit aux relations de réciprocité suivantes, en supposant, en plus pour la troisième relation, la continuité du flux angulaire (donc de la fonction de représentation $\psi_{\pm, \alpha}^{\rho}$ au point \vec{r}_s appartenant à δD_{α} , ce qui est traduit par :

$\psi_{+, \alpha}^{\rho}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = \psi_{-, \alpha}^{\rho}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}')$, où $\vec{\Omega}'$ est le vecteur direction déduit de $\vec{\Omega}$ par la condition aux limites imposée à la surface α .

I.4.1. Relations de réciprocité :

Moyennant la remarque ci-dessus et vu les équations exprimant les quatre types de probabilités, en fonction du noyau de collision, nous en déduisons les relations de réciprocité appliquées aux probabilités réduites :

$$V_i P_{ij}^{k1} = V_j P_{ji}^{1k} \quad (\text{I.25})$$

$$V_i P_{i\alpha}^{k\rho} = \frac{4}{S_{\alpha}} P_{\alpha i}^{\rho k} \quad (\text{I.26})$$

$$S_{\beta} P_{\alpha\beta}^{\rho\gamma} = S_{\alpha} P_{\beta\alpha}^{\gamma\rho} \quad (\text{I.27})$$

I.4.2 Relations de conservation :

Elles sont obtenues à partir de l'équation intégral-différentielle multigroupe (I.5), avec choc isotrope. En effet, si l'on intègre cette équation sur l'angle solide 4π , on se ramène à l'équation de conservation pour les neutrons sans choc ($\Sigma_a(\vec{r}) = \Sigma(\vec{r})$) suivante :

$$\text{div } \vec{J}(\vec{r}) + \Sigma(\vec{r}) \Phi(\vec{r}) = S(\vec{r}) \quad (\text{I.28})$$

où :

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \psi(\vec{r}, \vec{\Omega}) d\Omega,$$

et $\vec{J}(\vec{r})$ étant le courant de neutrons produit par la source isotrope $S(\vec{r})$; il est donné par l'équation (I.31).

Les neutrons étant considérés sans choc, la section efficace totale est celle d'absorption d'où :

$\Sigma(\vec{r})$: section efficace macroscopique totale au point \vec{r} .

$S(\vec{r})$: intensité de la source isotrope dans D : $S(\vec{r}) = 4\pi S(\vec{r}, \vec{\Omega})$.

$\Phi(\vec{r})$: flux scalaire sans choc produit par $S(\vec{r}, \vec{\Omega})$ dans D (équation I.30).

La formule de STOKES appliquée à l'intégrale de l'équation (I.28) sur D donne :

$$\int_{\partial D} \vec{J}(\vec{r}_s) \cdot \vec{n}_s dS = \int_D (S(\vec{r}) - \Sigma(\vec{r}) \Phi(\vec{r})) d\vec{r} \quad (\text{I.29})$$

où,

$$\Phi(\vec{r}) = \int_D S(\vec{r}', \vec{\Omega}) 4\pi K(\vec{r}, \vec{r}') dr' \quad (\text{I.30})$$

et

$$\vec{J}(\vec{r}) = \int_D S(\vec{r}', \vec{\Omega}) 4\pi K(\vec{r}, \vec{r}') \vec{\Omega} dr' \quad (\text{I.31})$$

$K(\vec{r}, \vec{r}')$: noyau de première collision dans D, de \vec{r}' vers \vec{r} (voir I.2.1).

Les équations de conservation ne sont autres qu'une application directe de l'équation de conservation intégrée (I. 29), en considérant deux types de sources. C'est l'objet des sous - paragraphes suivants.

I.4.2.a. Première relation de conservation :

Considérons le cas d'une source isotrope volumique définie dans la région D_i de volume V_i ;
soit :

$$S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \phi_i^k(\vec{r}) .$$

La surface S du domaine D étant subdivisée en une série de surfaces partielles S_α , la probabilité de fuite globale à travers S s'écrit, en projection sur les modes de pondération 0 en volume et 0 en surface :

$$P_{si}^{00} = \sum_{\alpha} P_{\alpha i}^{00}$$

Notons que dans la suite, seules les premières fonctions de représentation $\phi_i^0(\vec{r})$ seront prises en compte pour D_i (hypothèse de flux plat par région) et $\psi_{+, \alpha}^0(\vec{r}_s, \vec{\Omega})$ pour ∂D_α .

Compte tenu des équations ((I.21) et (I.23)) qui définissent les probabilités P_{ij}^{00} et P_{si}^{00} , l'équation (I.29) dans laquelle on substitue les équations (I.30) et (I.31) s'écrit :

$$P_{si}^{00} = V_i \left(1 - \sum_j \Sigma_j P_{ij}^{00} \right) \quad (I.32)$$

I.4.2.b. Deuxième relation de conservation :

Elle est obtenue, toujours à l'aide de l'équation de conservation intégrée, mais en utilisant cette fois, pour toute surface partielle S_α , une source de type : $S(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \psi_{-, \alpha}^0(\vec{r}_s, \vec{\Omega})(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_-)$.
Il s'agit de calculer d'abord $P_{s\alpha}^{00}$ (notée $P_{s\alpha}^{00}$) en décomposant S en surfaces partielles S_β , ensuite P_{ss}^{00} en décomposant S en S_α . On aura donc :

$$P_{s\alpha}^{00} = \sum_{\beta} P_{\beta\alpha}^{00} \quad \text{et} \quad P_{ss}^{00} = \sum_{\alpha} p_\alpha P_{s\alpha}^{00}, \text{ où } p_\alpha = \frac{S_\alpha}{S}$$

En remplaçant dans cette équation les probabilités de transmission par leur définition (éq.I.24), puis en utilisant l'égalité (I.29), on arrive à :

$$P_{ss}^{00} = 1 - \frac{4}{S} \sum_j \Sigma_j P_{sj}^{00} \quad (I.33)$$

Ces relations, exprimant la conservation des neutrons dans le domaine D et à travers l'ensemble des surfaces de ∂D sont indispensables pour la renormalisation des différentes probabilités, et ce à cause des imprécisions numériques. Ceci sera exposé d'une manière plus détaillée dans le

chapitre suivant.

Ayant adopté tout au long de ce travail, l'hypothèse du flux plat par région, les indices k et l sont nuls. Il s'en suit une simplification au niveau de la notation dans le système (I.18). Les probabilités de collision réduites P_{ij}^{00} seront notées simplement : P_{ij} .

Quant aux indices (ρ, ν) , leurs valeurs dépendent de l'approximation adoptée pour la représentation du flux angulaire dans les expressions des termes de surface.

I.5. Méthode des Courants d'Interface (CI)

Le nombre d'éléments des matrices PC croît avec N^2 , où N est le nombre total de régions dans le domaine D . Dans le cas d'une matrice de taille importante, le coût de la méthode des probabilités de collision devient prohibitif. La solution fréquemment adoptée (méthode MULTICELL dans le code de transport APOLLO2) est la méthode dite des courants d'interface.

Description de la méthode

Cette méthode introduit un niveau d'approximation supplémentaire lors de la résolution de l'équation de transport. Il s'agit de superposer, sur le maillage fin du domaine D (décomposition en régions), un maillage plus grossier de macro-régions C_i ; chaque macro-région étant bornée par sa frontière ∂C_i qui sera subdivisée en M_i surfaces partielles S_α^i :

$$D = \sum_i C_i \text{ et } \partial C_i = \sum_{\alpha=1}^{M_i} S_\alpha^i \text{ pour toute macro-région } C_i \text{ du domaine } D.$$

De nouvelles surfaces, dites interfaces, sont alors ajoutées au partitionnement original, autrement dit, aux surfaces externes du domaine D . Chaque interface couple ainsi deux macro-régions adjacentes et est numérotée exactement deux fois, comme appartenant aux frontières de deux macro-régions adjacentes.

$$S_\alpha^i \subset \partial C^i \cap \partial C^j \Rightarrow \text{il existe } \beta \text{ tel que : } S_\alpha^i = S_\beta^j, \text{ où } 1 \leq \alpha \leq M_i \text{ et } 1 \leq \beta \leq M_j.$$

Considérons par exemple, un partitionnement du domaine D en 2 macro-régions C_1 et C_2 (figure (I.3)), dans le cas simplifié où l'interface entre C_1 et C_2 est formée d'une seule surface. Par rapport aux macro-régions C_1 et C_2 , elle est numérotée respectivement, S^1 et S^2 .

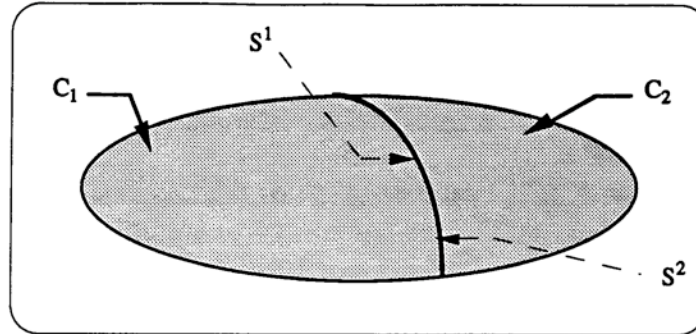


Figure.(I.3) : Partitionnement par la méthode des CI du domaine D en 2 macro-régions.

Chaque macro-région est traitée comme un domaine en soi indépendamment des macro-régions voisines. L'équation (I.10) qui régit le flux neutronique dans le domaine D est alors remplacée pour chaque macro-région C_i , par l'équation locale (I.34) :

$$\Phi_i(\vec{r}) = \int_{\partial C_i} \psi_-(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) \frac{e^{-\tau_s}}{R^2} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_-) dS + \int_{C_i} F(\vec{r}') \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} d\vec{r}';$$

Les hypothèses réductrices décrites dans la section I.2.1 pour introduire les probabilités de collision restent valables localement. L'équivalent du système discrétisé (I.18) s'écrit alors d'une manière similaire, où la sommation sur toutes les régions i et j du domaine D est restreinte à la macro-région considérée. Il en est de même pour les surfaces partielles S_{α} . Les probabilités de collision sont identiques à celles précédemment décrites dans la méthode "exacte" et sont avantageusement calculées seulement à l'intérieur de chaque macro-région. Par ailleurs, le nombre de probabilités de transmission a augmenté avec l'introduction des interfaces au domaine.

Il importe de préciser que le nombre total de probabilités de collision diminue largement par rapport à la méthode exacte (PC), du fait que les probabilités de collision entre les régions appartenant à des macro-régions différentes ne sont plus à évaluer.

La méthode des CI suppose généralement que le flux angulaire entrant par une interface est isotrope. Pour améliorer la représentation angulaire aux interfaces (mieux tenir compte de l'anisotropie angulaire des neutrons), des approximations plus coûteuses ont été développées. Celles-ci sont décrites dans l'annexe 1.

La solution globale de l'équation de transport à l'intérieur du domaine D est obtenue en procédant à un assemblage de ces macro-régions, par couplage des courants entrants et sortants des interfaces de deux macro-régions :

$$S_{\alpha}^i = S_{\beta}^j \subset \partial C_i \cap \partial C_j \Rightarrow \begin{cases} J_{\alpha,-}^i = J_{\beta,+}^j \\ J_{\alpha,+}^i = J_{\beta,-}^j \end{cases}$$

Notons que les lois de réciprocité et de conservation décrites dans la partie I.4 restent valables localement (dans chaque macro-région). Elles peuvent être avantageusement utilisées pour réduire le nombre de probabilités de collision à calculer dans une macro-région et pour assurer la conservation de la population neutronique.

Nous verrons dans ce qui se suit que par analogie à la méthode MULTICELL, dans le cadre de la géométrie générale, il est possible de résoudre l'équation de transport par la méthode des CI : c'est l'objet de la méthode "multimacro".

Chapitre II

**ÉVALUATION DES PROBABILITÉS DE COLLISION, DE
FUIE ET DE TRANSMISSION À 2 DIMENSIONS**

Le calcul des trois types de probabilités dans une géométrie à deux dimensions x-y est effectué d'abord d'une façon analytique et terminé ensuite numériquement en employant un procédé d'intégration numérique basé sur une formule de quadrature.

Ce chapitre se décompose ainsi en deux parties : nous commençons par un calcul analytique qui fait l'objet de la section II.1 et nous procéderons au calcul numérique dans la section (II.3).

Pour simplifier le calcul des intégrales des différentes expressions de probabilités (équations (I.21) - (I.24)), il est utile dans la mesure où l'on s'intéresse à une géométrie x-y, de passer aux coordonnées naturelles liées aux trajectoires dans ce plan. Les équations de flux s'écriront dans ce nouveau système, de la même manière qu'avec les coordonnées précédentes.

Considérons une géométrie à deux dimensions, caractérisée par le groupe des symétries $G = T_z \cup S_z$ où T_z désigne le groupe des translations dans la direction Oz perpendiculaire au plan horizontal $P=xOy$, et S_z celui des symétries par rapport à ce même plan.

Dans une telle géométrie, les caractéristiques neutroniques des milieux, notamment les sections efficaces correspondantes, sont G - invariantes. Les sources et les conditions aux limites le sont également. Par conséquent, le flux par région, l'est aussi et est donc indépendant de la variable z.

Tout au long de cette étude, la géométrie de calcul que nous considérerons vérifie cette propriété. Le passage aux coordonnées naturelles s'effectue via l'opérateur projection orthogonale sur le plan P défini par :

$$\forall \vec{r} \in D, p(\vec{r}) = \vec{p} \text{ et } p(D) = D_p: \text{ domaine à deux dimensions invariant par le groupe des symétrie G (voir fig.(II.1)).}$$

Par la suite, les variables projetées sur P seront désignées par l'indice p et les projections des ensembles D_i par \vec{D}_i .

II.1. Calcul de la probabilité de première collision P_{ij}

C'est la probabilité pour qu'un neutron émis en un point \vec{r}' d'une région j ait sa première collision en \vec{r} dans la région i. Si l'on suppose l'approximation du flux plat par région, les fonctions de représentation spatiales se réduisent à la fonction caractéristique sur chacune des régions. De plus, les domaines d'intégration D_i sont remplacés par les domaines \vec{D}_i , à 2 dimensions qui sont leur projection respective sur P. Par conséquent, l'expression analytique de P_{ij} (équation (I.21)) dans le système de coordonnées \vec{p} et \vec{p}' s'écrit :

$$P_{ij} = \frac{1}{V_i} \int_{D_i} d\vec{\rho} \int_{D_j} d\vec{\rho}' K_p(\vec{\rho}' \rightarrow \vec{\rho}), \quad (\text{II.1})$$

où $K_p(\vec{\rho}' \rightarrow \vec{\rho})$ représente le noyau de première collision à deux dimensions et qui est défini par :

$$K_p(\vec{\rho}' \rightarrow \vec{\rho}) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}) dz. \quad (\text{II.2})$$

Rappelons d'abord que le noyau de première collision de \vec{r}' vers \vec{r} est donné par $K(\vec{r}' \rightarrow \vec{r}) = \frac{e^{-\tau(\vec{r}', \vec{r})}}{4 \pi R^2}$ et évaluons son intégrale sur z étendue à l'infini.

Pour ce faire, nous allons adopter les notations de la figure (II.1) et nous pouvons alors écrire les relations suivantes :

$$R = |\vec{r} - \vec{r}'| \quad R_p = |\vec{\rho} - \vec{\rho}'| \quad \tau(\vec{r}', \vec{r}) = \frac{\tau_p(\vec{\rho}', \vec{\rho})}{\cos \theta} \quad R = \frac{R_p}{\cos \theta} \quad \text{et} \quad z' = R_p \operatorname{tg} \theta, \quad (\text{II.3})$$

où θ est l'angle formé par la direction $\vec{\Omega}$ avec le plan de projection P . R_p et $\tau_p(\vec{\rho}', \vec{\rho})$ représentent respectivement le parcours géométrique et optique dans ce plan, entre les points $\vec{\rho}'$ et $\vec{\rho}$.

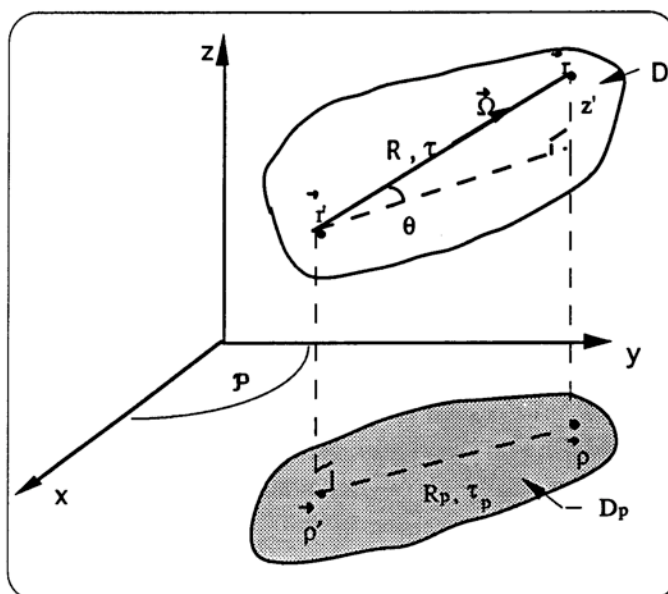


Figure (II.1) : Coordonnées naturelles associées au groupe de symétries G.

Moyennant les relations (II.3) le noyau de collision à 2 dimensions défini en (II.2) s'écrit :

$$K_p (\vec{\rho}' \rightarrow \vec{\beta}) = \frac{1}{2\pi R_p} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-\tau_p / \cos \theta}}{R_p} \cos^2 \theta dz \quad \text{avec} \quad dz = \frac{R_p}{(\cos \theta)^2} d\theta.$$

En adoptant ce changement de variables, l'expression finale du noyau de collision à 2 dimensions devient :

$$K_p (\vec{\rho}' \rightarrow \vec{\beta}) = \frac{1}{2\pi R_p} \int_0^{\pi/2} e^{-\tau_p / \cos \theta} d\theta$$

En introduisant les fonctions de Bickley-Naylor d'ordre n définies par :

$$Ki_n (\tau) = \int_0^{\pi/2} e^{-\tau / \cos \theta} (\cos \theta)^{n-1} d\theta, \quad \text{on obtient :} \quad (\text{II.4})$$

$$K_p (\vec{\rho}' \rightarrow \vec{\beta}) = \frac{1}{2\pi R_p} Ki_1 (\tau_p). \quad (\text{II.5})$$

Signalons qu'il existe une relation importante entre les fonctions d'ordre n et celles d'ordre n+1 qui est :

$$\frac{\partial Ki_{n+1} (\tau)}{\partial \tau} = -Ki_n (\tau) \quad (\text{II.6})$$

En substituant l'équation (II.5) dans l'expression de P_{ij} donnée par l'équation (II.1), P_{ij} peut s'écrire comme suit :

$$P_{ij} = \frac{1}{V_i} \int_{D_i} d\vec{\beta} \int_{D_j} \frac{1}{2\pi R_p} Ki_1 (\tau_p) d\vec{\rho}' \quad (\text{II.7})$$

V_i est le volume de la région \tilde{D}_i par unité de hauteur. Quant aux autres grandeurs, elles sont conformes à celles de la figure (II.1).

II.1.1. Passage aux coordonnées polaires

Dans un premier temps, nous allons développer analytiquement l'expression de P_{ij} définie par l'équation (II.7), en fonction des coordonnées naturelles associées à la trajectoire $t(\vec{\rho}', \vec{\beta})$.

Nous adoptons les coordonnées polaires pour les variables projetées sur P (fig.(II.2) et écrivons alors :

$$\vec{\rho} = (\rho, \varphi) \quad \text{et} \quad \vec{\rho}' = (\rho', \varphi')$$

Nous pouvons réécrire l'expression (II.7) de P_{ij} dans le système $(\rho, \varphi; \rho', \varphi')$ comme suit :

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi V_i} \int_{D_i} \rho \, d\rho \, d\varphi \int_{D_j} \rho' \, d\rho' \, d\varphi' \frac{1}{R_p} K_{i_1}(\tau_p) \quad (\text{II.7.b})$$

Pour simplifier les notations, les régions \tilde{D}_i et \tilde{D}_j seront souvent désignées par les régions i et j .

II.1.2. Passage aux coordonnées liées à la trajectoire:

La trajectoire plane de \vec{r} vers \vec{r} étant définie par les deux variables spatiale et angulaire R et Φ (fig.(II.2)), il s'agit d'évaluer l'expression (II.7.b) en fonction des nouvelles variables d'intégration liées à la trajectoire et qui sont : (R, Φ, t, t') .

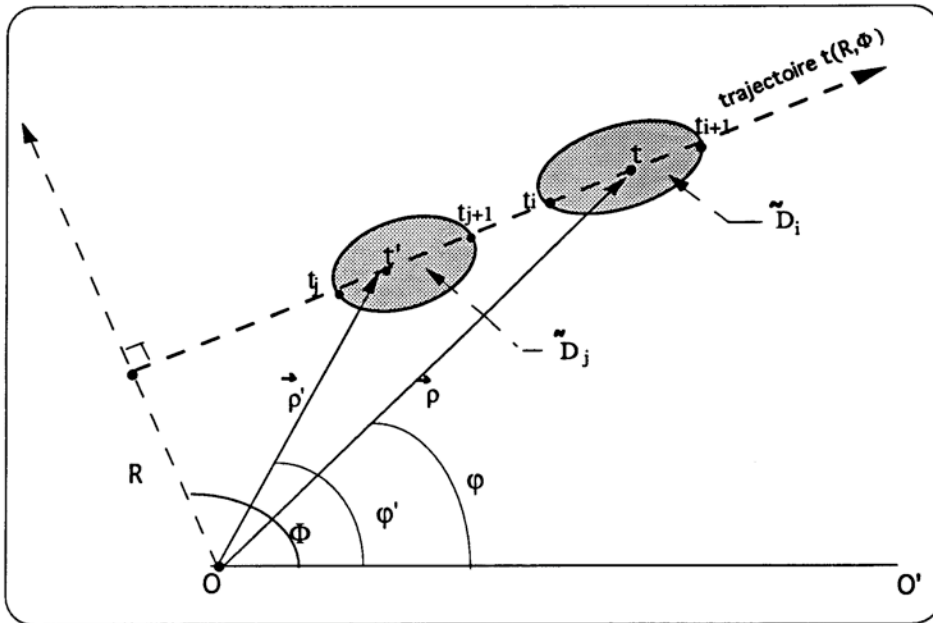


Figure (II.2) : Coordonnées $(R, \Phi; t, t')$ liées à la trajectoire plane définie par R et Φ .

t et t' désignent les parcours géométriques respectifs dans \tilde{D}_i et \tilde{D}_j , on a donc $|t - t'| = R_p$.
D'après la figure (II.2), il est facile d'établir les relations géométriques entre les deux systèmes

de coordonnées : polaires et liées à la trajectoire. Nous avons en effet :

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{t^2 + R^2} & \rho' &= \sqrt{t'^2 + R^2} \\ \text{et} & & & \\ \varphi &= \Phi - \text{Arctg} \frac{t}{R} & \varphi' &= \Phi - \text{Arctg} \frac{t'}{R} \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

Le passage des coordonnées $(\rho, \rho', \varphi, \varphi')$ \longrightarrow (R, Φ, t, t') , se fait à l'aide du jacobien :

$$\frac{d(\rho, \rho', \varphi, \varphi')}{d(R, \Phi, t, t')} = \left| \frac{t-t'}{\rho\rho'} \right| = \frac{R_p}{\rho\rho'} \quad (\text{II.9})$$

Moyennant ce changement de variables, la probabilité P_{ij} devient :

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi V_i} \int_{-\infty}^{\infty} dR \int_0^{\pi} d\Phi \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt' \text{Ki}_1(\tau_p) \quad (\text{II.10})$$

τ_p désigne, le parcours optique entre \bar{p} et \bar{p}' et est donc égal, d'après la figure (II.2) à :

$$\begin{aligned} \tau_p(t', t) &= \underbrace{\Sigma_j (t_{j+1} - t')} + \underbrace{\sum_{k=j+1}^{i-1} \Sigma_k (t_{k+1} - t_k)} + \underbrace{(t - t_i) \Sigma_i} \\ \tau_p &= \tau(t', t_{j+1}) + \tau_0 + \tau(t_i, t) \end{aligned} \quad (\text{II.11})$$

Σ_i (resp. Σ_j) représente la section efficace macroscopique totale dans \bar{D}_i (resp. \bar{D}_j).

τ_0 est une constante indépendante des sous - domaines \bar{D}_i et \bar{D}_j ; il représente le parcours optique total entre les régions \bar{D}_i et \bar{D}_j .

Il est possible de simplifier la notation de P_{ij} dans l'équation (II.10) en introduisant la fonction $P_{ij}(R, \Phi)$ qui représente la valeur de la double intégrale en t et t' :

$$P_{ij}(R, \Phi) = \int_{t_i}^{t_{i+1}} dt \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt' \text{Ki}_1(\tau_p) \quad (\text{II.12})$$

N.B : Bien que la notation soit identique, P_{ij} est la probabilité de collision et $P_{ij}(R, \Phi)$ est son intégrand (éq.(II.12)) ; on parle de contribution de P_{ij} .

En substituant cette fonction dans l'équation (II.10), on peut exprimer la probabilité de collision P_{ij} en fonction de deux intégrales seulement en R et Φ , ce qui donne :

$$P_{ij} = \frac{1}{2\pi V_i} \int_{-\infty}^{\infty} dR \int_0^{\pi} d\Phi P_{ij}(R, \Phi) \quad (\text{II.13})$$

II.1.3. Évaluation de l'intégrand $P_{ij}(R, \Phi)$ de la probabilité de collision :

Avant d'intégrer l'équation (II.12) le long des parcours t et t' dans les domaines à 2 dimensions \tilde{D}_i et \tilde{D}_j , pour une trajectoire définie par la direction Φ , et une coordonnée spatiale R , nous allons commencer par évaluer la distance optique à $\tau_p(t', t)$ pour différentes valeurs des sections efficaces, Σ_i et Σ_j correspondant aux régions i et j .

Reprenons l'équation (II.11) et distinguons les cas où il s'agit de deux régions i et j différentes par opposition au cas où elles sont identiques.

$$\tau_p(t', t) = \begin{cases} \Sigma_i t - \Sigma_j t' + \tau_1 \\ -\Sigma_i t + \tau_1 \\ -\Sigma_j t' + \tau_1 \\ \tau_0 \end{cases} \quad \text{si } i \neq j \quad \text{et} \quad \begin{cases} \Sigma_i \neq 0 \text{ et } \Sigma_j \neq 0 \\ \Sigma_i \neq 0 \text{ et } \Sigma_j = 0 \\ \Sigma_i = 0 \text{ et } \Sigma_j \neq 0 \\ \Sigma_i = 0 \text{ et } \Sigma_j = 0 \end{cases} \quad (\text{II.14})$$

$$\text{où } \tau_1 = \tau_0 + \Sigma_j t_{j+1} - \Sigma_i t_i. \quad (\text{II.15})$$

Dans le cas où les deux régions sont identiques, $\tau_p(t', t)$ se réduit à :

$$\tau_p(t', t) = \begin{cases} +\Sigma_i (t - t') \\ \tau_0 \end{cases} \quad \text{si } i=j \quad \text{et} \quad \begin{cases} \Sigma_i \neq 0 \\ \Sigma_i = 0 \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

Posons $L_i = t_{i+1} - t_i$; c'est la longueur géométrique parcourue en traversant la région i . Adoptons la même notation pour la région j et écrivons : $L_j = t_{j+1} - t_j$.

Les équations de (II.14) à (II.16) nous permettent d'intégrer l'expression de P_{ij} moyennant la relation de récurrence vérifiée d'abord par K_{i1} , ensuite par K_{i2} ; on aboutit aux différentes valeurs de l'intégrand $P_{ij}(R, \Phi)$, suivant que l'on considère des régions distinctes ou identiques, et aussi, suivant l'existence ou pas de région vide.

Considérons le cas le plus fréquemment traité dans un assemblage et qui correspond à supposer deux régions différentes avec des sections efficaces non négligeables (régions 'pleines') : $i \neq j$, $\Sigma_i \neq 0$ et $\Sigma_j \neq 0$. Dans ce cas, en utilisant la propriété des fonctions de Bickley :

$$Ki_1(\tau_p) = -\frac{\partial}{\partial \tau_p} Ki_2(\tau_p),$$

et moyennant les relations différentielles suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial \tau_p} = \frac{1}{\Sigma_j} \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{dans la région } j \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial \tau_p} = \frac{1}{\Sigma_i} \frac{\partial}{\partial t} \quad \text{dans la région } i. \quad (\text{II.17})$$

Il en découle, après avoir intégré le long de $[t_j, t_{j+1}]$ une forme simplifiée de l'expression (II.12) donnée par :

$$P_{ij}(R, \Phi) = \frac{1}{\Sigma_j} \int_{t_j}^{t_{j+1}} dt [Ki_2(\Sigma_i t - \Sigma_j t_{j+1} + \tau_1) - Ki_2(\Sigma_i t - \Sigma_j t_j + \tau_1)].$$

Dans ce cas (si $i \neq j$ et $\Sigma_i \neq 0$ et $\Sigma_j \neq 0$), en remplaçant τ_p par sa valeur (II.14), l'intégration sur t conduit alors à l'expression finale de $P_{ij}(R, \Phi)$:

$$P_{ij}(R, \Phi) = \frac{1}{\Sigma_i \Sigma_j} [Ki_3(\tau_i + \tau_0 + \tau_j) - Ki_3(\tau_i + \tau_0) - Ki_3(\tau_j + \tau_0) + Ki_3(\tau_0)] \quad (\text{II.18})$$

Dans cette expression, τ_i et τ_j sont les dimensions optiques relatives aux régions i et j . Nous avons donc : $\tau_i = \Sigma_i L_i$ et $\tau_j = \Sigma_j L_j$.

τ_0 est la distance optique totale parcourue entre les régions j et i (équation (II.11)).

En substituant l'équation (II.14) dans l'équation (II.12), il en résulte l'expression de la fonction $P_{ij}(R, \Phi)$ selon le cas considéré. Nous obtenons alors :

Si $i \neq j$,

$$P_{ij}(R, \Phi) = \begin{cases} \frac{L_j}{\Sigma_i} [Ki_2(\tau_0) - Ki_2(\tau_i + \tau_0)] & \text{si } \Sigma_i \neq 0 \text{ et } \Sigma_j = 0 \\ \frac{L_j}{\Sigma_j} [Ki_2(\tau_0) - Ki_2(\tau_j + \tau_0)] & \text{si } \Sigma_i = 0 \text{ et } \Sigma_j \neq 0 \\ L_i^2 Ki_1(0) & \text{si } \Sigma_i = 0 \text{ et } \Sigma_j = 0 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

Si $i = j$, il suffit de substituer l'expression du parcours optique (équation (II.16) dans l'intégrale (II.12) et moyennant les relations (II.17), nous aboutissons à :

$$P_{ij}(R, \Phi) = \begin{cases} L_i^2 Ki_3(0) & \text{si } \Sigma_i=0 \\ \frac{2}{\Sigma_i^2} [\tau_i + Ki_3(\tau_i) - Ki_3(0)] & \text{si } \Sigma_i \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Rappelons qu'en vertu de l'expression (II.4), $Ki_1(0) = \frac{\pi}{2}$ et $Ki_3(0) = \frac{\pi}{4}$.

La probabilité de collision P_{ij} se ramène alors à la double intégrale sur les coordonnées spatiale et angulaire (II.13) pour l'ensemble des trajectoires traversant les régions i et j . Le calcul final sera effectué par un procédé d'intégration numérique que nous traiterons dans la section (II.3).

II.2. Calcul de la probabilité de fuite P_{si} :

Seule la probabilité de fuite $P_{\alpha i}^p$, donnée par l'équation (I.23) pour $k=0$ (approximation du flux plat) sera calculée. L'interaction surface-volume $P_{is_\alpha}^{kp}$ en sera déduite, moyennant la relation de réciprocité exprimée par l'équation (I.26).

Pour effectuer le calcul de cette probabilité, à partir de l'équation (I.23), nous supposons que les fonctions de représentation angulaire peuvent s'écrire sous la forme factorisée en harmoniques sphériques :

$$\psi_{\pm\alpha}^p(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\pi S_\alpha} \theta_{\pm\alpha}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) f_\alpha^p(r_s) (\sin\theta)^p \chi_\pm^p(\varphi), \quad (\text{II.21})$$

en désignant par $\theta_{\pm\alpha}(\vec{r}_s, \vec{\Omega})$ la fonction caractéristique définie sur l'intersection de la demi-sphère de normale sortante \vec{n}_+ et entrante \vec{n}_- , avec la surface partielle ∂D_α de longueur S_α . p est un entier caractérisant la fonction de représentation angulaire sur ∂D_α et dépend de l'approximation adoptée (voir annexe 1).

θ et φ sont les composantes angulaires sphériques du vecteur $\vec{\Omega}$ définies par rapport au repère direct $(\vec{n}_+, \vec{k} \wedge \vec{n}_+, \vec{k})$ représenté par la figure (II.3). Nous avons donc : $\theta = (\vec{\Omega}, \vec{k})$ et $\varphi = (\vec{\Omega}_p, \vec{n}_+)$

où $\vec{\Omega}_p$ est la projection de $\vec{\Omega}$ sur le plan horizontal P engendré par $(\vec{n}_+, \vec{k} \wedge \vec{n}_+)$.

En remplaçant la fonction de représentation angulaire, relative à ∂D_α , par l'expression générale (II.21), il s'agit donc de calculer l'intégrale double :

$$P_{\alpha i}^p = \pi S_\alpha \int_{\partial D_\alpha} ds \int_{D_i} dz \theta_{\pm\alpha}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) f_\alpha^p(r_s) (\sin\theta)^p \chi_\pm^p(\varphi) (\vec{\Omega}, \vec{n}_+) K(\vec{r}, \vec{r}_s) d\vec{r}, \quad (\text{II.22})$$

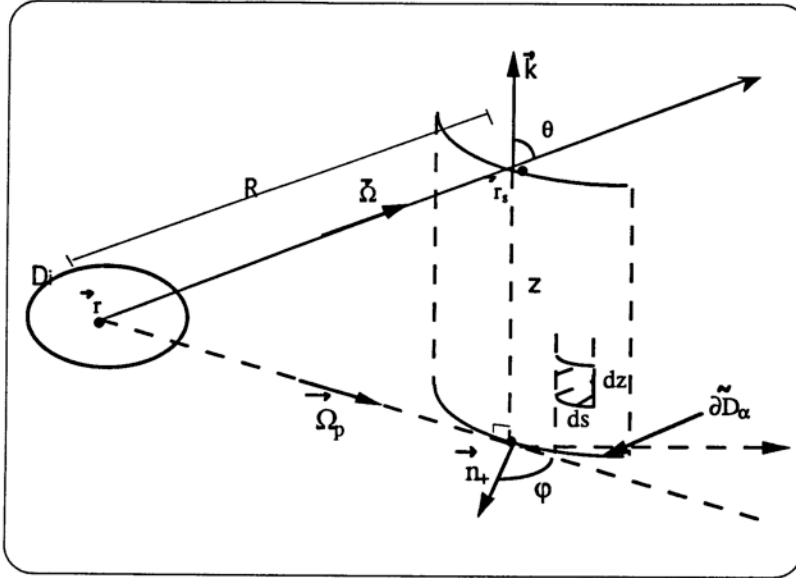


Figure (II.3) : Domaine d'intégration pour le calcul de la probabilité de fuite.

où $ds dz$ représente, conformément à la figure (II.3), la valeur de la surface élémentaire relative à ∂D_α . Rappelons que dans la géométrie $x-y$, les surfaces sont unidimensionnelles. La fonction spatiale est réduite à $f_\alpha^0(s)$ (annexe.1) où s est la coordonnée adoptée.

II.2.1. Calcul du noyau de collision à 2 dimensions

Par analogie au noyau de collision à 2D, exprimé pour le calcul des P_{ij} , on définit son homologue pour la probabilité de fuite, comme étant :

$$K_p(\vec{\beta} \rightarrow \vec{\rho}_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\sin\theta)^p (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_+) \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2} dz. \quad (\text{II.23})$$

Remarquons que les projections de $\vec{\Omega}$ vérifient : $(\vec{\Omega} \cdot \vec{k}) = \cos\theta$ et $(\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_+) = \sin\theta \cos\phi$ et que celle du parcours optique vérifie : $\tau = \frac{\tau_p}{\sin\theta}$.

D'autre part, du changement de variables $\theta \rightarrow \frac{\pi}{2} - \theta$ appliqué à la fonction de Bickley définie par l'équation (II.4), il résulte une définition équivalente de $Ki_n(\tau)$ donnée par :

$$Ki_n(\tau) = \int_0^{\pi/2} e^{-\tau/\sin\theta} (\sin\theta)^{n-1} d\theta. \quad (\text{II.24})$$

Du changement de variables $z = R_p \cotg\theta$ dans l'expression du noyau $K_p(\vec{\rho} \rightarrow \vec{\rho}_s)$ et moyennant la définition (II.24), nous déduisons sans difficulté l'expression finale du noyau de collision, à 2D, de D_i vers ∂D_α :

$$K_p(\vec{\rho} \rightarrow \vec{\rho}_s) = \frac{\cos \varphi}{2 \pi R_p} K_{i_{p+2}}(\tau_p) . \quad (\text{II.25})$$

En substituant cette équation dans l'expression (II.22), la probabilité de fuite s'écrit :

$$P_{\alpha i}^p = \int_{\partial D_\alpha} f_\alpha^p(s) ds dz \int_{D_i} \chi_\pm^p(\varphi) \frac{\cos \varphi}{2 \pi R_p} K_{i_{p+2}}(\tau_p) d\vec{\rho} . \quad (\text{II.26})$$

Dans cette expression, qui détermine la probabilité de fuite $P_{\alpha i}^p$, le domaine d'intégration ∂D_α désigne, bien entendu, la projection de la surface réelle ∂D_α (fig.(II.6)) sur le plan P. Cette surface à 2D, n'est autre que l'arc paramétré défini par : $y = f(x)$. On peut donc calculer sa longueur entre les points A et B qui délimitent cet arc (Fig.II.4), à l'aide de l'intégrale suivante :

$$S(A,B) = \int_A^B \sqrt{y'^2 + 1} dx.$$

II.2.2. Passage aux coordonnées naturelles

Comme pour le calcul des P_{ij} , nous allons évaluer la probabilité de fuite $P_{\alpha i}^p$ à 2D, dans un repère lié aux trajectoires (système des coordonnées naturelles) : il s'agit donc de réécrire l'expression (II.22), en intégrant sur les coordonnées de la trajectoire plane, via le changement de variables $(\vec{\rho} ; \vec{\rho}_s) \rightarrow (R, \Phi, t)$. Ce dernier est défini par les relations suivantes :

$$\rho = \sqrt{t^2 + R^2} \quad \Phi = \Phi - \text{Arctg} \frac{t}{R} \quad \text{et} \quad s = s(R, \Phi), \text{ calculée par l'intégrale ci - dessus.}$$

Le passage des coordonnées ρ, Φ, s à R, Φ, t , se fait à l'aide du jacobien [7]:

$$\frac{\partial(\vec{\rho}, \Phi, s)}{\partial(R, \Phi, t)} = - \frac{R_p}{\rho \cos \varphi}$$

Moyennant ce changement de coordonnées, l'expression de $P_{\alpha i}$ devient :

$$P_{\alpha i}^p = \frac{1}{2\pi} \int dR \int d\Phi \int dt f_\alpha^p(s) \chi_\pm^p(\varphi) K_{i_{p+2}}(\tau_p) \quad (\text{II.27})$$

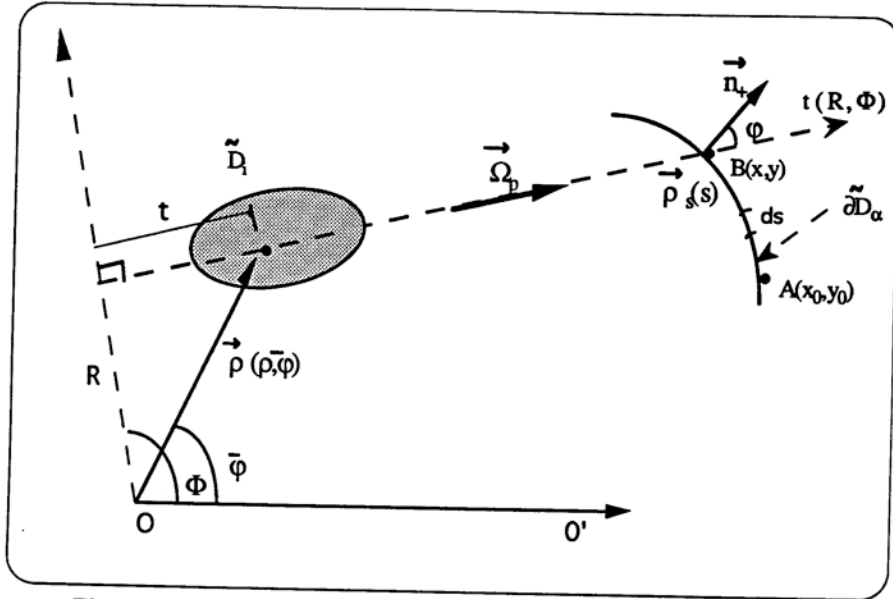


Figure (II.4) : Calcul de $P_{\alpha i}^p$ dans le système des coordonnées naturelles R, Φ, t .

Le calcul final est simplifié en adoptant un choix adéquat de la fonction de représentation angulaire, sur ∂D_α . Dans nos calculs nous adoptons les deux approximations fréquemment utilisées dans le code *APOLLO2* et qui sont : UP0 (uniforme en espace et P0 en angle) ou UP1 (uniforme en espace et P1 en angle). Les explications détaillées concernant ces approximations pour le flux aux surfaces sont exposées dans l'annexe 1.

II.3. Probabilité de transmission $P_{\alpha\beta}$:

C'est la probabilité pour un neutron né sur la surface ∂D_β d'atteindre la surface ∂D_α sans subir de collision. Elle est évaluée avec un procédé analogue à celui des autres probabilités. Reprenons le domaine D et considérons sur sa frontière une surface ∂D_α dont la normale rentrante au point d'émission est \vec{n}_- et une surface ∂D_β dont la normale sortante au point de transmission est \vec{n}_+ .

Nous commençons donc par le choix des fonctions de représentation angulaires, en adoptant une factorisation identique à celle de l'équation (II.21).

Si l'on désigne par $\{\psi_{\pm, \alpha}^p(r_s, \vec{\Omega})\}$ la base de représentation relative à ∂D_α et par $\{\psi_{\pm, \beta}^v(r_s, \vec{\Omega})\}$ celle associée à ∂D_β , le flux angulaire sortant ou rentrant par une surface partielle est représenté selon l'équation (II.21) par :

$$\begin{cases} \Psi_{\pm\alpha}^{\rho}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\pi S_{\alpha}} \theta_{\pm\alpha}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) f_{\alpha}^{\rho}(r_s) (\sin\theta)^{\rho} \chi_{\pm}^{\rho}(\varphi) & \text{sur } \partial D_{\alpha} \\ \Psi_{\pm\beta}^{\nu}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\pi S_{\beta}} \theta_{\pm\beta}(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) f_{\beta}^{\nu}(r_s) (\sin\theta)^{\nu} \chi_{\pm}^{\nu}(\varphi') & \text{sur } \partial D_{\beta} \end{cases} \quad (\text{II.28})$$

S_{α} et S_{β} sont les longueurs respectives des surfaces ∂D_{α} et ∂D_{β} et les indices ρ et ν sont associés au développement du flux en harmoniques sphériques sur les frontières ∂D_{α} et ∂D_{β} .

Quant aux autres notations adoptées, elles sont celles de la figure (II.5), sachant que toutes les variables primées sont relatives à la surface émettrice ∂D_{β} .

(θ, φ) et (θ', φ') définissent les coordonnées sphériques respectives de $\vec{\Omega}$ par rapport aux repères $(\vec{n}_+, \vec{k} \wedge \vec{n}_+, \vec{k})$ et $(\vec{n}_-, \vec{k} \wedge \vec{n}_-, \vec{k})$ associés aux deux surfaces. Ceci est représenté par la figure (II.5).

En utilisant la factorisation (II.28) dans l'expression générale de la probabilité de transmission (équation (I.24)), le noyau à deux dimensions correspondant devient :

$$K_p(\vec{\rho}'_s \rightarrow \vec{\rho}_s) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\sin\theta)^{\rho+\nu} (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_+) (\vec{\Omega} \cdot \vec{n}_-) \frac{e^{-\tau}}{R^2} dz' .$$

Ou encore, en développant cette intégrale en fonction des variables projetées sur le plan horizontal P engendré par $(\vec{n}_+, \vec{k} \wedge \vec{n}_+)$, et en utilisant la définition de la fonction de Bickley d'ordre $\rho+\nu+3$ le noyau de transmission de $\vec{\rho}'_s \rightarrow \vec{\rho}_s$ peut s'écrire :

$$K_p(\vec{\rho}'_s \rightarrow \vec{\rho}_s) = 2 \frac{\cos\varphi \cos\varphi'}{R_p} K_{i_{\rho+\nu+3}}(\tau_p) \quad (\text{II.29})$$

Moyennant ceci, et en remplaçant, dans l'expression générale de P_{SS} , les deux fonctions de représentations angulaires par leurs valeurs, on obtient :

$$P_{\alpha\beta}^{\rho\nu} = \frac{4}{S_{\beta}} \int_{\partial D_{\alpha}} f_{\alpha}^{\rho}(s) ds \int_{\partial D_{\beta}} f_{\beta}^{\nu}(s') \chi^{\rho}(\varphi) \chi^{\nu}(\varphi') \cos\varphi \cos\varphi' \frac{K_{i_{\rho+\nu+3}}(\tau_p)}{2\pi R_p} ds'$$

Passage aux coordonnées naturelles :

Il s'agit d'exprimer l'intégrale ci-dessus dans le système des coordonnées liées à la trajectoire, c'est à dire R et Φ . Dans ce cas, le jacobien associé au changement de variables $(s, s') \rightarrow (R, \Phi)$ est [7] :

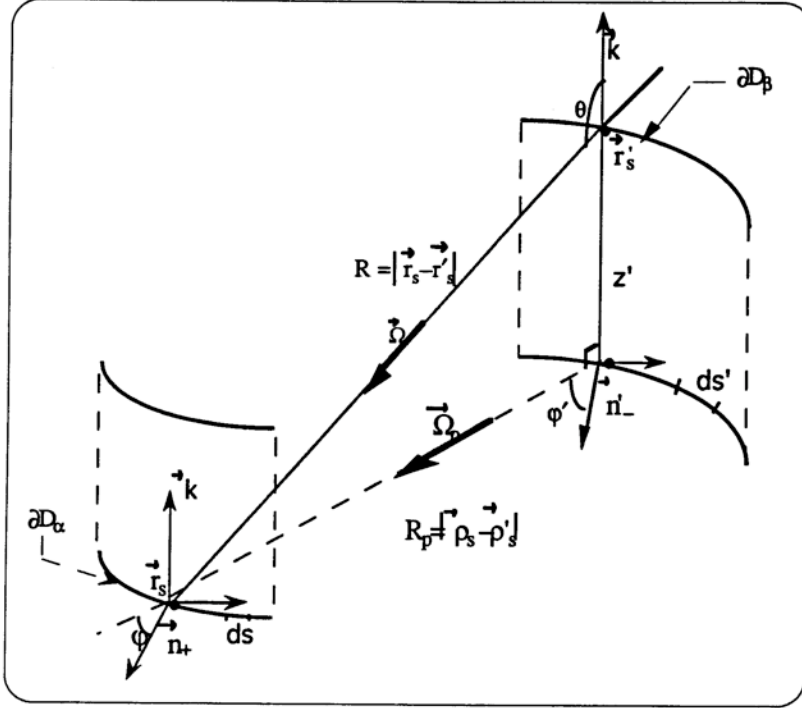


Figure (II.5) : Domaine d'intégration pour le calcul des probabilités de transmission $P_{\alpha\beta}$ dans le système des coordonnées sphériques de \vec{O} , par rapport aux surfaces ∂D_β et ∂D_α .

$$\left| \frac{\partial(s; s')}{\partial(R; \Phi)} \right| = \frac{R_p}{\cos\varphi \cos\varphi'}$$

D'où l'expression finale de la probabilité de transmission à deux dimensions :

$$P_{\alpha\beta}^{\rho\rho'} = \frac{4}{\pi S_\beta} \int dR \int f_{\alpha}^{\rho}(s) f_{\beta}^{\rho'}(s') \chi^{\rho}(\varphi) \chi^{\rho'}(\varphi') K_{i_{p+v+3}}(\tau_p) d\Phi \quad (\text{II.30})$$

La valeur des fonctions f et χ dépend de l'approximation adaptée pour la représentation du flux sur les surfaces δD_α et δD_β (voir annexe 1).

II.4. Expression commune aux trois types de probabilités

Avant de procéder au calcul numérique, il est intéressant, pour simplifier, d'exprimer les probabilités de collision, de fuite et de transmission sous une forme générale commune [14].

Pour ce faire, supposons que le domaine D est composé de N régions et de M surfaces partielles. Nous désignons alors par P_{ij} la probabilité d'interaction générale dans le domaine D défini par des conditions aux limites données. P_{ij} peut ainsi désigner la probabilité de collision, de fuite ou de transmission.

Le type de ces probabilités sera déterminé par l'intervalle de définition des indices i et j. En effet, i représentera une région si $1 < i \leq N$, et une surface si $N < i \leq N+M$. Il en est de même pour j.

Les expressions déterminant les coefficients P_{ij} , se réduisent alors à l'expression générale suivante:

$$P_{ij} = c_i \int_0^\pi d\Phi \int_{-\infty}^{+\infty} P_{ij}(R, \Phi) dR \quad (\text{II.31})$$

Cette équation n'est rien d'autre qu'une généralisation de l'équation (II.13), établie pour les valeurs particulières de i et j comprises entre 1 et N.

La valeur de la constante c_i , selon que i désigne une région ou une surface est donné par :

$$c_i = \begin{cases} \frac{1}{2\pi\Sigma_i V_i} & \text{si } i \in [1, N] \\ \frac{2}{\pi A_i} & \text{si } i \in [N+1, N+M] \end{cases}, \quad (\text{II.32})$$

où les notations adoptées sont celles correspondantes au cas particulier de collision exprimé par l'équation (II.13). V_i et A_i désignent respectivement le volume ou la surface de la zone (région ou surface) i.

II.4.1. Définition générale de la contribution $P_{ij}(R, \Phi)$:

Si l'on désigne par la probabilité générale P_{ij} , la probabilité de collision, de fuite, surface-volume ou de transmission, son type est déterminé par le domaine de définition des indices i et j, et la valeur de son intégrale (II.31) résulte de celle de $P_{ij}(R, \Phi)$. Celle-ci représentera alors l'intégrand de la probabilité:

- de collision P_{ij} , si i et j appartiennent à $[1, N]$.
- de collision P_{ii} , si i appartient à $[1, N]$ et $i=j$.
- de fuite P_{si} , si i appartient à $[1, N]$ et $j \in [N+1, N+M]$.

- d'interaction surface-volume P_{iS} si $i \in [N+1, N+M]$ et j appartient à $[1, N]$.
- de transmission P_{ss} , si $i \in [N+1, N+M]$ et $j \in [N+1, N+M]$

Tableau récapitulatif

Dans un domaine ne contenant aucune région vide, les sections efficaces macroscopiques totales ont chacune une valeur Σ_t supérieure à la valeur minimale Σ_{vid}^1 . Les expressions analytiques de $P_{ij}(R, \Phi)$ sont reportées dans le tableau (II.2), et ce, à l'aide de la fonction de Bickley-Naylor d'ordre 3, et où : $\tau_0 = \sum_{k=1}^{N+M} \Sigma_k L_k$. Le lecteur intéressé pourra consulter la référence [14] pour le calcul détaillé des termes de surface.

Notons que l'expression de τ_0 n'est qu'une extension de l'équation (II.11) à toutes les zones (régions ou surfaces) du domaine et que la sommation sur k porte, bien entendu, sur toutes les régions interceptées entre les zones i et j .

L_k et Σ_k sont respectivement le parcours géométrique et la section efficace macroscopique relatifs à la région k .

		$P_{ij}(R, \Phi)$
$i \in [1, N]$	$j \in [1, N]$	$K_{i3}(\tau_0) + K_{i3}(\tau_0 + \Sigma_i L_i + \Sigma_j L_j)$ - $K_{i3}(\tau_0 + \Sigma_i L_i) - K_{i3}(\tau_0 + \Sigma_j L_j)$
	$j \in [N+1, N+M]$	$K_{i3}(\tau_0) - K_{i3}(\tau_0 + \Sigma_i L_i)$
	$i=j$	$\Sigma_i L_i - K_{i3}(0) + K_{i3}(\Sigma_i L_i)$
$i \in [N+1, N+M]$	$j \in [1, N]$	$K_{i3}(\tau_0) - K_{i3}(\tau_0 + \Sigma_i L_i)$
	$j \in [N, N+M]$	$K_{i3}(\tau_0)$

Tab. (II.2) : Valeurs des probabilités de collision générales sans région "vide".

L'expression générale, pour toute probabilité de première collision, dans un domaine

¹ Dans APOLLO2, Σ_{vid} est supposée égale à 10^{-8} cm^{-1} .

géométrique, composé de N régions et de M surfaces, est alors donnée par l'expression (II.33).

$$\mathcal{P}_{ij} = c_i \int_0^\pi d\Phi \int_{-\infty}^{+\infty} dR \left[\mathcal{P}_{ij}(R, \Phi) + \mathcal{P}_{ji}(R, \Phi) \right] \quad \text{si } i \neq j. \quad (\text{II.33})$$

Dans le cas où le neutron subit sa collision dans une région $i=j$, pour éviter de compter deux fois la contribution $\mathcal{P}_{ij}(R, \Phi)$, l'équation (II.33) devient :

$$\mathcal{P}_{ii} = c_i \int_0^\pi d\Phi \int_{-\infty}^{+\infty} dR \mathcal{P}_{ii}(R, \Phi).$$

II.4.2. Généralisation des relations de réciprocité et de conservation :

Il est également possible, d'exprimer les trois relations de réciprocité (équations (I.25) à (I.27)) sous forme d'une équation, et ce, en fonction de la probabilité générale \mathcal{P}_{ij} . En utilisant la définition de la constante c_i donnée par les équations (II.32), qui dépendent des valeurs de i et de j , la relation générale de réciprocité s'écrit :

$$c_j \mathcal{P}_{ij} = c_i \mathcal{P}_{ji}. \quad (\text{II.34})$$

Elle représente toutes les relations de réciprocité possibles, pour tout couple (i,j) parcourant l'intervalle $[1, N+M]$.

D'une manière analogue, on peut réduire les deux relations de conservation (I.32) et (I.33) à l'expression générale suivante :

$$\sum_{j=1}^{N+M} \mathcal{P}_{ij} = 1 \quad (\text{II.35})$$

Cette mise en forme commune aux différents types de probabilités envisagés constitue un outil principal pour simplifier le calcul numérique de ces différentes matrices. Celui-ci fait l'objet de la section suivante.

Dans la suite, pour ne pas alourdir les notations nous allons adopter pour la probabilité générale \mathcal{P}_{ij} la même appellation et notation que la probabilité de première collision réduite P_{ij} .

II.5. Algorithme numérique du calcul des probabilités de collision :

La probabilité de collision, de fuite ou de transmission s'exprime sous-forme d'intégrales de noyau de collision $K(\vec{r}, \vec{r})$ entre les points d'émission \vec{r} et de collision \vec{r} appartenant respectivement aux zones (région et / ou surface) D_j et D_i . D'autre part, à toute paire de points (\vec{r}, \vec{r}) , on peut associer la trajectoire rectiligne $t(\vec{r}, \vec{r})$ reliant \vec{r} à \vec{r} . On peut donc représenter numériquement la probabilité générale de collision P_{ij} , de D_j vers D_i par l'intégrale de la somme de tous les noyaux de collision $K(\vec{r}, \vec{r})$, pour l'ensemble des trajectoires qui assurent la liaison entre les deux zones D_j et D_i . Ces trajectoires ne sont rien d'autre que l'ensemble des lignes d'intégration qui vont générer les éléments de la matrice PC.

Par conséquent, les logiciels qui résolvent l'équation intégrale de transport par la méthode de la matrice des probabilités de collision, utilisent essentiellement une routine spécialisée dans le tracé des trajectoires de neutrons. La mise en oeuvre d'une telle technique, dite "maillage d'intégration numérique", constitue la partie la plus délicate dans le processus du calcul de la matrice PC.

II.5.1. Principe de base :

Considérons un domaine géométrique D subdivisé en N régions et dont la frontière ∂D est décomposée en M surfaces partielles.

L'algorithme numérique utilisé pour évaluer la probabilité générale dans une géométrie x - y à 2 dimensions consiste à approcher l'intégrale double en R (variable spatiale) et en Φ (variable angulaire), par une somme quadratique sur les variables discrètes R_n et Φ_m . Cela revient à remplacer un nombre infini de trajectoires par un ensemble fini de N_t trajectoires.

L'équation intégrale exacte qui exprime la probabilité générale P_{ij} (équation (II.33)) est alors remplacée par l'approximation numérique suivante :

$$P_{ij} = c_i \sum_{m=1}^{N_\Phi} \Delta\Phi_m \sum_{n=1}^{N_{R_n}} \Delta R_n [P_{ij}(R_n, \Phi_m) + P_{ji}(R_n, \Phi_m)] \quad \text{si } i \neq j. \quad (\text{II.36})$$

Dans le cas où le neutron subit sa collision dans une région $i=j$, pour éviter de compter deux fois la contribution $P_{ij}(R_n, \Phi_m)$, l'équation (II.36) devient :

$$P_{ii} = c_i \sum_{m=1}^{N_\Phi} \Delta\Phi_m \sum_{n=1}^{N_{R_n}} \Delta R_n P_{ii}(R_n, \Phi_m) \quad \text{si } i = j.$$

Dans ces expressions, on désigne par :

c_i : la constante dépendant de la valeur de i , donnée par les équations (II.32).

N_Φ : nombre de valeurs discrètes, prises par l'angle Φ , entre 0 et π ; c'est le nombre d'orientations subies par les trajectoires dans la géométrie de calcul D.

N_{R_m} : nombre de valeurs discrètes de la variable spatiale R pour chaque orientation Φ_m de la trajectoire.

$\Delta\Phi_m$: intervalle entre 2 valeurs discrètes de Φ .

ΔR_n : intervalle entre 2 valeurs discrètes de R.

i, j : indices parcourant l'intervalle $[1, N+M]$.

$P_{ij}(R_n, \Phi_m)$: intégrand de la probabilité générale P_{ij} (voir équation (II.31)).

La sommation sur n décrit donc l'ensemble des lignes parallèles et équidistantes tracées dans D, et la sommation sur m la rotation de ces lignes par rapport à une direction de référence. En géométrie générale $x-y$, nous avons adopté comme direction de référence celle de l'axe Oy .

Pour des raisons pratiques, une formule de quadrature $(\Delta R, \Delta\Phi)$ globale sera adaptée pour l'ensemble des trajectoires. En procédant ainsi, le fait d'associer à toutes les lignes d'intégration le même poids assure assez bien la conservation de la population neutronique.

II.5.2. Justification de la formule de quadrature des rectangles

Quand on fait varier les paramètres R ou Φ , les lignes d'intégration (pseudo-trajectoires de neutrons) rentrent ou sortent des différents régions ou surfaces et les fonctions qui en dépendent sont donc discontinues. Comme nous avons employé une formule de quadrature globale pour le calcul des P_{ij} , ceci revient à intégrer des fonctions discontinues. Il semble que la formule de quadrature qui assure des résultats satisfaisants (notamment celle qui respecte une convergence uniforme), avec un nombre raisonnable de lignes, est celle des rectangles : celle-ci est donc définie par un pas constant en angle $\Delta\Phi$ et un pas constant en espace ΔR .

De plus, l'interaction entre deux zones n'est décrite que par les lignes qui les interceptent toutes les deux. Il est donc indispensable que la formule soit suffisamment précise de façon que l'ensemble des N_t trajectoires tracées permettent la liaison entre toutes les régions du domaine. Cette condition n'est pas remplie pour certains domaines et le problème se pose notamment

quand le maillage géométrique de calcul contient des régions dont les dimensions ne sont pas comparables.

Notons au passage, que l'approximation numérique (II.36) découle de l'expression exacte de P_{ij} sous forme intégrale, en remplaçant un nombre infini de trajectoires par un nombre fini. Ceci implique que l'expression intégrale de P_{ij} équivaudrait exactement l'expression numérique (II.36), si les paramètres ΔR et $\Delta\Phi$ étaient infiniment petits. Dans la mesure où cette dernière condition n'est pas réellement satisfaite, l'intégration numérique des P_{ij} , n'est qu'une solution approchée du problème.

Il est évident que la précision de ce calcul dépend fortement des valeurs choisies pour les paramètres d'intégration numérique ΔR , $\Delta\Phi$. Pour améliorer la précision il est nécessaire d'augmenter le nombre de trajectoires ; ceci est réalisé soit, en diminuant le pas radial ΔR , soit en augmentant le nombre N_Φ d'orientations de l'ensemble des trajectoires parallèles.

Pour nos calculs, nous avons considéré un nombre d'angles compris entre 0 et $\pi/2$, ce qui correspond à un pas angulaire : $\Delta\Phi = \pi/2N_\Phi$. Le choix de N_Φ devrait être directement lié à la taille optique des régions de la géométrie.

II.5.3. Procédé de calcul des matrices PC

D'une façon générale (quelle que soit la géométrie du système en question), le calcul des P_{ij} , se déroule en trois parties, à savoir, la définition de la géométrie du domaine, le procédé du maillage d'intégration et le calcul numérique des probabilités de collision, pour l'ensemble des trajectoires élaborées. Les deux premières étapes constituent la partie géométrique et est établie une fois pour toutes. Quant à la dernière, c'est la partie multigroupe qui fait appel aux distances optiques et donc aux sections efficaces, pour chaque groupe d'énergie. Le procédé général de calcul est résumé par l'organigramme (II.7).

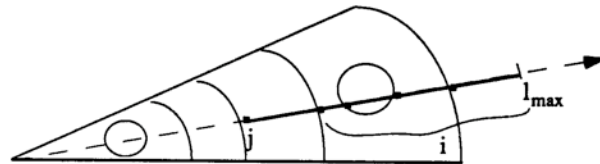


Figure (II.6) : domaine de calcul des noyaux de collision $K(r'_j, r_i)$.

Dans la partie multigroupe, grâce aux relations de réciprocité, pour diminuer le nombre de noyaux de collision à évaluer, pour chaque ligne assurant la liaison entre i et j , seules les probabilités de collision P_{ij} d'une région j vers une région i , située à la droite de j sont calculées.

Ceci est illustré par la figure (II.6).

Quant aux relations de conservation, elles ne sont pas satisfaites automatiquement puisque les matrices de collision, dans chaque groupe, sont évaluées par la formule de quadrature (II.36). Ce sont donc des valeurs approchées et leur renormalisation est nécessaire pour une bonne précision.

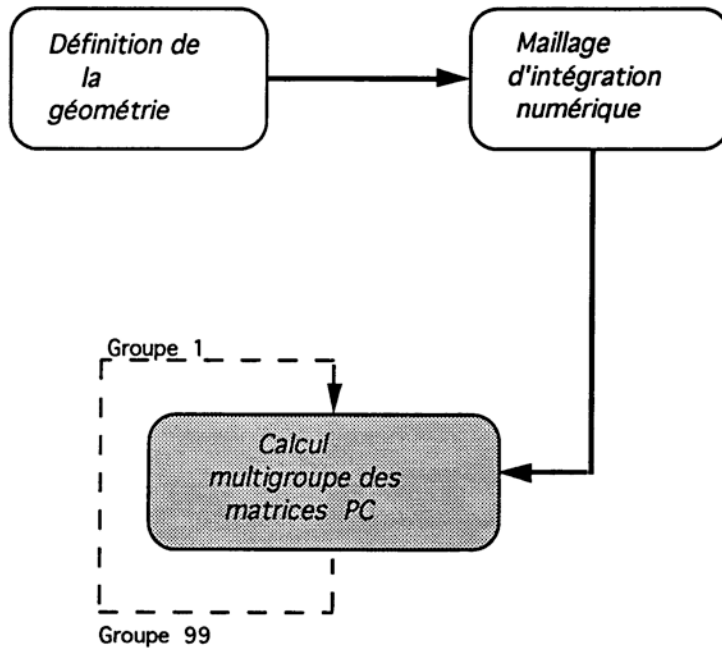


Figure (II.7): Organigramme de calcul des matrices de probabilités générales.

L'étape multigroupe consiste donc à calculer, pour toute paire (i,j) de régions et / ou de surfaces interceptée par l'ensemble des trajectoires, recouvrant le domaine, la somme de toutes les contributions des P_{ij} . Le calcul de ces contributions est basée sur la formule (II.36), utilisant des fonctions de Bickley-Naylor.

Ce procédé répétitif revient à effectuer plusieurs calculs de fonctions de Bickley. Il a été donc indispensable de disposer d'approximations permettant un calcul rapide et relativement précis de ces dernières. Ces approximations consistent à :

Les fonctions d'ordre 3, 4 ou 5 sont calculées à partir de tabulations linéaires à pas suffisamment petit pour assurer une bonne précision. Ces fonctions sont stockées dans un fichier privé du code *APOLLO2*.

Des effets de différence d'ordre numérique peuvent affecter le calcul des probabilités P_{ij} lorsque la taille optique relative à l'intersection de la trajectoire avec la région i et/ou j du domaine, est faible : τ_i et/ou $\tau_j \ll 1$. Ceci est rencontré dans les deux cas suivants :

- le neutron traverse un milieu "vide" ($\Sigma \leq 10^{-8} \text{cm}^{-1}$) ou "presque vide" comme un milieu gazeux où la section efficace est très faible : $10^{-8} \leq \Sigma \leq 10^{-5} \text{cm}^{-1}$.
- le neutron "frôle" ou intercepte la maille avec une longueur faible.

Les fonctions de Bickley deviennent, dans ce cas, des fonctions singulières et le procédé utilisé est basé alors sur deux types de développements en série :

1- des développements limités [13] (puissance et logarithme du parcours optique) des fonctions de Bickley d'ordre inférieur ou égal à 3.

2- développements en série de Taylor pour tenir compte de la différence entre deux fonctions de Bickley dont les arguments sont très voisins. Un outil de calcul à ce niveau consiste à utiliser les relations de récurrences vérifiées par ces fonctions et qui sont :

$$\begin{cases} dK_i(\tau) = -K_{i-1}(\tau) d\tau \\ (n-1) K_i(\tau) = (n-2) K_{i-2}(\tau) + \tau (K_{i-3}(\tau) - K_{i-1}(\tau)) \end{cases}$$

Quant à la fonction K_{i2} qui n'est calculée que pour les régions contenant des milieux "vides" (l'expression des P_{ij} donnée par les équations (II.19)), elle est obtenue par une approximation directe en fraction rationnelle [13].

Il faut signaler que ces fonctions présentent une allure décroissante exponentiellement. Ceci justifie que les contributions des P_{ij} ne sont calculées que pour des arguments plus faibles que la coupure optique τ_{\max} (voir figure (II.8)).

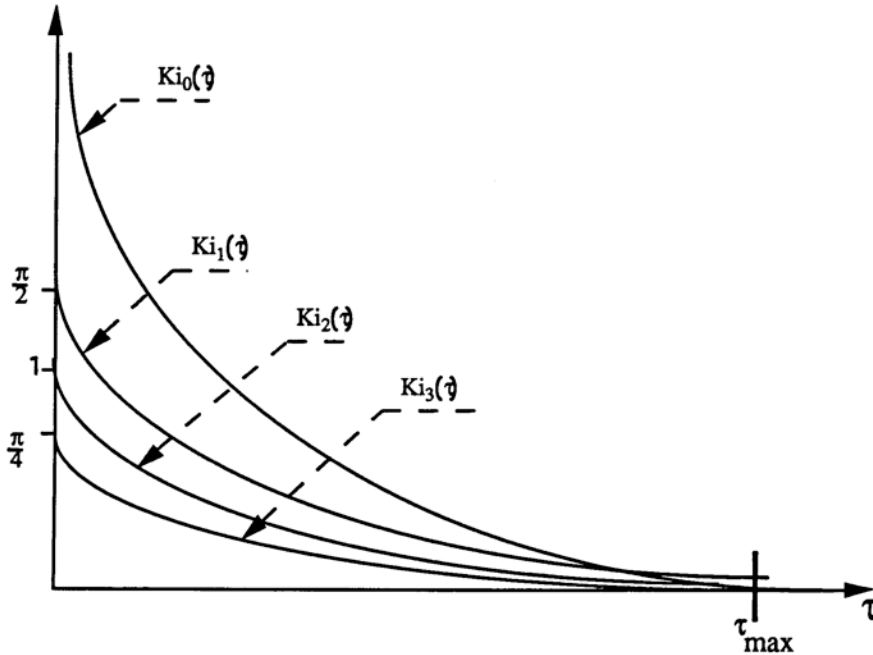


Figure (II.8) : Représentation schématique des fonctions de Bickley-Naylor $K_i_n(\tau)$.

Ces fonctions sont donc supposées nulles pour des distances optiques $\tau > \tau_{\max}$. Autrement dit, les interactions correspondantes ne sont pas prises en compte. La valeur de τ_{\max} relative à la tabulation dans APOLLO2 est supposée égale à 10.

Procédé de normalisation des matrices PC

Il s'agit de recalculer tous les éléments de matrices PC (probabilités de collision, de fuite et de transmission), de manière à ce qu'ils satisfassent aux deux relations de conservation (voir les équations énoncées dans la section I.4.2). Il faut donc satisfaire la relation suivante :

$$\sum_{j=1}^{i-1} p_{ij} \Sigma_j + \kappa_i \left(\sum_{j=1}^N p_{ij} \Sigma_j + p_{is} \right) = 1, \text{ où } p_{is} = \sum_{\alpha=N+1}^{N+M} p_{i\alpha} \text{ et } \kappa_i \text{ est un facteur de normalisation.}$$

Cette équation traduit que pour chaque ligne i ($i=1,N$), on calcule un coefficient de normalisation κ_i , à partir de l'élément diagonal P_{ii} , selon la figure (II.8), où la normalisation porte sur la partie sélectionnée de la matrice.

Une fois que la constante κ_i est calculée (à partir de l'élément diagonal P_{ii}) pour chaque ligne, nous obtenons, d'une part, les nouvelles valeurs des probabilités de collision et d'interaction

surface-volume, corrigées par le facteur de normalisation κ_i :

P_{i1}	— — —	P_{i-1}	P_{ii}	— — —
			P_{ij}	— — —
				P_{iN}
				P_{is}

Figure (II.9): Procédé de normalisation des P_{ij} et P_{is} pour la ligne i, à partir de l'élément P_{ii} .

$$\begin{cases} P'_{ij} = \kappa_i P_{ij} \\ P'_{is} = \kappa_i P_{is} \end{cases}$$

d'autre part, les éléments normalisés situés sur la colonne i sont déduits directement de ceux correspondant à la ligne i, par réciprocity : $P'_{ji} = \frac{V_j}{V_i} P_{ij}$ (voir figure (II.9)).

L'erreur de normalisation, associée à chacune des N lignes de la matrice est mesurée par la quantité $\epsilon_i = |1 - \kappa_i|$.

Il est clair que les valeurs numériques des différentes probabilités seront d'autant plus précises que le facteur ϵ_i est négligeable. Signalons que pour le traitement de la géométrie générale, la valeur minimale tolérée correspond à $\epsilon_i^{max} = .05$. Lorsqu'on excède cette valeur, le code le signale. Cela signifie que le système n'est pas conservatif et qu'il faut choisir une meilleure formule de quadrature.

On utilise un procédé similaire pour la normalisation des probabilités de fuite et de transmission ; il s'agit de satisfaire la deuxième relation de conservation, en employant les symétries éventuelles entre les surfaces [13] ou [12].

Chapitre III

**INTÉGRATION DE LA MÉTHODE TDT DANS LE CODE
APOLLO2**

Nous signalons que la majeure partie de cette thèse a été consacrée à l'intégration de la méthode *TDT* dans *APOLLO2* .

Pour comprendre le contenu de cette étape et celui de l'étape suivante, spécifique aux divers calculs, nous avons jugé intéressant de décrire, brièvement, le principe de déroulement d'un calcul de flux multigroupe dans ce code.

Il importe également de remarquer que ce chapitre nécessite la connaissance, donc le rappel, d'un certain nombre de notions informatiques relatives à la programmation dans *APOLLO2* et au langage qu'il utilise.

III.1. Code de transport *APOLLO2*

C'est un code modulaire¹ de transport, qui permet de calculer le flux multigroupe dans une géométrie de cellule ou d'assemblage. Notons qu'un tel calcul est restreint à des géométries régulières : réseaux générés par un motif géométrique élémentaire (cellule). *APOLLO2* offre la possibilité de résoudre l'équation de transport soit sous sa forme intégró-différentielle par les méthodes discrètes S_N ou nodales, soit sous la forme intégrale en utilisant la méthode directe des probabilités de collision.

Signalons encore que tout au long de ce travail nous portons notre intérêt uniquement sur la méthode intégrale. Le flux multigroupe en géométrie 2D générale x-y sera, bien entendu, calculé par inversion de la matrice des probabilités de collision si nous utilisons le formalisme "flux", ou alors par procédé itératif sur les courants d'interface, dans le cas du formalisme "flux-courants". La description de ces deux formalismes fera l'objet du paragraphe suivant.

III.1.1. Formalismes pour le calcul des matrices PC

Pour fabriquer les matrices de probabilités de collision générales (collision, fuite et de transmission), le module PIJ utilise l'un des deux formalismes : "flux" ou "flux-courants". La méthode de calcul du flux multigroupe dépend de la forme sous laquelle ces matrices ont été stockées, donc du formalisme utilisé. Ce dernier est fonction du type de maillage géométrique² adopté pour le calcul des matrices de collision. En effet, pour un calcul exact des matrices PC (calcul complet dans le domaine entier), vu l'absence de surfaces internes au domaine c'est le formalisme "flux" qui est utilisé. Dans ce cas, c'est la première équation du système (I.18) qui régit le flux multigroupe.

¹ basé sur un enchaînement logique de modules.

² Géométrie complète de base ou partitionnement en macro-régions.

Par ailleurs, un calcul approché, sur un domaine partitionné en sous-domaines, utilise en général le formalisme "flux-courant". La description de ce formalisme est donnée au §.II.1.1.b. Rappelons qu'en géométrie générale, ces sous - domaines sont appelés "macro-régions" et le partitionnement associé est désigné par la méthode "multimacro". Cette dernière sera opposée à la méthode "exacte" qui calcule les matrices PC pour les régions et surfaces de toute la géométrie.

Avec le formalisme "flux - courants" , le flux multigroupe est obtenu par un procédé itératif sur les courants internes au domaine (courants d'interface entre macro-régions).

Une autre méthode pour calculer le flux multigroupe consiste à passer du formalisme "flux-courants" au formalisme "flux".

III.1.1.a. Passage au formalisme "Flux":

Il s'agit d'utiliser les équations (I.18) du paragraphe (I.3) dans le but d'éliminer toutes les composantes (J_+ et J_-) des flux angulaires sortant et entrant par les surfaces internes au domaine D. En procédant ainsi, il en découle une matrice de collision "globale" que nous noterons \tilde{P} calculée pour l'ensemble des régions à l'intérieur de D, une matrice de fuite \tilde{P}_{SV} et une matrice de transmission \tilde{P}_{SS} entre les régions du domaine et seulement les surfaces externes de la frontière ∂D .

La matrice de collision globale \tilde{P} tient ainsi compte de toutes les interactions internes entre les macro-régions qui partitionnent D, ainsi que de toutes les conditions aux limites à la frontière de D (fig.(III.1)).

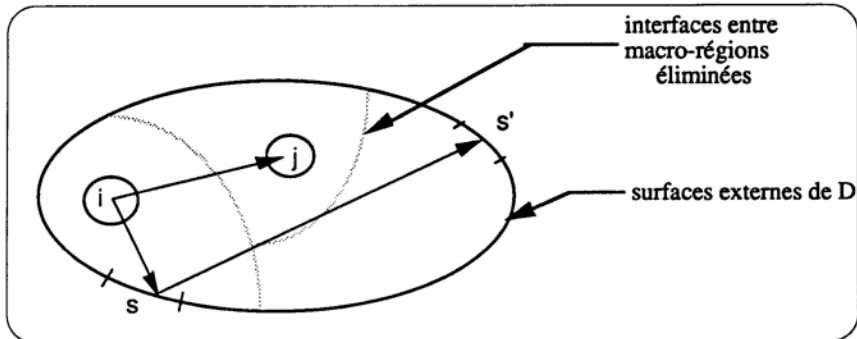


Figure (III.1) : Formalisme "flux" - Élimination des surfaces internes au domaine (interfaces entre macro-régions).

Le formalisme flux est donc basé sur le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} V\Phi = \tilde{P} F + \tilde{P}_{VS} J_{0,-} \\ J_{0,+} = \tilde{P}_{SV} F + \tilde{P}_{SS} J_{0,-} \end{cases} \quad (III.1)$$

où F désigne la densité d'émission totale de neutrons ($F = \Sigma_s \Phi + S(\text{fission})$) et $J_{0,+}$ la composante du flux angulaire sortant par la frontière ∂D . Quant à $J_{0,-}$, il est soit une donnée, soit une inconnue liée à $J_{0,+}$ par albédo. (éq.III.2.2). $J_{0,-}$ peut être égal à la composante angulaire sortante $J_{0,+}$; cela correspond à une condition de réflexion. P_{VS}^{\sim} est la matrice des probabilités d'interaction "surface-volume".

Lorsqu'on la géométrie de calcul comprend un seul domaine D , $J_{0,-}$ est supposé nul dans *APOLLO2*; dans ce cas, la première équation du système (III.1) devient une **équation fermée**. Pour chaque groupe d'énergie, le flux moyen par région est alors calculé directement en inversant la matrice $V - \hat{P}\Sigma$. V et Σ_t sont les matrices diagonales respectives dont les éléments désignent respectivement les volumes et les sections efficaces de diffusion des N régions du domaine D .

Selon que c'est le formalisme "flux" ou "flux-courants" qui est utilisé, les matrices PC sont stockées différemment dans *APOLLO2*: les explications sont reportées dans l'annexe 2.

III.1.1.b. Le formalisme "Flux - courant":

Pour un domaine global D partitionné en N_m macro-régions, le système (III.1) est équivalent à N_m systèmes de type (III.1). Chacun de ces systèmes régit le flux scalaire et le courant sortant relatifs à chacune des macro-régions D_I de D . Ce qui se traduit par :

$$\begin{cases} \hat{V}\Phi = \hat{P}F + \hat{P}_{VS}\hat{J}_- \\ \hat{J}_+ = \hat{P}_{SV}F + \hat{P}_{SS}\hat{J}_- \end{cases} \quad (\text{III.2.1})$$

Ce formalisme, à l'inverse du précédent, prend en compte toutes les surfaces du domaine D , y comprises les surfaces internes (interfaces entre les macro-régions) (Fig.(III.2)).

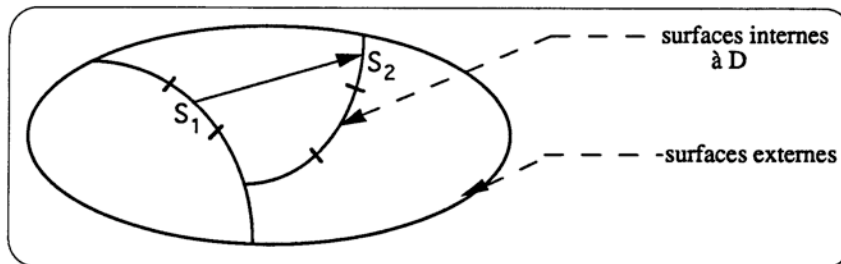


Figure (III.2) : Formalisme "flux-courant" ; prise en compte de toutes les surfaces (externes + internes).

Le système d'équations régissant le flux et les courants sortant et rentrant dans chacune des macro-régions est complété par une troisième équation qui caractérise le couplage entre deux macro-régions:

$$\mathbf{J}_- = \mathbf{J}_0 + A \mathbf{J}_+ \quad (\text{III.2.2})$$

\mathbf{J}_0 désigne un courant stationnaire rentrant éventuellement par la frontière du domaine. A est la matrice géométrique ou de transmission. Elle assure le couplage entre les courants sortants d'une macro D_1 et les courants entrants dans D_j . Ses éléments sont nuls sauf pour deux interfaces en contact. Dans ce cas, les coefficients $A_{\alpha\beta}$ sont égaux à S_β/S_α .

Les matrices notées par un " - " sont associées à chacune des macro-régions partitionnant le domaine D . Les matrices de collision \hat{P} prennent en compte toutes les collisions internes à chacune des macro-régions. Il en est de même pour les matrices \hat{P}_{SV} et \hat{P}_{SS} qui comportent respectivement les probabilités de fuite et de transmission pour toutes les régions et les surfaces partielles, pour chaque macro-région. Par conséquent, les notations adoptées dans le système (III.2) sont équivalentes à celles relatives au système (III.1), en remplaçant les nombres de régions et de surfaces de tout le domaine D par ceux correspondant, individuellement, à chacune des macro-régions .

Notons qu'à la différence du formalisme "flux", ces matrices ne tiennent pas compte de la multiplicité (le nombre de fois qu'elle intervient dans la géométrie D) de la macro-région en question.

III.1.2. Présentation brève des étapes précédant un calcul du flux multigroupe

Le calcul des P_{ij} par *APOLLO2* nécessite la transmission d'un enchaînement d'objets fabriqués par les différents modules, et ce à l'aide du macrolangage *GIBIANE* (voir annexe 2). Celui-ci permet d'enchaîner les modules lors du calcul. A son exécution, chaque module d'*APOLLO2* permet de fabriquer un objet qui lui est approprié et reconnaît le type attribué à chaque donnée lue. Une explication brève de la fonction des différents modules nécessaires pour le calcul du flux multigroupe est donnée en annexe 2.

Une fois les matrices de collision calculées pour chaque groupe d'énergie, les modules d'*APOLLO2* procèdent au calcul du flux multigroupe, en l'initialisant (fig.(III.3)) d'abord, et en effectuant ensuite une série d'itérations externes (sur les sources de fission) jusqu'à ce que les critères de convergence, fixés par l'utilisateur, soient satisfaits.

III.1.3. Processus itératif pour le calcul du flux multigroupe:

Le flux multigroupe cherché est la solution de l'équation intégrale de transport, que l'on peut présenter sous la forme fonctionnelle comme étant :

$$L \Phi = \frac{1}{\lambda} P \Phi + S \quad (\text{III.3})$$

où, L est l'opérateur qui représente les effets de transport spatial (termes en P_{ij}) et les effets de transport énergétique (termes en sections de transfert $\Sigma^{g' \rightarrow g}$).

P est l'opérateur de production (par fission) et S est une source externe imposée. λ est la valeur propre recherchée.

Pour résoudre cette équation, les modules de calcul du flux peuvent traiter deux types de problèmes, à savoir, problème à source ou à valeur propre. Nous avons schématisé les différentes étapes du calcul du flux dans la figure (III.3) : Le problème à source est traité par la voie 1 de la figure et le problème à valeur propre est résolu par la voie 2 :

Dans le premier cas, il s'agit de résoudre directement l'équation (III.3) en utilisant une valeur fixée de λ , généralement prise égale à 1.

Quant au deuxième cas, c'est un problème à un paramètre critique, sans sources. Il faut signaler que, d'une façon générale, l'objet de tout calcul critique est d'obtenir le paramètre critique en question, ainsi que le flux critique qui lui correspond. Dans *APOLLO2*, ce calcul (problème à valeur propre λ) vise à résoudre l'équation (III.3) dont le résultat est le coefficient de multiplication effectif k_{eff} , ainsi que le flux critique correspondant.

itérations externes

On procède par une série d'itérations externes sur distribution des sources de fission F . Chacune de ses composantes est une intégrale de fission (premier terme de l'équation (III.3) en théorie multigroupe). Dans ce but, il est préférable d'utiliser, pour chaque groupe, l'équation (III.3) sous la forme :

$$F = \frac{1}{\lambda} H F + Q, \quad (\text{III.4})$$

où $\chi F = P \Phi$, $H = P L^{-1}$ et $Q = \frac{P L^{-1} S}{\lambda}$, χ désigne le spectre de fission.

Le problème traité, en général, dans *APOLLO2* se ramène à l'équation (III.4) sans sources externes ($Q=0$). Cela simplifie le problème tout en représentant la situation réelle dans un réacteur. Résoudre une telle équation revient à déterminer le flux multigroupe Φ à partir d'une

source de fission initiale F (obtenue par l'intermédiaire d'un flux initial), et de l'utiliser ensuite pour recalculer la nouvelle source de fission HF. Avec un tel procédé, la valeur propre est obtenue par :

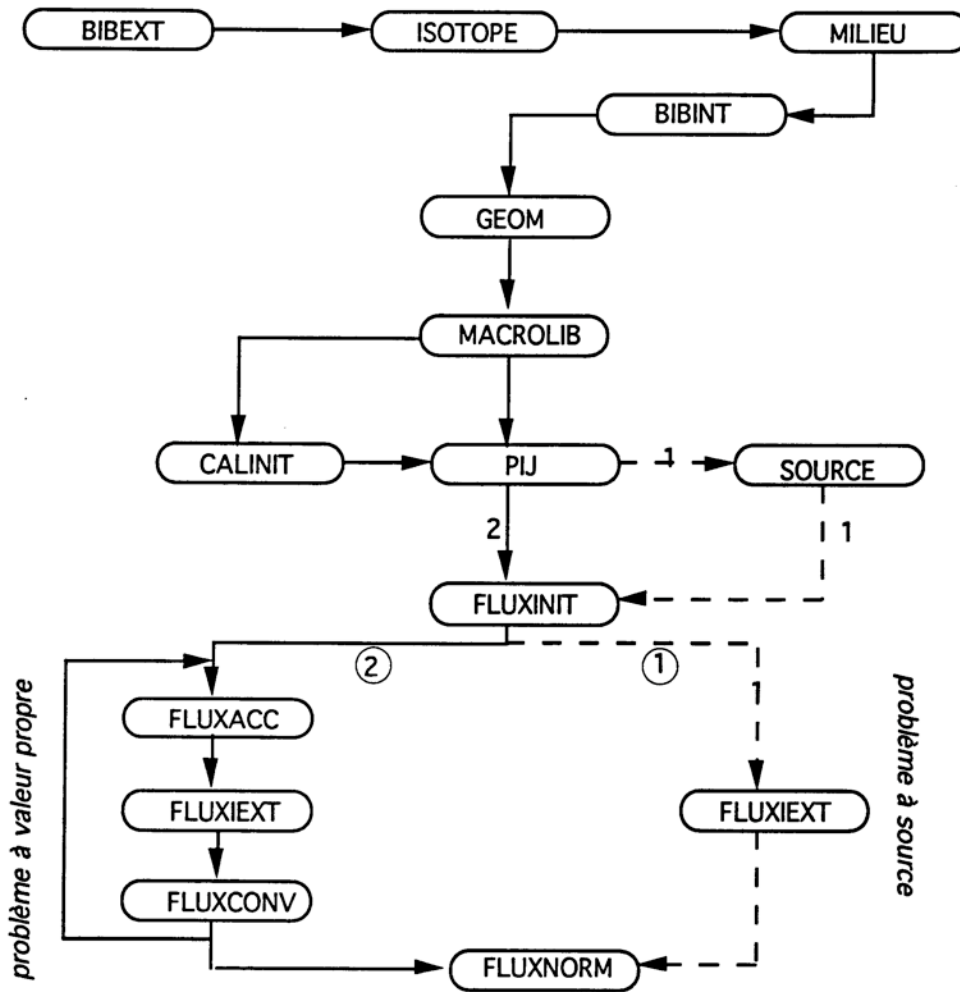


Figure (III.3) : Schéma de calcul du flux multigroupe dans APOLLO2.

$$\lambda = \frac{\langle F \cdot HF \rangle}{\langle F \cdot F \rangle}, \quad (\text{III.5})$$

où le produit scalaire de deux vecteurs (indiqué par des crochets) est défini par la somme des produits de leurs composantes par les volumes des régions i .

La valeur du facteur de multiplication est obtenue par sa définition : $K_{\text{eff}} = \frac{\langle 1 \cdot HF \rangle}{\langle 1 \cdot F \rangle}$. C'est le rapport du nombre total de neutrons de la nouvelle source de fission HF (obtenue à partir de F) sur le nombre total de neutrons de la source initiale ($\langle 1 \cdot F \rangle$). Lorsque le critère de convergence sur les sources de fission est atteint, les valeurs du Keff et de λ s'égalisent à l'erreur de précision demandée.

Comme nous allons constater dans les chapitres IV et V, nous avons validé et qualifié la géométrie générale x-y, en comparant essentiellement les valeurs du coefficient de multiplication infini K_{∞} . Ce facteur est aussi important et coïncide avec le Keff dans le cas où les fuites volumiques dans la géométrie sont négligées. K_{∞} représente donc le rapport entre le nombre total de fissions produites par un flux de neutrons et le nombre total d'absorptions provoquées par ce même flux.

Calcul des sources de fission F

Le calcul de la source de fission F consiste à se fixer une source de fission F^0 , pour calculer ensuite un nouveau flux multigroupe, une nouvelle valeur propre (éq. (III.5)), et par suite une nouvelle source de fission (éq.(III.4)). Le flux multigroupe et les sources de fission calculés à l'itération i, sont utilisés pour calculer les nouvelles sources de fission de l'itération i+1. Ce procédé est effectué par la boucle itérative du module FLUXIEXT en se basant sur l'équation régissant F à l'itération n :

$$F^{n+1} = \frac{1}{\lambda^n} H F^n \quad \text{et} \quad \lambda^{n+1} = \frac{\langle F^n \cdot F^{n+1} \rangle}{\langle F^n \cdot F^n \rangle}.$$

On termine ce procédé itératif par un test de convergence (module FLUXCONV) qui consiste à vérifier le critère de convergence. Des méthodes d'accélération [12] sont utilisées pour converger plus rapidement sur le paramètre en question.

Si l'écart relatif entre deux valeurs propres issues des itérations n et n+1 est inférieur à la précision demandée, la convergence est alors atteinte. Il en est de même pour les sources de fission, ainsi que pour le flux multigroupe. Vu que λ est une somme sur les composantes de F et vu que la source F est une intégrale en énergie du flux, les critères de convergences doivent être plus relâchés pour le flux que pour la source, lequel doit être à son tour plus relâché que pour λ .

Remarquons qu'il peut y avoir à l'intérieur d'une itération externe (sur la source de fission F), des itérations thermiques et éventuellement des itérations internes, comme cela va être décrit ci-dessous.

Itérations thermiques :

A chaque itération externe, tout groupe thermique g (par opposition aux groupes rapides où il n'y a pas de remontée) est couplé aussi bien avec des groupes d'ordre inférieur que supérieur. Pour calculer le flux

multigroupe, on procède alors itérativement moyennant la méthode de Gauss - Seidel [12], où une itération thermique passe d'un flux thermique Φ^n à un nouveau flux thermique Φ^{n+1} . Il s'agit de résoudre pour chaque groupe et dans le sens décroissant des énergies, les équations qui régissent le flux monocinétique.

Dans chaque groupe g , le flux est calculé en employant, d'une part, les sources de ralentissement dues au flux Φ^{n+1} et d'autre part, les sources de fission dues au flux Φ^n .

Itérations internes

Selon le formalisme choisi pour la présentation des matrices PC (§.III.1.1), l'équation de transport à un groupe peut être résolue itérativement. Dans le cas de la formulation "flux", le code calcule le flux soit, par inversion directe du système linéaire, soit en employant un procédé itératif : ces itérations sur le flux sont appelées **itérations internes**. Le code opte pour cette dernière solution lorsque la taille de matrice à inverser est importante (cas d'un grand nombre de régions).

En ce qui concerne le formalisme "flux-courants", un processus itératif sur les courants (système d'équations) est obligatoire.

Des remarques ci-dessus, nous pouvons déduire que le critère de convergence sur les itérations externes (sur F et λ) doit également satisfaire celui de la convergence sur le flux (des groupes thermiques) ainsi que le critère de convergence sur les courants (itérations internes). Ceci revient à se donner un critère de convergence sur les flux et les courants, de manière à satisfaire la convergence sur les sources de fission et sur la valeur propre. En pratique, les précisions demandées dans *APOLLO2* sont de 10^{-3} pour le flux, 10^{-4} pour les sources de fission F et 10^{-5} pour le K_{eff} .

III.1.4. Aperçu sur la méthode *MARSYAS*

Lorsque l'on calcule le flux multigroupe, dans une géométrie à deux dimensions x-y régulière (réseau répétitif généré par une géométrie élémentaire : case pouvant contenir une ou plusieurs couronnes), par la méthode intégrale, les probabilités de première collision sont calculées, par la méthode *MARSYAS* .

Ce développement à l'inverse de la méthode *MULTICELL*, calcule les probabilités de collision, de fuite et de transmission, d'une manière exacte. Rappelons, que dans ce cas, aucune approximation n'est faite sur le flux angulaire aux interfaces (surfaces de contact entre cellules) ; il s'agit donc, de suivre exactement les trajectoires des neutrons, jusqu'au périmètre externe du domaine si le domaine est supposé entouré de vide. Autrement, si le domaine est supposé réfléchi à la frontière (équivalent à un réseau infini), les trajectoires le sont aussi. Cependant, les trajectoires étant infinies, on continue de calculer les contributions des P_{ij} jusqu'à un parcours géométrique maximum imposé l_{max} . De plus, du fait que les fonctions de Bickley-Nailor,

tendent vers 0 lorsque leur argument tend vers l'infini (décroissance exponentielle), une coupure optique τ_{\max} est également imposée. Ceci revient à supposer que pour des valeurs de distance optique supérieures à τ_{\max} , ces fonctions ont des valeurs négligeables.

III.1.5. Introduction de la géométrie générale

MARSYAS calcule les matrices des probabilités de collision dans la géométrie x-y d'une manière exacte, mais à condition que la géométrie de calcul soit un réseau régulier de $N * N$ cases pouvant contenir des couronnes. C'est donc seulement pour ce type de géométrie que le maillage d'intégration à travers le domaine a été programmé.

III.1.5.a. Motivations

A la demande des utilisateurs, plusieurs améliorations ont été incorporées dans *MARSYAS*. Ainsi, la possibilité de traiter des cellules avec secteurs y a été introduite. Plus récemment encore, le calcul des P_{ij} avec des conditions de symétrie à droite (par rapport à un axe vertical du domaine) y a été programmée également.

C'est dans cette perspective que ce travail a été entamé : le but de la présente étude est de pouvoir traiter un domaine quelconque, de la façon la plus générale possible, tout en ayant la possibilité d'envisager un grand nombre de types de conditions aux limites.

L'objectif de cette nouvelle méthode est de permettre un calcul d'assemblage par la méthode exacte des probabilités de collision, tout en prenant en compte l'hétérogénéité du système. Il s'agit alors, de traiter un assemblage en minimisant la modélisation de la géométrie et par suite les erreurs qui peuvent en découler. A l'origine, l'intérêt pratique d'un tel développement était de pouvoir traiter, sans approximation sur les interfaces, des déformations importantes du réseau REP dues à des effets de température ou bien encore, de pouvoir faire un calcul exact d'un assemblage hexagonal de type RCVS, caractérisé par une lame d'eau inter-assemblages qui brise la régularité du système.

L'introduction de la géométrie générale dans *APOLLO2* a plusieurs avantages pratiques, parmi lesquels nous pouvons citer la possibilité d'envisager un positionnement arbitraire de crayons combustibles ou absorbants dans un assemblage. L'intérêt de ceci est de pouvoir optimiser l'efficacité d'une barre absorbante en fonction de sa position dans l'assemblage (coeurs de type propulsion navale). Aussi, d'autres irrégularités de la géométrie sont possibles, telles que le traitement sans modélisation, des trous d'eau d'un réseau régulier.

III.1.5.b. Introduction de la méthode TDT

Tel que son nom l'indique (Two Dimensional Transport), ce nouveau développement dans *APOLLO2* a été élaboré dans le but de pouvoir calculer les probabilités générales P_{ij}^3 , quelle que soit la géométrie du système en question. Couplé avec le logiciel de saisie graphique *SILENE* et intégré dans *APOLLO2*, il appartient à une nouvelle génération de méthodes des probabilités de collision pour le calcul du flux multigroupe dans un assemblage. Son originalité réside dans la définition de la géométrie d'une manière locale, moyennant les mailles (voir fig. III.4) et donc de la dépendance de l'interface graphique.

Afin de distinguer ce type de géométrie des autres, existant dans *APOLLO2*, elle sera désormais appelée géométrie générale.

III.2. Qu'est-ce que la géométrie générale x-y ?

La géométrie générale est décrite d'une manière locale, par des mailles géométriques, elles-mêmes formées par un ensemble d'éléments. Une maille $\{ i, j, k, \dots \}$ est représentée par les éléments i, j, k, \dots qui définissent son périmètre. Un élément n'est rien d'autre qu'une équation : il peut donc désigner aussi bien un segment de droite, qu'un arc de cercle un cercle ou une développante de cercle⁴. La figure (III.4) en donne un aperçu :

La géométrie qu'illustre la figure (III.4) renferme sept éléments de 1 à 7, définissant trois mailles. La géométrie générale perd ainsi toute notion de réseau de cellules mais définit des mailles, elles mêmes formées par un ensemble d'éléments. Elle peut également contenir des mailles imbriquées les unes dans les autres. C'est le cas de la figure où les mailles sont numérotées en "ombré" et les éléments (segments, arc ou cercle) sont numérotés en italique. La figure montre que la maille 1 est définie par les éléments : 1, 3 et 4. Seul l'élément 7 définit la maille 3. Enfin, les éléments 2, 4, 5, 7 et 6.

III.2.1. Définition des équations en géométrie générale x-y

Dans ce qui suit, nous allons exposer les variables nécessaires pour la définition de chaque élément dans un motif à géométrie générale xy :

³ probabilité de collision, de fuite, volume-surface ou de transmission (voir section II.2).

⁴ Ce type d'élément a été introduit pour le besoin d'un calcul de coeur compact (CCR).

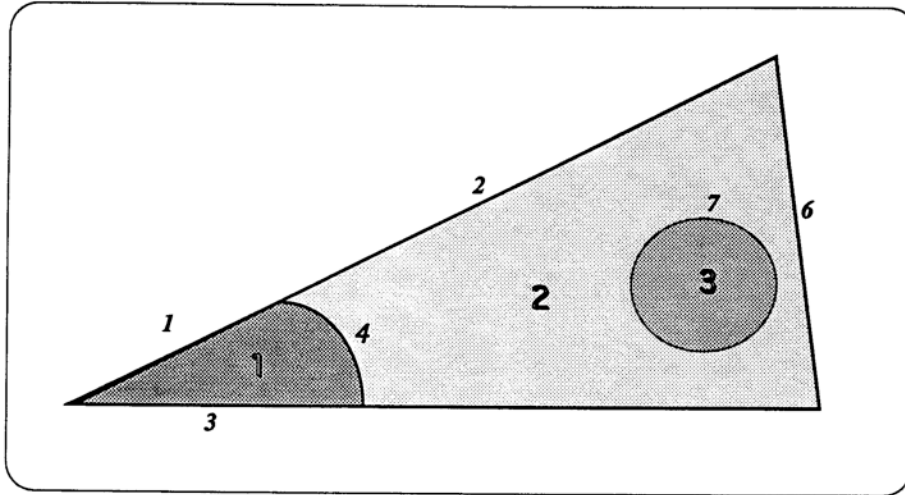


Figure (III.4) : Exemple de motif à 3 mailles traité par la géométrie générale

Segment de droite

Un segment $[\vec{c}, \vec{d}]$ est défini en géométrie générale x - y par les quatre paramètres réels qui sont les coordonnées de l'origine $\vec{c}(c_x, c_y)$, et les composantes à partir de l'origine : $(d_x - c_x, d_y - c_y)$ (fig.(III.5)) de l'extrémité du segment.

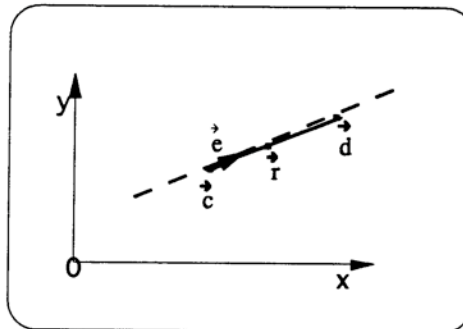


Figure (III.5) : Segment de droite $[\vec{c}, \vec{d}]$

On définit tout point $M(\vec{r})$ appartenant au segment $[\vec{c}, \vec{d}]$ par l'équation : $\vec{r} = \vec{c} + \theta \vec{e}$, où \vec{e} est le vecteur directeur unitaire $\frac{\vec{cd}}{|\vec{cd}|}$ et θ est un paramètre réel compris entre 0 et $|\vec{cd}|$. Il est donc minimum à l'origine et maximum à l'extrémité.

Arc de cercle

Il est représenté par cinq paramètres réels qui sont : le centre \vec{c} , le rayon R et les deux angles

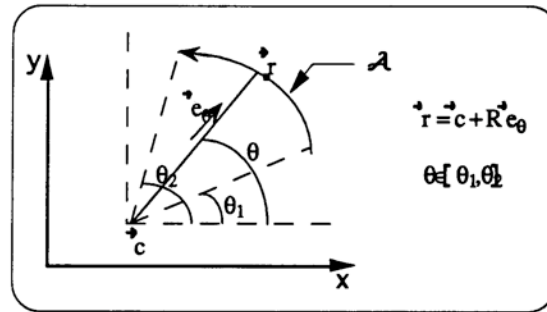


Figure (III.6) : Arc de cercle $\mathcal{A}(\vec{c}, R, \theta_1, \theta_2)$.

qui le délimitent. θ_1 et θ_2 ; c'est l'ensemble des points $M(\vec{r})$ qui vérifie :

$$\vec{r} = \vec{c} + R \vec{e}_\theta, \quad (\text{III.6})$$

où \vec{e}_θ est le vecteur unitaire normal à l'arc \mathcal{A} au point \vec{r} et θ est l'angle entre \vec{e}_θ et l'axe origine Ox .

Cercle

Le cercle $\mathcal{C}(\vec{c}, R)$ est défini d'une manière similaire à un arc de cercle, avec $\theta_1=0$ et $\theta_2=2\pi$. Par ailleurs, il se distingue de l'arc par un type (§.paramètres entiers) différent.

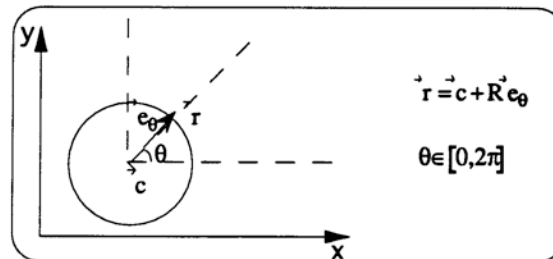


Figure (III.6.b) : Cercle $\mathcal{C}(\vec{c}, R)$.

Développante d'un arc de cercle

La développante $\mathcal{D}(\vec{c}, R, \alpha, \theta_1, \theta_2)$ d'un arc du cercle $\mathcal{C}(\vec{c}, R)$ est l'enveloppe des familles des

tangentes \vec{t}_θ au cercle $\mathcal{C}(\vec{c}, R)$. Ce cercle est appelé "développée de $\mathcal{D}(\vec{c}, R, \alpha, \theta_1, \theta_2)$ ".

La développante $\mathcal{D}(\vec{c}, R, \alpha, \theta_1, \theta_2)$ est définie par les six paramètres réels qui sont : le centre \vec{c} et le rayon R de la développée, l'angle à l'origine α et les deux extrémités angulaires θ_1 et θ_2 .

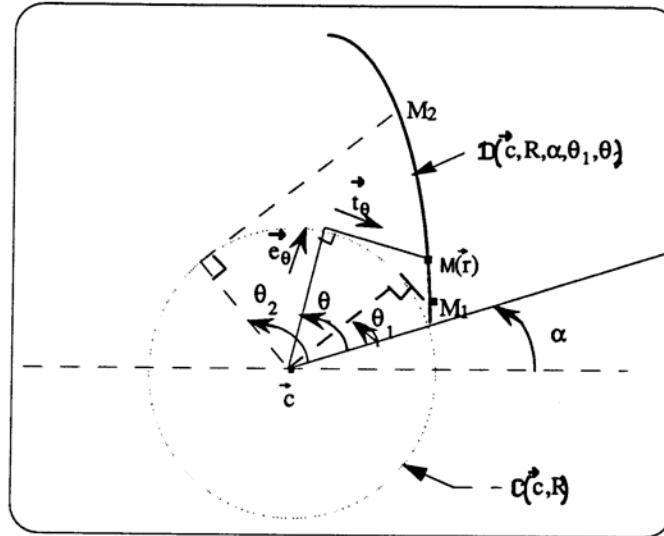


Figure (III.7) : Développante $\mathcal{D}(\vec{c}, R, \alpha, \theta_1, \theta_2)$ du cercle $\mathcal{C}(\vec{c}, R)$

Tout point $M(\vec{r})$ appartenant à $\mathcal{D}(\vec{c}, R, \alpha, \theta_1, \theta_2)$ satisfait l'équation paramétrique suivante :

$$\vec{r} = \vec{c} + R (\vec{e}_\theta + \theta \vec{t}_\theta) \Leftrightarrow \begin{cases} x = R(\cos(\alpha+\theta) + \theta \sin(\alpha+\theta)) \\ y = R(\sin(\alpha+\theta) - \theta \cos(\alpha+\theta)) \end{cases} \quad (\text{III.7})$$

où les notations sont celles adoptées dans la figure (III.7). α est l'angle à l'origine de la développante. \vec{t}_θ représente le vecteur unitaire tangent à l'arc de cercle $\mathcal{A}(\vec{c}, R, \alpha, \theta_2)$ qui intercepte la développante en M (Fig.(III.7)). Tout point $M(\vec{r})$ appartenant à la développante \mathcal{D} satisfait donc à la relation :

$$r^2 = R^2(1+\theta^2).$$

Paramètres entiers caractérisant les éléments en géométrie générale $x-y$

Pour différencier tous les éléments définis par l'équation paramétrée $\vec{r}=\vec{r}(\theta)$, on leur attribue trois paramètres entiers, à savoir : le type, la maille positive et la maille négative.

Pour l'instant, les éléments programmés dans *TDT* correspondent aux quatre types définis précédemment. Un segment de droite, un cercle, un arc de cercle et une développante de cercle sont caractérisés par les types respectifs, 1, 2,3 et 4. Il est important de noter au passage, que vu la modularité du code, d'autres équations de type ($\vec{r}=\vec{f}(\theta)$) sont facilement programmables.

En géométrie générale, tous les éléments qui constituent le domaine sont orientés. De part et d'autre d'un élément sont associées les mailles positive (du côté de la normale) et négative (du côté opposé à la normale). Ceci est illustré par la figure (III.8).

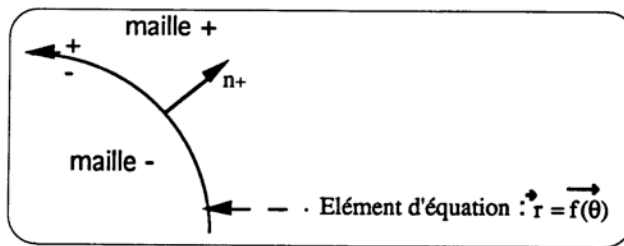


Figure (III.8) : Orientation d'un élément en géométrie générale x-y.

Le sens positif que nous avons adopté est celui correspondant à la normale sortante (ou positive) de la courbe $\vec{r}=\vec{f}(\theta)$. Dans le cas du segment de droite, on se définit un trièdre direct ($\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{k}$). Si on choisit le vecteur \vec{k} comme axe de rotation, tout point appartenant au demi-plan défini par les $x>0$, et on choisit

III.2.2. Conditions aux limites en géométrie générale x-y

Le domaine géométrique peut être défini à partir des conditions aux limites locales telles que la réflexion spéculaire ou isotrope, ou alors à partir d'un déplacement de la géométrie par translation, rotation, symétrie axiale ou par rapport à un point.

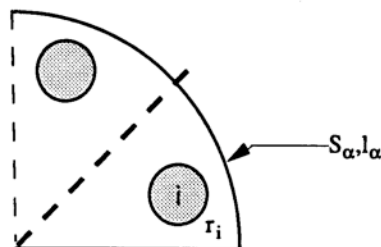


Figure (III.9) : Réflexion spéculaire d'un domaine.

Dans le cas d'une symétrie dans le domaine, les volumes et les surfaces calculés sont ceux qui correspondent à la géométrie réduite (par symétrie). Ainsi, dans le cas de la figure (III.9), le

volume de la région i est $v_i = \pi r_i^2$ et la longueur de la surface partielle s_{α} est l_{α} .

À l'inverse de *TDT*, *MARSYAS* calcule les volumes des régions et les surfaces des cellules en tenant compte de leur multiplicité (le nombre de fois qu'elles sont répétées par symétrie) ; ainsi le volume de la région i est $v_i = 2\pi r_i^2$ et la longueur de la surface s_{α} est $2l_i$.

Le calcul des P_{ij} dans la géométrie générale se fait sur le domaine réduit . Cette simplification induit une réduction de régions de calcul et par suite du nombre de calculs P_{ij} .

L'étape préliminaire est l'élaboration d'un maillage de calcul (découpage spatial de D). Celui-ci peut éventuellement correspondre au maillage défini par les milieux. Cependant, un calcul rigoureux nécessite un maillage le plus fin possible. Ensuite, à chaque maille on associe une région de calcul (le flux y sera supposé plat en tout point) et à chaque région, on attribue le milieu physique qui lui correspond. Suivant les symétries éventuelles de flux présentes dans la géométrie, une même région peut être éventuellement associée à des mailles différentes. Ce procédé peut également être employé si l'utilisateur estime un gradient de flux négligeable entre ces mailles. Cette hypothèse simplificatrice a pour but de réduire le nombre de régions présentes dans la géométrie, par suite celui de facteurs P_{ij} à calculer, et par conséquent le temps nécessaire pour un tel calcul.

III.2.3. Acquisition des données : *SILENE*

La fabrication de données (à la main) aurait été très lourde, voire quasiment impossible, s'il n'y avait pas eu *SILENE*. C'est un logiciel graphique programmé sur DOS en langage C. Son objectif est de permettre une saisie de données adéquate, pour la définition d'un domaine traité par la géométrie générale x - y . En effet, l'utilisateur reçoit à la sortie toutes les informations sur le domaine géométrique à traiter, sous forme d'un paquet de données dans un format compatible avec les routines qui lisent la géométrie dans *TDT*.

La conception de la géométrie par *SILENE* est décrite par un ensemble de données, appelé motif. La création de ce dernier nécessite de définir, au préalable, les objets suivants :

- un ensemble de noeuds (points), par leurs coordonnées, dans un repère cartésien à 2D, x et y .
- les équations entre les noeuds ; i.e. des segments de droite, des arcs de cercles ou des cercles. Notons que pour les arcs de cercles, la définition d'un troisième noeud, associé au centre, est obligatoire. Quant aux cercles, seuls le rayon et le centre suffisent pour le définir.

- les mailles (au sens géométrique); c'est - à dire les figures, dont le périmètre est formé par un ou plusieurs éléments, définis au préalable.

SILENE offre plusieurs avantages parmi lesquels la possibilité d'importer des motifs (pré définis), et de les imbriquer dans la géométrie de base, ou encore, la possibilité d'archiver une succession de commandes. Cette dernière option permet, non seulement de réduire le temps d'exécution, mais en plus, de récupérer les transformations attribuées à un motif qui n'aurait pas été sauvegardé.

Toutes les conditions aux limites (frontières du domaine) programmées dans *TDT* sont offertes par *SILENE* : symétrie par rapport à une droite ou à un point, rotation, translation, réflexion spéculaire ou isotrope.

III.2.4. Élaboration du maillage d'intégration

Le maillage d'intégration consiste à tracer des lignes d'intégration (pseudo-trajectoires des neutrons) à travers le domaine géométrique. Ce maillage n'est rien d'autre que l'ensemble des N_t trajectoires de la formule de quadrature (w_i, t_i) , qui générera par la suite les valeurs des matrices de collision, de fuite et de transmission.

Pour chaque trajectoire t_k qui traverse la série de régions i_1, i_2, \dots, i_n du domaine D , il s'agit de calculer les points d'intersection (segment de droite \cap segment de droite, arc de cercle, cercle ou encore développante de cercle) et par suite les longueurs l_1, l_2, \dots, l_n interceptées. Ainsi, au cours d'un calcul P_{ij} , une trajectoire est représentée par un ensemble discret de données suivantes :

$$t_k(R, \Phi) = \{w, S_\alpha, l_1, i_1, l_2, i_2, \dots, l_n, i_n, S_\beta\}_k \quad (\text{III.8})$$

où S_α et S_β sont respectivement, les surfaces d'entrée et de sortie de la frontière ∂D . w est le poids associé à la trajectoire t_k et qui est fonction des paramètres de quadrature ΔR et $\Delta \Phi$.

Si l'on choisit comme origine du maillage d'intégration (origine d'intégration numérique) le point \vec{a} , ce maillage sur la géométrie de base⁵ D (domaine sélectionné) est illustré par la figure (III.10). Pour ne pas encombrer le dessin, seules deux lignes d'intégration espacées de ΔR et correspondant à la même direction sont représentées.

Un tel maillage est élaboré sur la géométrie réduite par les symétries éventuelles auxquelles

⁵ sans la partie du domaine étendue par les conditions aux limites.

satisfait la frontière extérieure du domaine D initial. Le domaine d'intégration numérique est défini par :

$$\begin{cases} R \in]R_{\min}, +\infty] \\ \Phi \in]0, \pi] \\ i \in D_i \\ j \in D_j \end{cases}$$

Où R et Φ sont les paramètres spatial et angulaire qui définissent la trajectoire dans le repère x-y.

\vec{a} : origine d'intégration (R = distance (\vec{a} , trajectoire)).

D_i : l'ensemble des régions interceptées par la trajectoire dans le domaine de base D.

D_j : l'ensemble des régions interceptées par la trajectoire dans le domaine de base et à l'extérieur (prolongement via les conditions aux limites) jusqu'à la troncature l_{\max} .

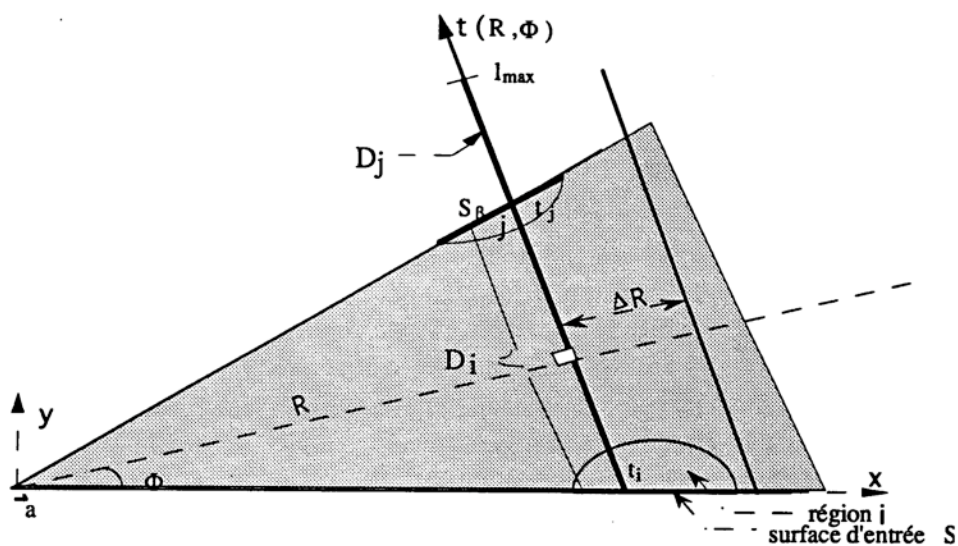


Figure (III.10) : Tracé des trajectoires en géométrie générale x-y.

Le calcul de toutes les intersections entre chaque trajectoire et l'ensemble des mailles qu'elle traverse est la partie principale utilisée pour le calcul des P_{ij} . Pour calculer ces intersections, on procède de la façon suivante :

D'abord, on choisit un point d'entrée \vec{M}_e sur le périmètre extérieur du domaine D. Ensuite, connaissant la direction de la trajectoire qui traverse le domaine D maille par maille, on calcule

les points d'intersection de la trajectoire avec les éléments du périmètre extérieur de chaque maille. Pour chaque maille, c'est le point le plus proche, autrement dit celui qui correspond à la distance minimale du point \vec{M}_c qui est gardé dans un fichier. Les longueurs interceptées correspondantes y sont également stockées.

Le calcul des P_{ij} peut être exact ou approché selon le traitement des lignes d'intégration à la frontière du domaine. Dans le premier cas, le neutron est suivi "exactement" en prolongeant sa trajectoire, selon les conditions aux limites imposées sur la frontière ∂D . Quant au calcul approché, il consiste à utiliser une approximation angulaire de type UP0, UP1 ou discrète en cônes (annexe 1) pour le flux rentrant par ∂D .

Il est important de noter que dans le cas d'un calcul "multimacro", le point d'entrée est choisi par macrorégion. On procède d'une manière analogue pour le calcul des différentes intersections. Il est clair que dans ce cas, les trajectoires de neutrons sont suivies jusqu'au périmètre extérieur de chaque macrorégion : interface entre un ou plusieurs macrorégions sur laquelle les neutrons sont généralement supposés se réfléchir isotropiquement.

Pour réduire le nombre des lignes d'intégration à tracer, plusieurs facteurs peuvent être pris en considération, à savoir, le choix d'une troncature optique inférieure à celle qui est imposée par la tabulation des fonctions de Bickley.

Dans le cas d'un domaine étendu à l'infini par des conditions à la frontière telles qu'une réflexion spéculaire, translation ou rotation, les lignes d'intégration deviennent de longueur infinie. On impose alors une coupure géométrique l_{\max} . Ce paramètre fait partie des données nécessaires au calcul des P_{ij} . Son choix présente une des difficultés de la méthode. l_{\max} devrait être évalué en fonction du parcours optique maximum du neutron et donc des sections efficaces dans la géométrie. Mais vu que les sections efficaces de la géométrie sont inconnues lors de cette étape géométrique (elles sont lues pendant le calcul multigroupe), un choix approprié consiste à prendre l_{\max} plus grand que le rapport de la coupure optique τ_{\max} adoptée pour les fonctions de Bickley, sur n'importe quelle section efficace Σ d'un milieu de la géométrie : condition qui est vérifiée pour : $l_{\max} \geq \frac{\tau_{\max}}{\Sigma_{\min}}$. Il suffit donc d'adopter le choix suivant :

$$l_{\max} = k \frac{\tau_{\max}}{\Sigma_{\min}}, \quad (\text{III.9})$$

où k une constante inférieur ou égale à 1 et Σ_{\min} est la section efficace, pondérée par les volumes, dans le premier groupe rapide (correspondant aux énergies les plus élevées du maillage multigroupe).

III.2.4.a. Conditions aux limites pour les trajectoires

Lorsqu'une ligne d'intégration atteint la frontière ∂D assujettie à une condition aux limites autre que le vide, le point et l'angle avec lesquels la ligne rentre de nouveau dans le domaine sont calculés. la nouvelle ligne rentrante n'est rien d'autre que la transformée de la première par la symétrie en question.

1- Réflexion :

Considérons à titre d'exemple le cas le plus fréquemment traité dans un calcul d'assemblage et qui est celui d'un assemblage purement réfléchi (domaine étendu à l'infini). Dans ce cas si le neutron arrive sur ∂D avec une direction \vec{e} , il y est réfléchi dans une direction \vec{e}' (fig.(III.7)).

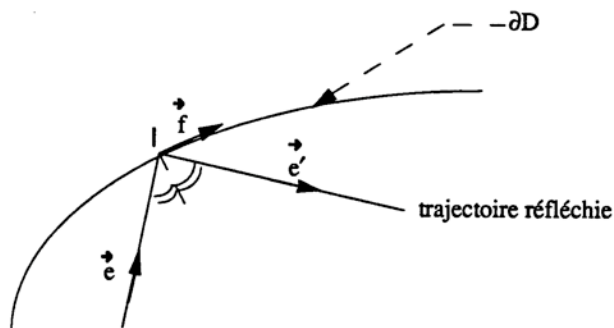


Figure (III.11) : réflexion d'une trajectoire sur la frontière du domaine ∂D .

Si \vec{f} est le vecteur unitaire tangent à la frontière au point I, le vecteur directeur \vec{e}' de la trajectoire réfléchie est calculé par (annexe1) :

$$\vec{e}' = -\vec{e} + 2 \frac{\vec{e} \cdot \vec{f}}{|\vec{f}|^2} \vec{f}. \quad (\text{III.10})$$

2- Translation :

Soit un domaine étendu à l'infini par la translation définie par le vecteur \vec{T} (fig.(III.8)) sur sa frontière partielle ∂D_α . Dans ce cas, la frontière ∂D_α est translatée en ∂D_β . Physiquement, ceci traduit qu'un neutron qui atteint la surface ∂D_α , est renvoyé sur la surface opposée ∂D_β .

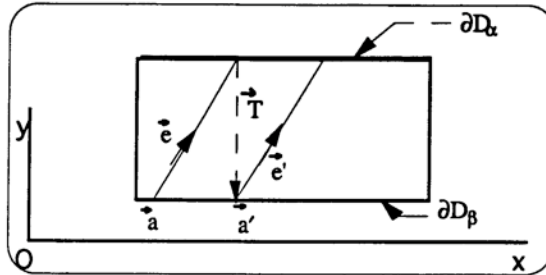


Figure (III.12) : translation de vecteur \vec{T} de la trajectoire $t(\vec{a}, \vec{e})$ sur ∂D .

La trajectoire traduite est bien entendu parallèle à la première et a pour origine \vec{a}' qui vérifie :

$$\vec{aa}' = \vec{T} - \vec{e} .$$

3- Rotation :

Soit un domaine D dont les conditions à la frontière ∂D est la rotation d'angle θ autour du point $\vec{O}(x_0, y_0)$. Ce la veut dire que tous les neutrons qui atteignent ∂D rentrent de nouveau dans D en subissant une rotation d'angle θ autour du point \vec{O} .

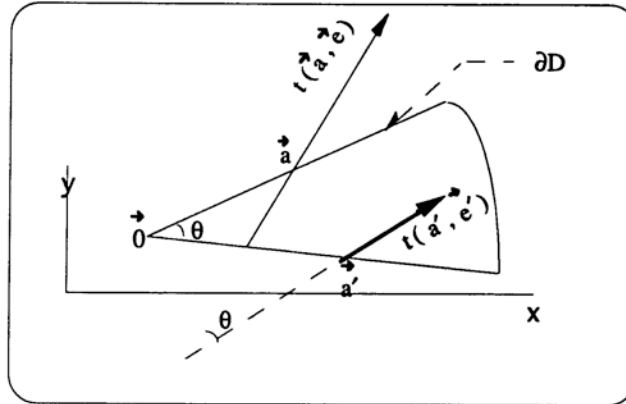


Figure (III.13) : rotation d'un angle θ , de la trajectoire $t(\vec{a}, \vec{e})$ sur ∂D .

La nouvelle trajectoire $t(\vec{a}', \vec{e}')$ est alors déduite de la première $t(\vec{a}, \vec{e})$ par le changement de variables suivant :

$$\begin{cases} x' = (x - x_0) \cos \theta + (y - y_0) \sin \theta \\ y' = (y - y_0) \cos \theta - (x - x_0) \sin \theta \end{cases} \quad (\text{III.11})$$

où $\vec{r}(x,y)$ et $\vec{r}'(x',y')$ sont les points courants respectifs de la trajectoire initiale et de sa transformée .

III.2.4.b. Intersections trajectoire-élément du domaine

Le calcul d'une trajectoire qui relie les régions i et j du domaine D (fig.(III.10)) consiste à déterminer l'ensemble des grandeurs qui la caractérisent (équation (III.5)). Pour ce faire, on commence d'abord par calculer les points d'intersection entre la trajectoire et les éléments du domaine qu'elle intercepte. Chaque élément intercepté est identifié par les paramètres réels et entiers présentés dans le paragraphe précédent. Quant à la trajectoire, elle est définie comme étant l'ensemble des points \vec{r} tels que : $\vec{r} = \vec{a} + l\vec{e}$, où \vec{a} et \vec{e} désignent respectivement l'origine et le vecteur directeur de la trajectoire et où l est la longueur parcourue par le neutron de \vec{a} au point \vec{r} .

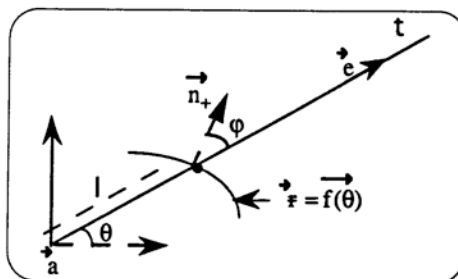


Figure (III.14) : Intersection trajectoire - élément du domaine D.

Le point d'intersection est calculé par le système :

$$\vec{a} + l\vec{e} = \vec{f}(\theta) . \quad (III.12)$$

Il en résulte alors :

- la longueur l parcourue par le neutron jusqu'à sa collision (point d'intersection).
- l'angle θ qui caractérise ce point de l'élément (fig.III.14).
- l'angle φ que fait la trajectoire du neutron avec la normale sortante de l'élément.

Une des difficultés rencontrées lors de ces calculs est le cas où la trajectoire intercepte simultanément deux éléments (fig.(III.15)). La solution que nous adoptons dans ce cas consiste à déplacer la trajectoire d'une distance ϵ et de recalculer le point d'une façon similaire à la figure précédente.

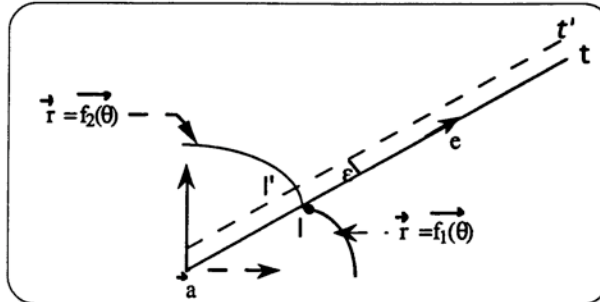


Figure (III.15) : Intersection d'une trajectoire avec plus d'un élément .

III.2.4.d. Choix des paramètres d'intégration

Nous avons cité dans le chapitre précédent quelques problèmes que pourrait entraîner l'emploi des paramètres de quadrature ($\Delta R, \Delta \Phi$) notamment pour un domaine dont les dimensions des régions ne sont pas comparables : c'est le cas d'un domaine contenant des "petites" régions.

La solution la plus évidente pour que le maillage élaboré traverse toutes les régions du domaine (donc pour qu'il tienne compte de toutes les interactions possibles) est d'augmenter le nombre d'orientations $N\Phi$ des trajectoires ou bien de diminuer la distance entre les trajectoires ΔR . Néanmoins, un maillage d'intégration trop fin induirait un temps de calcul prohibitif et une bonne optimisation des paramètres de quadrature demeure délicate.

C'est dans cette optique et donc dans le but d'assurer un bon rapport "coût / précision" que nous avons adopté, dans le cas "multimacros", une option permettant la lecture d'un paramètre radial par macro-région.

En l'absence de cette dernière, le code calcule la valeur par défaut en fonction de la géométrie de la macro-région considérée. La valeur par défaut que nous avons adoptée pour chaque macro, est une fonction du volume de la plus petite région qu'elle renferme :

$$\Delta R_{\text{macro}} = k \frac{\sqrt{V_{\text{min}}}}{N}, \quad (\text{III.14})$$

où k est une constante inférieure à 1 imposée par l'utilisateur et N est le nombre de régions par macro-région.

De plus, quelle que soit l'option de calcul des P_{ij} (TDT ou TDT_{macro}), dans le cas d'un domaine présentant une symétrie interne, nous avons introduit un facteur qui permettrait de translater légèrement les trajectoires obtenues par la symétrie en question. En procédant ainsi, nous évitons la redondance des liaisons entre sous-domaines (régions /surfaces) au profit des interactions qui n'auraient pas été prises en compte.

III.3. Intégration dans APOLLO2

Dans le cadre de la géométrie générale, la matrice des diverses probabilités de collision P_{ij} est calculée numériquement, à l'aide du développement *TDT*, qui englobe une série de programmes en fortran 77. Un programme principal, programmé en *ESOPE* (voir annexe 2) et qui appelle les différents sous-programmes *TDT*, assure l'interface entre *APOLLO2* et *TDT*.

La géométrie est définie par le module *GEOM*. Quant au tracé des trajectoires et au calcul des P_{ij} , ils sont effectués à l'aide du module *PIJ*. C'est pourquoi, dans le cadre de la géométrie générale, nous avons été conduits à développer en *ESOPE* la routine *GXYGEN*, qui assure le lien entre la définition du domaine géométrique par *APOLLO2* et par *TDT*.

En ce qui concerne le calcul du maillage d'intégration et de la matrice des probabilités de collision générées par ce dernier, la routine *PIJGEN* constitue, d'une manière analogue, l'interface entre *APOLLO2* et *TDT*.

Comme il a été mentionné au début de ce chapitre, le calcul du flux neutronique multigroupe nécessite la fabrication d'une série d'objets (voir annexe 2), liés chacun à un module d'*APOLLO2*. Dans le cadre de la présente étude, seuls les objets "*GEOMETRI*" et "*PIJ*" sont affectés.

On peut schématiser l'organigramme général relatif au calcul des probabilités de collision pour la géométrie générale x-y dans *APOLLO2* par la succession logique des trois organigrammes reportés sur l'annexe 2 représentant dans l'ordre, la fabrication du domaine géométrique, l'élaboration du maillage d'intégration et le calcul des différentes matrices PC par groupe d'énergie.

L'intégration de *TDT* à *APOLLO2* nous a amenés à définir un nouveau type de géométrie, relatif à la géométrie x-y 2D générale. Ce nouveau développement a entraîné les conséquences suivantes :

- Module *GEOM*, actuel enrichi pour permettre la lecture du dernier type de géométrie : la Géométrie GENérale à deux dimensions X-Y; identifiée par le mot clé : *GGEN*.
- Module *PIJ* actuel, enrichi pour pouvoir calculer les P_{ij} en géométrie générale.

- Modules de sortie⁶ tous adaptés. Seul le module *EQUIGEOM* -permettant de définir des géométries d'équivalence- est modifié.

Nous signalons que l'intégration de la géométrie générale xy n'a entraîné ni la création d'un nouveau module ni de nouvelle structure (annexe 2).

III.3.1. Conséquences sur le module *GEOM, PIJ* et *AUTOP*

Nous présentons dans ce paragraphe les améliorations principales que nous avons apportées aux modules d'*APOLLO2* : *GEOM, PIJ* et *AUTOP* dans le but de pouvoir traiter toute géométrie de type GGEN X-Y. Désignons d'abord, par TDT_{geo} l'ensemble des programmes qui procède à la définition de la géométrie considérée et par TDT_{pij} son équivalent pour les *Pij*.

L'accès à la chaîne de programmes composant TDT_{geo} nous a amenés à écrire en *ESOPE* (voir annexe 2) un programme d'interface *GXYGEN* qui établit le lien entre le module *GEOM* et la partie TDT_{geo} .

Il en est de même pour l'interface *PIJGEN* qui assure le couplage entre le calcul des matrices PC par TDT_{pij} et le module *PIJ* d'*APOLLO2*. Nous pouvons représenter d'une façon schématique le procédé de calcul par la figure (III.16).

Une présentation détaillée du contenu des étapes TDT, ainsi que de celui des interfaces est décrite dans l'annexe 2. Un jeu de données *APOLLO2* pour la géométrie générale relatif à un exemple de géométrie simple y est également exposé.

III.3.2. Schéma d'un calcul de transport en géométrie générale

Nous regroupons dans cette section quelques instructions pour l'utilisation d'un calcul de transport effectué par la version enrichie d'*APOLLO2* qui calcule les matrices PC dans une géométrie générale-xy.

Dans un premier temps, nous présentons schématiquement le procédé d'un calcul de transport dans une géométrie de type ggen-xy, via les modules enrichis ci-dessus. Dans le dernier paragraphe, nous exposons les difficultés qu'il est possible de rencontrer dans certaines applications de cette géométrie et qui sont principalement d'ordre numérique.

⁶ modules permettant de sortir, en fin de calcul, les taux de réactions, les sections macroscopiques condensées en énergie, etc ...

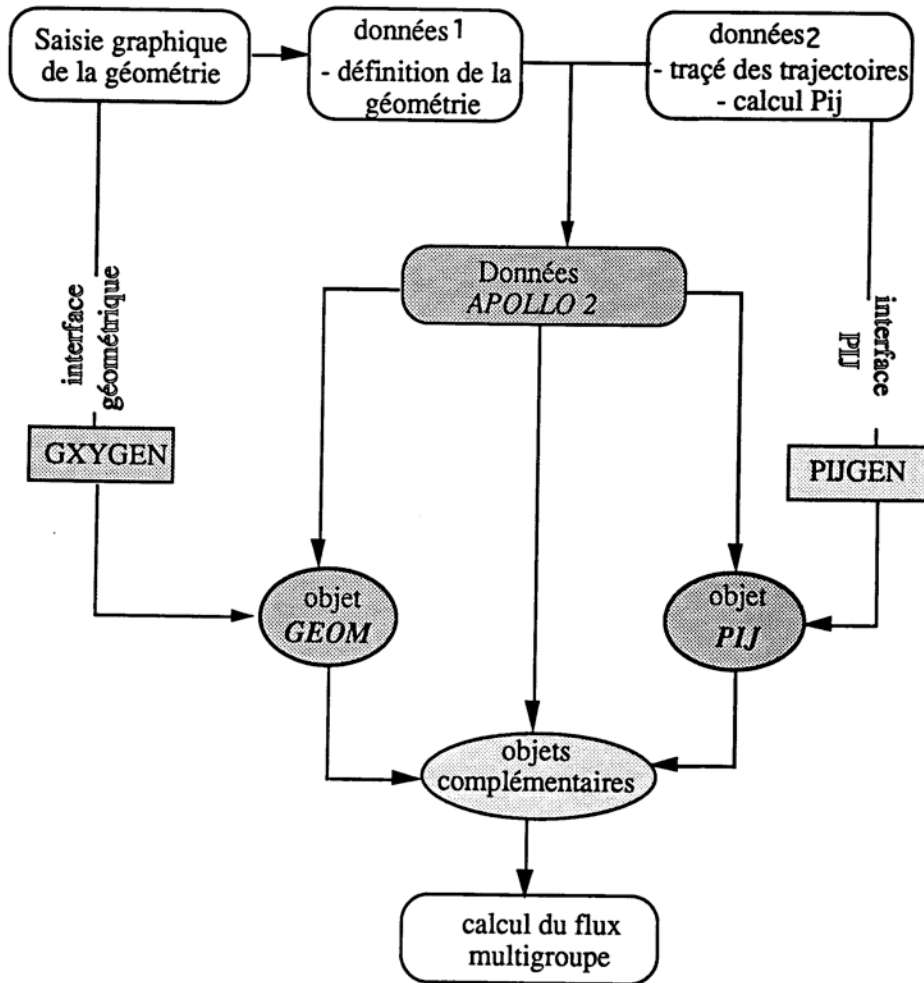


Figure (III.16) : Schéma simplifié d'un calcul de flux multigroupe, en géométrie générale xy.

III.3.3. Difficultés numériques

Les difficultés rencontrées lors des calculs de flux multigroupe par ggen-xy sont généralement associées à l'intégration numérique des éléments de matrices PC. Elles ne sont donc pas spécifiques à la géométrie générale mais plutôt étroitement liées à toutes les méthodes de transport calculant le flux par les matrices des PC. La difficulté principale de ces méthodes est la troncature numérique imposée dans les calculs ; autrement dit, le choix de la quadrature utilisée. En ce qui concerne la géométrie générale, nous avons opté pour la quadrature numérique des

rectangles caractérisée par un pas radial ΔR et angulaire $\Delta\Phi$, comme c'est le cas dans MARSYAS. Il est évident que les volumes et les surfaces calculées numériquement sont généralement différents des volumes et surfaces calculés d'une façon "exacte", autrement dit, en utilisant les équations des différents éléments contenus dans le volume ou la surface en question.

Théoriquement, plus le nombre de lignes d'intégration est important, plus l'écart entre les valeurs calculées et les valeurs réelles est négligeable. Nous constatons néanmoins, dans certains cas, qu'un nombre trop élevé de trajectoires peut déstabiliser les résultats "convergés". Ceci est probablement dû, d'une part, aux erreurs accumulées induites par la troncature imposée aux fonctions de Bickley et d'autre part, à la coupure des lignes d'intégration qui devraient être de longueur infinie.

Pour pallier ces difficultés d'ordre numérique, nous avons vu dans le paragraphe II.5.3, que nous renormalisons toutes les matrices PC, de façon à assurer la conservation des neutrons (équations (I.32) et (I.33)). Néanmoins, cette correction demeure insuffisante car nous remarquons que dans certaines géométries, l'uniformité des courbes de convergence ne croît plus avec le raffinement des paramètres d'intégration. Un exemple est illustré dans le chapitre IV.

Afin d'assurer des résultats convergeant d'une manière plus uniforme, nous avons implanté un deuxième type de normalisation spécifique aux lignes d'intégration. L'intérêt est de satisfaire la conservation exacte des volumes dans toute la géométrie. Le principe de la méthode consiste simplement à recalculer les longueurs de chaque morceau de trajectoire interceptant une région de volume V_i , de manière à préserver les volumes exacts. Le but est donc de satisfaire l'égalité : $V'_i = V_i$ où V'_i et V_i désignent respectivement les volumes numérique et exact de la région interceptée i . Comme V'_i est calculé par : $V'_i = \sum \Delta R T'_i$, la longueur corrigée doit donc satisfaire : $T_i = \frac{V_i}{V'_i} T'_i$.

Avec une telle correction, nous espérons gagner de la précision tout en utilisant des formules de quadrature moins précises.

Chapitre IV

TESTS NUMÉRIQUES :

**VALIDATION DE LA GÉOMÉTRIE GÉNÉRALE DANS
APOLLO2**

Dans ce chapitre nous allons présenter et analyser les résultats issus de tests numériques que nous avons effectués dans le but de valider le calcul du flux multigroupe par la méthode des probabilités de collision calculées dans la géométrie ggen-xy (géométrie générale à deux dimensions : xy).

Nous pouvons répartir ces tests numériques en deux catégories : dans la première, nous validons nos résultats (obtenus par ggen-xy dans *APOLLO2*) en les comparant à ceux obtenus par la méthode de référence *MARSYAS*, qui rappelons le, calcule dans une géométrie régulière, les matrices des probabilités de collision d'une manière "exacte" à deux dimensions.

La deuxième partie comprend des tests de convergence (sur le facteur de multiplication infini), pour les deux codes, en fonction des deux paramètres d'intégration numérique ΔR et $\Delta \Phi$. Nous étudions également l'allure des courbes de convergence relatives aux deux calculs. Nous allons montrer, via une inter-comparaison de ces courbes, qu'au fur et à mesure que nous raffinons la formule de quadrature, l'uniformité de la convergence est mieux respectée pour la géométrie générale xy que pour la géométrie régulière xy. De ces courbes, nous allons déduire une stabilisation plus rapide de la valeur "convergée" du k_{∞} dans les calculs effectués par *TDT*. La fin de ce chapitre comportera une comparaison entre les temps de calcul, concernant les étapes géométrique et multigroupe, pour les deux codes.

Avant d'exposer les résultats, nous allons décrire sommairement les considérations générales que nous avons prises en compte tout au long de nos calculs.

Nous avons réalisé tous les tests de validation ou de qualification de la géométrie générale xy à l'aide des modules enrichis d'*APOLLO2*, sur les ordinateurs CRAY-1 et CRAY-2. Pour valider *TDT*_{exact}, les calculs de référence concernant les probabilités de collision ont été effectués par le module *MARSYAS*. Quant à l'option approchée ou "*multimacro*" traitée par *TDTmacro*, nous l'avons comparée à un calcul multicellule tout en sachant que ce dernier est plus approximatif (voir Annexe 1).

Tout au long de ce chapitre, les résultats d'un calcul *TDT* en géométrie générale seront dénotés par le type de géométrie traitée. Ainsi, nous désignons par ggen-xy un calcul *TDT*, tandis que la géométrie régulière xy traitée par *MARSYAS* sera notée tout simplement xy.

IV.1. Test préliminaire d'une cellule combustible purement réfléchie

Le premier test de validation de la géométrie générale x-y que nous avons effectué correspond à la géométrie élémentaire d'un réseau REP, c'est à dire une cellule combustible à trois régions comprenant le combustible UO₂, enrichi à 3.2 % , la gaine et le modérateur (eau légère).

IV.1.1. Calcul à un groupe d'énergie

Tout d'abord, afin de vérifier le calcul de la matrice des probabilités de collision, un calcul de flux à un groupe d'énergie était suffisant pour montrer la validité de la matrice PC d'ordre 3*3 et donc celle de la méthode *TDT* intégrée dans le code *APOLLO2*.

Pour ce faire, nous avons imposé une source, dans le modérateur, correspondant à 1 neutron par cm³. Le flux monocinétique est alors calculé directement par l'équation (II.3) dont le deuxième membre est réduit au terme source seulement : $L\Phi = S$. Cette équation est résolue en utilisant la voie 1 (problème à source) du schéma (II.3), par inversion directe de l'opérateur L.

Le jeu de sections efficaces considéré pour tous les tests en théorie monocinétique dans ce chapitre, a été obtenu par condensation de celles issues d'un calcul à 99 groupes d'énergie, sur une cellule combustible en réseau infini et est défini ainsi :

$$\text{combustible} \begin{cases} \Sigma_a = 7 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} \\ \Sigma_s = 4,2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}^{-1} \\ \Sigma_f = 0,44 \text{ cm}^{-1} \end{cases} \quad \text{gaine} \begin{cases} \Sigma_a = 1,88 \text{ cm}^{-1} \\ \Sigma_s = 3,8e^{-2} \text{ cm}^{-1} \end{cases} \quad \text{eau} \begin{cases} \Sigma_a = 2,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm}^{-1} \\ \Sigma_s = 1,1982 \text{ cm}^{-1} \end{cases}$$

Le calcul est effectué par l'option exacte qui consiste à construire la matrice PC d'ordre 3*3. Cette dernière a été comparée à celle obtenue par le module *MARSYAS*. Nous avons constaté un très bon accord entre les éléments des deux matrices, l'écart relatif maximum étant de 0,01% et est observé pour la région de volume minimum ; c'est la couronne contenant la gaine. Il n'est donc pas étonnant que cette dernière soit la cible des imprécisions numériques (voir paragraphe §.II.3.2).

En ce qui concerne l'étude de la convergence du flux calculé avec les deux méthodes, cet exemple s'avère néanmoins sans grand intérêt, vu que les 3 régions de la cellule présentent à peu près la même valeur de flux et que cette valeur demeure inchangée bien que l'on raffine la formule de quadrature. La stabilisation à la valeur asymptotique du flux a été immédiate. En effet, nous avons constaté qu'avec la première formule de quadrature (0.4,6) la valeur du flux a déjà convergé : en raffinant la quadrature, on obtient la même valeur asymptotique (aussi bien pour *TDT* que pour *MARSYAS*) pour tous les paramètres ΔR pris entre 0,4 et 0,05 à nombre

d'angles fixé à 6, 12, puis 24.

IV.1.2. Calcul à 99 groupes d'énergie

Les propriétés neutroniques des différents milieux sont fournies par la bibliothèque usuelle des sections efficaces microscopiques à 99 groupes d'énergie : CEA86.

Il faut rappeler que tout calcul de flux dans *APOLLO2* est généralement précédé par un calcul d'autoprotection (voir annexe 1).

Signalons que l'autoprotection est obligatoire dans le cas d'une comparaison entre les résultats d'un code et ceux provenant d'une expérience. Dans notre cas, qui consiste en une comparaison entre deux codes, un calcul sans autoprotection aurait été suffisant pour valider le calcul des probabilités de collision dans les deux géométries d'*APOLLO2* : *ggen-xy* et *xy* (régulière). Dans le cas de la cellule, les calculs ont été effectués sans autoprotection, mais dans tous les tests numériques (concernant le motif 3*3 cellules) nous autoprotégeons les isotopes lourds afin de valider par la même occasion le formalisme d'autoprotection dans *APOLLO2* plus particulièrement appliqué à la géométrie générale.

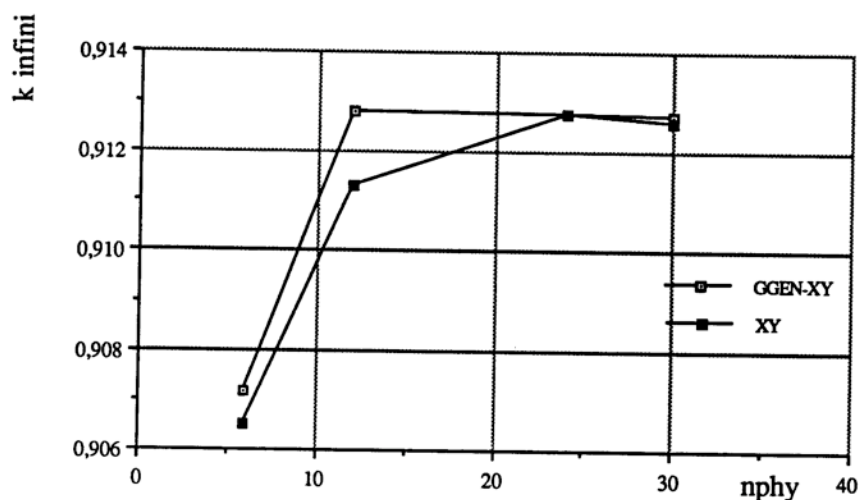


Figure (IV.1) : Variation de K_{∞} en fonction du nombre d'angles à $\Delta R = .05$, pour une cellule combustible REP.

Une deuxième étude paramétrique, qui converge moins rapidement que la première, consiste à fixer la distance radiale ΔR et à observer le comportement du facteur de multiplication infini k_{∞} en fonction du nombre d'orientations des trajectoires (voir fig.(IV.1)).

Nous avons ensuite procédé au calcul du flux multigroupe et au coefficient du facteur de multiplication infini k_{∞} . La figure (IV.1) montre la variation de k_{∞} au fur et à mesure que l'on augmente le nombre d'angles et nous remarquons d'abord, une allure globalement identique aux deux calculs, ensuite **une stabilisation plus rapide de la valeur en géométrie générale (TDT) qu'en géométrie régulière (MARSYAS).**

L'écart relatif maximum est de 131 pcm¹ et est observé pour la quadrature correspondant à $\Delta R = .05$ et $N_{\Phi}=12$. Néanmoins, à la convergence des deux valeurs, autrement dit pour $\Delta R = .05$ et $N_{\Phi}=24$, cet écart se réduit à 4 pcm. Nous avons effectué un calcul supplémentaire correspondant à $N_{\Phi}=30$, dans le but de s'assurer de la convergence de k_{∞} par les deux méthodes, pour $N_{\Phi}=24$.

Pour mieux confirmer la validation de nos résultats, nous avons effectué d'autres calculs en doublant la précision radiale (passage de $\Delta R=.05$ à $\Delta R=.025$) :

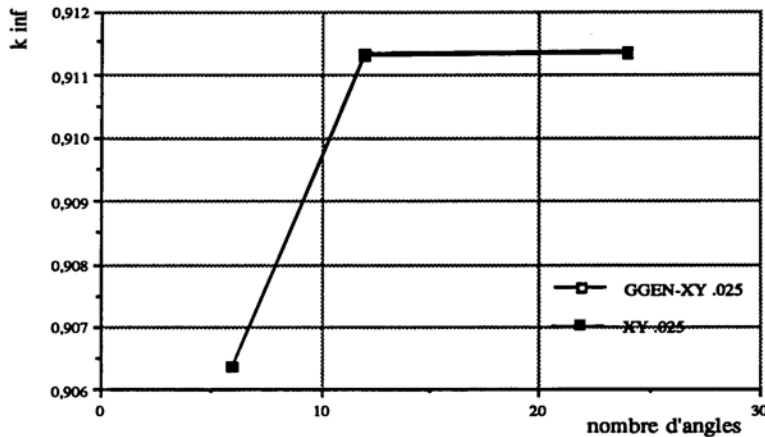


Figure (IV.2) : Variation de k_{∞} en fonction du nombre d'angles à $\Delta R=.025$.

Les courbes représentant les différentes valeurs de k_{∞} se superposent à 1 pcm près pour un nombre d'angles égal à 6 ($k_{\infty}(\text{gen-xy})=0,90636$ et $k_{\infty}(\text{xy})=0,90637$). La différence maximale (4 pcm) est observée pour $N_{\Phi}=24$. Quant à la stabilisation des résultats, elle est rapide et identique pour les deux calculs. La valeur de k_{∞} a convergé pour la formule ($\Delta R=.025$, $N_{\Phi}=12$), à précision égale à la précédente : ($\Delta R=.05$, $N_{\Phi}=24$).

¹ pcm (pour cent mille) = unité 10^{-5} .

D'une façon générale, nous constatons que quelle que soit l'étude paramétrique employée pour augmenter le nombre de lignes d'intégration, le cas simple d'une cellule à trois régions, converge très rapidement, en utilisant aussi bien la méthode de référence *MARSYAS* que la nouvelle méthode *TDT*. De ceci, nous déduisons que la convergence d'un calcul de transport, basé sur le calcul numérique des probabilités de collision **dépend fortement de la géométrie** de calcul. C'est pourquoi, nous avons choisi comme géométrie de référence, une géométrie plus représentative ; c'est le cas d'un motif REP hétérogène, à neuf cellules avec un tube d'eau central. C'est l'objet du paragraphe suivant.

N.B : Concernant le calcul de référence Marsyas, aucune symétrie interne n'a été déclarée. C'est pourquoi le pas radial est identique pour les deux calculs.

IV.2. Motif REP 3*3 cellules

La géométrie que nous avons donc utilisée à ce stade de validation - utilisant *MARSYAS* comme module de référence est à un motif typique REP composé de 3*3 cellules combustibles, exceptée la cellule centrale contenant le tube guide immergé dans l'eau (voir figure (IV.3)). Vu les symétries par rapport aux axes O_x , O_y et à la diagonale, nous avons réduit la géométrie au huitième du motif, auquel on impose les conditions de réflexion de part et d'autres des axes C_L .

Pour des raisons que nous avons citées dans le paragraphe IV.1.2, nous nous sommes contentés d'autoprotéger dans les deux calculs (*TDT* et *MARSYAS*), les isotopes U238, U235 et ZR91 (composant principal de la gaine et du tube-guide), dans un réseau infini.

Le maillage spatial de calcul que nous avons adopté est le maillage de base qui coïncide avec les régions définissant les milieux ; il s'agit de la subdivision naturelle du domaine pour laquelle à chacune des mailles du domaine réduit, on associe une région (point de calcul du flux). La géométrie de calcul comporte donc 9 régions que nous avons numérotées d'une manière identique à celle de *MARSYAS*. Autrement dit et comme l'indique la figure (IV.3), dans l'ordre croissant des rayons associés à chacune des régions, en commençant par la cellule d'eau centrale. Procédant ainsi, l'ordre de normalisation des P_{ij} , par les deux méthodes est identique (voir figure (II.8)).

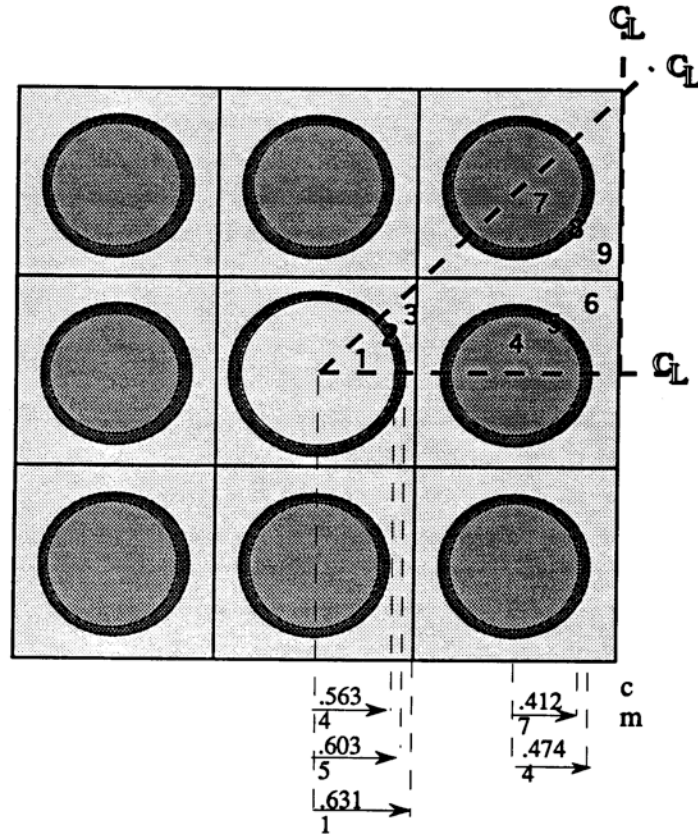


Figure (IV.3) : Motif REP (3*3) cellules combustibles UO2 enrichi à 3.2%, avec trou d'eau central.

Nous disposons de 6 milieux physiques que nous associons aux différentes régions comme suit :

La cellule centrale contient dans l'ordre croissant des rayons, eau, tube-guide, eau. Aux deux cellules combustibles, on associe les milieux : combustible UO2 enrichi à 3.2%, la gaine constituée principalement de zirconium et finalement le modérateur qui est l'eau légère.

Les lignes d'intégration sont tracées avec un pas radial de 0,05 cm pour la géométrie générale et .025 pour la géométrie xy (voir la remarque du § IV.2.2) et un nombre d'orientations de 12 dans l'intervalle $[0, \pi/2]$; ce qui génère au total 1158 trajectoires en géométrie générale et 1161 pour la géométrie xy.

Afin de valider le calcul des probabilités de collision dans une géométrie qui présente des hétérogénéités (trou d'eau avec tube guide sans absorbant), nous avons commencé par un calcul

en théorie monocinétique. En adoptant la numérotation des régions correspondant à la figure (IV.3), les valeurs de flux moyen par région sont calculées en inversant directement l'équation discrétisée de transport par : $\vec{\Phi} = (V - (PC)\Sigma_s)^{-1}\vec{S}$, les vecteurs ont pour dimension le nombre de régions. PC est la matrice de collision 9*9. V et Σ_s représentent ici les matrices diagonales dont les éléments correspondent respectivement aux volumes et aux sections efficaces de scattering des 9 régions. S comprend les valeurs de la source de neutrons imposée dans chaque région. S=1 n/cm³ dans le modérateur (régions 1, 3, 6 et 9).

Les valeurs du flux monocinétique moyen par région traversée selon l'axe Ox sont reportés dans le graphique (IV.4). D'une part, la courbe relative à la géométrie générale montre bien la dépression du flux dans le combustible traversé (région 4), ainsi que les remontées de flux dans

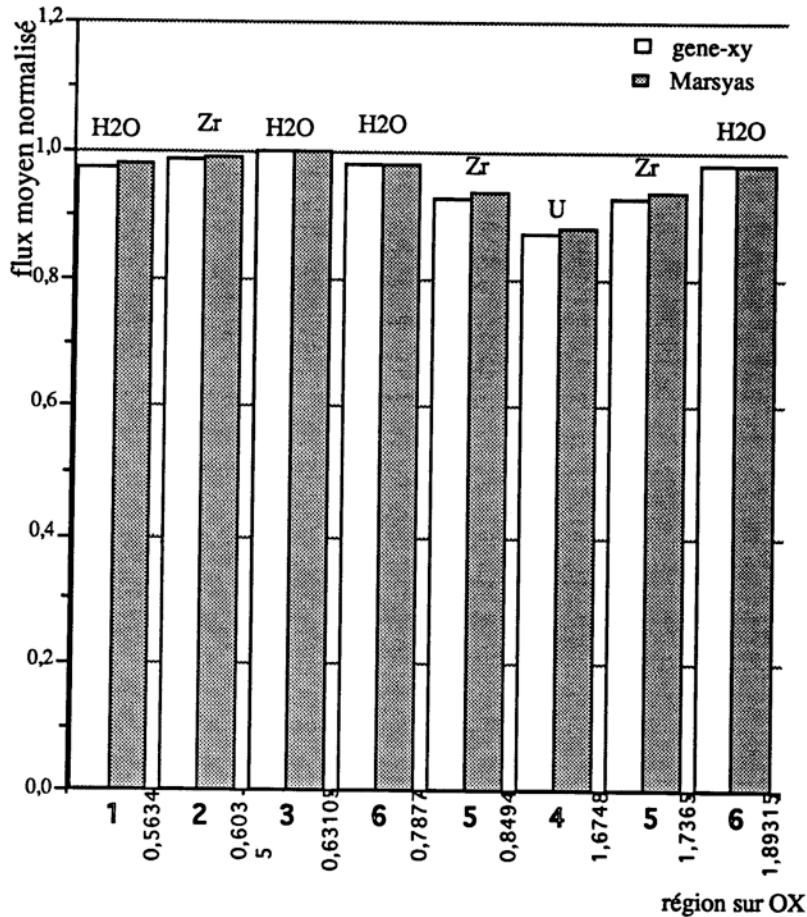


Figure (IV.4) : Traverse selon Ox du flux à un groupe d'énergie dans un Motif REP (3*3) cellules combustibles avec trou d'eau central.

l'eau (présence de la source), correspondant aux régions 1, 3 et 6. D'autre part, les deux courbes se superposent presque à quelques écarts près (voir figure (IV.4)).

Pour mieux représenter numériquement la différence entre les flux moyens par région calculés par les géométries : générale xy et régulière xy, les écarts relatifs $\frac{\Phi^{xy} - \Phi^{reg}}{\Phi^{xy}} \%$ dans le 1/8 du motif sont :

Notons que l'écart relatif maximum est évalué dans la région à source de neutrons (eau) et est de l'ordre de 1.7%. Nous avons augmenté la précision en réduisant la distance entre trajectoires de moitié, les résultats demeurent inchangés à 10^{-3} près. Les écarts relatifs obtenus sont du même

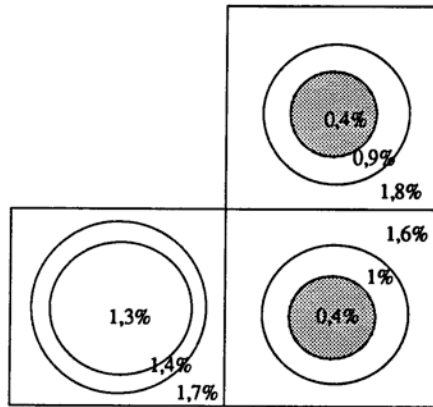


Figure (IV.5) : Erreurs relatives sur les flux monocinétiques calculés par *MARSYAS* et *TDT* dans un Motif REP (3*3).

ordre que ceux issus de la formule de quadrature initiale. Ceci prouve qu'il s'agit bien, pour les deux méthodes, des valeurs "convergées".

Conclusion

Le calcul de flux (donc le calcul des probabilités de collision pour toutes les régions de la géométrie) est validé à un groupe d'énergie, à l'aide la méthode de référence évaluant les P_{ij} à 2D, dans une géométrie xy régulière : *MARSYAS*. Il est donc clair que le calcul multigroupe, lui même un enchaînement de calculs monocinétiques, sera également validé. Cette remarque sera justifiée par la section suivante, dont l'objectif est de montrer la convergence des deux méthodes vers une valeur identique aux imprécisions numériques près.

IV.2.1. Caractéristiques physiques en théorie multigroupe

Les propriétés neutroniques des différents milieux sont fournies par la bibliothèque usuelle des sections efficaces microscopiques à 99 groupes d'énergie : CEA86.

Il faut rappeler que tout calcul de flux dans *APOLLO2* est généralement précédé par un calcul d'autoprotection (voir annexe 1).

Signalons que l'autoprotection est obligatoire dans le cas d'une comparaison entre les résultats d'un code et ceux provenant d'une expérience. Dans notre cas, qui consiste en une comparaison entre deux codes, un calcul sans autoprotection aurait été suffisant pour valider le calcul des probabilités de collision dans les deux géométries d'*APOLLO2* : ggen-xy et xy (régulière). Mais dans tous les tests numériques nous autoprotégeons les isotopes lourds afin de valider par la même occasion le formalisme d'autoprotection dans *APOLLO2* plus particulièrement appliqué à la géométrie générale.

Dans cette partie, nous nous sommes donc contentés d'autoprotéger dans les deux calculs (*TDT* et *MARSYAS*), les isotopes U238, U235 et ZR91 (composant principal de la gaine et du tube-guide), dans un réseau infini.

IV.2.2. Caractéristiques du maillage d'intégration

Nous avons opté pour la coupure optique qui coïncide avec celle imposée par la tabulation des fonctions de Bickley dans *APOLLO2* (voir §.II.3.2). Quant à la coupure géométrique, nous l'avons choisie de façon à simuler approximativement la possibilité pour un neutron, de traverser sans choc, plus d'une dizaine de motifs. Ce qui correspond à : $l_{max} = 100$ cm.

Nous avons vérifié que cette valeur satisfait bien l'inégalité (III.9) pour la valeur minimale de section efficace totale (celle du groupe le plus rapide).

Pour le tracé des trajectoires, nous avons commencé par une formule de quadrature peu précise qui se traduit par un pas radial $\Delta R = 0,4$ cm et un nombre d'angles égal à 6, pris entre 0 et $\pi/2$: c'est à dire un pas angulaire de $\pi/12$ rad. Pour augmenter la précision, nous raffinons la formule de quadrature en diminuant ΔR et en gardant le même paramètre angulaire.

Remarque

Nous avons utilisé les deux méthodes paramétriques pour faire converger la formule d'intégration, autrement dit, pour augmenter le nombre de lignes d'intégration. D'abord, en faisant varier le pas radial et en gardant constant le pas angulaire, ensuite en utilisant le procédé inverse qui raffine le pas angulaire tout en laissant invariant le ΔR . De l'analyse des différentes courbes de convergence issues des deux procédés, nous avons pu déduire que la stabilisation

des résultats par la seconde méthode s'avère lente. Nous avons donc opté pour le premier procédé pour cette étude comparative concernant la convergence des calculs issus des deux codes.

Nous remarquons que pour un domaine étendu à l'infini par une symétrie quelconque (généralement une réflexion) et pour une même formule de quadrature, l'intégration des P_{ij} par *TDT* utilise deux fois plus de trajectoires que *MARSYAS* :

Ceci s'explique par le fait que le maillage d'intégration en géométrie générale est élaboré dans les deux sens (voir figure(IV.6)). Pour une même trajectoire, les contributions $P_{ij}(R, \Phi)$ (voir II.2.1) sont comptées une fois dans la partie droite RRR du domaine de base III (domaine hachuré) et une seconde fois dans la partie gauche LLL. Les points d'intersections entre une trajectoire et un élément du domaine étendu par symétrie sont calculés dans l'ordre :

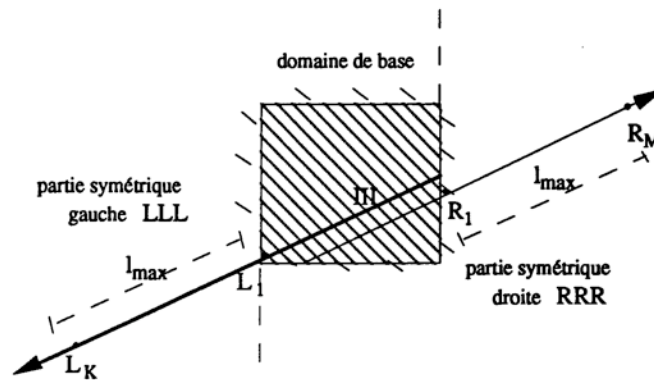


Figure (IV.6) : Une trajectoire au sens de la géométrie générale GGEN - XY est la contribution de 2 demi-trajectoires III - RRR et III-LLL.

I_1, \dots, I_N dans le domaine de base, ensuite de $R_1=I_N+1, \dots, R_M$ où $|R_M - R_1| = l_{max}$. et enfin de $L_1=R_M+1, \dots, L_K$ avec $|L_K - L_1| = l_{max}$.

Quant au maillage d'intégration pour la géométrie xy régulière, tel qu'il est écrit dans *MARSYAS*, une trajectoire est suivie uniquement dans un sens. L'intégration des P_{ij} est étendue par symétrie uniquement à droite du domaine de base (voir fig.(IV.7)). Nous pouvons donc conclure que pour chaque ligne d'intégration, tracée en géométrie générale xy, nous calculons deux fois plus de contributions des P_{ij} , qu'en géométrie régulière xy.

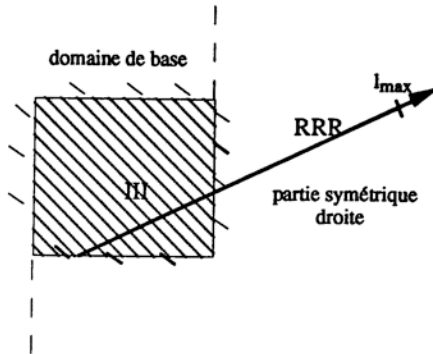


Figure (IV.7) : Trajectoire pour la géométrie régulière xy.

Pour fixer les idées, rappelons que le procédé de calcul de *TDT* (par définition de la géométrie générale) ignore toute symétrie interne.

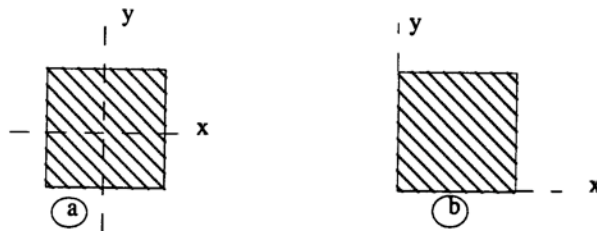


Figure (IV.8) : Géométrie traitée par *MARSYAS* avec et sans symétrie interne.

Quant à *MARSYAS*, conçu pour les réseaux réguliers, utilise les symétries déclarées pour réduire le nombre de lignes d'intégration à tracer.

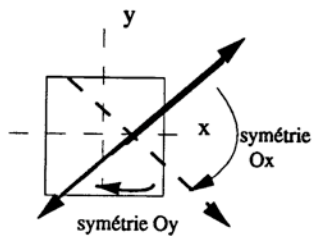


Figure (IV.8)^{bis} : Géométrie traitée par *MARSYAS* avec et sans symétrie interne.

Il faut souligner que dans le cas d'une géométrie dont aucune symétrie interne n'est déclarée (fig.IV.8.b), *MARSYAS* calcule les trajectoires d'une façon similaire à celle de *TDT* (III → RRR et III → LLL). C'est dans ce cas seulement que pour une même formule de quadrature, le nombre de trajectoires est identique pour les deux méthodes.

Nous pouvons donc conclure que pour une comparaison correcte des résultats concernant une géométrie sans symétrie interne (pour *MARSYAS*), il faut comparer les résultats correspondants à une formule de quadrature identique pour les deux codes. Dans le cas contraire, pour avoir la même précision au niveau du calcul des P_{ij} , c'est à dire le même nombre de trajectoires génératrices, il faudrait comparer un calcul *TDT* utilisant les paramètres $(\Delta R, \Delta \Phi)$ avec un calcul *MARSYAS* caractérisé par la quadrature : $(\frac{\Delta R}{2}, \Delta \Phi)$.

IV.2.3. Caractéristiques du calcul des matrices PC

En ce qui concerne le calcul "exact" des matrices PC, seules les probabilités de collision P_{ij} sont à évaluer. En effet, vu les conditions de réflexion spéculaire à la frontière du motif réduit, le neutron qui s'y trouve, continue son parcours rectiligne jusqu'à la coupure géométrique l_{max} imposée ; tout se passe comme si la géométrie de calcul était équivalente à un réseau répétitif de motifs de base. Il y a donc absence de surfaces pour les neutrons et par suite absence de probabilités de fuite et de transmission.

Pour assurer la conservation du système neutronique (équations (I.32) et (I.33)), nous corrigeons les P_{ij} de façon à assurer la conservation des neutrons dans chacune des régions de la géométrie.

Renormaliser les P_{ij} revient à les multiplier par une constante de manière à ce que les nouvelles valeurs recalculées satisfassent les relations de conservation. L'erreur de normalisation, en géométrie générale xy , est évaluée pour chaque groupe d'énergie par $|1 - \kappa_i|$, où κ_i est le rapport entre les valeurs initiale et recalculée de P_{ij} .

L'erreur maximale tolérée par *TDT* est de .05 et dans le cas où elle dépasse cette valeur, un message l'indique, ainsi que le groupe d'énergie en question. Moyennant ceci, l'utilisateur peut diminuer cette erreur en améliorant la précision.

IV.2.4. Présentation des résultats issus des deux codes

Nous avons effectué plusieurs tests en fixant le nombre d'orientations de trajectoires entre 0 et $\pi/2$, tout en faisant varier le pas radial ΔR . Le tableau (IV.1) résume les différentes valeurs du facteur de multiplication infini (rapport du taux de fission sur le taux d'absorption) obtenues par les deux codes et pour des paramètres d'intégration numérique identiques.

IV.2.4.a. Comparaison de $K_{inf}(TDT)$ et $K_{inf}(MARSYAS)$

L'analyse du tableau (IV.1) concernant le calcul du K_{eff} , à 99 groupes d'énergie pour un motif $3*3$ purement réfléchi, par la méthode exacte des PC, ressort deux types de remarques :

D'une part, la valeur du Keff obtenue avec les deux codes sont égales à quelques pcm près. L'erreur relative maximale sur le Kinf (Kinf de référence = KinfMARSYAS) est de 27 pcm. Quant à l'erreur moyenne correspondante elle est de 5 pcm. Pour la formule d'intégration la plus précise (dernière ligne du tableau), l'accord entre les deux valeurs de Keff est très bon : la différence est de 4 pcm.

ΔR	N_{ϕ}	nombre de trajectoires		Kinf	T(tracé) (s)	T(pij) (s)	T total (s)
0,4	12	TDT	140	1,27755	5,7	38	50,2
		MARSYAS	144	1,27737	1,3	33	40
0,2	..	TDT	283	1,27728	11,7	80,9	99
		MARSYAS	288	1,27762	2,5	65	74
0,1	..	TDT	580	1,27744	24	167,5	197
		MARSYAS	583	1,27729	4,9	129	139
0,05	..	TDT	1158	1,27742	48,2	334	389
		MARSYAS	1161	1,27743	9,7	262,3	278
0,025	..	TDT	1647	1,27741	69	477	552
		MARSYAS	1666	1,27745	14,9	383	404

Tab. (IV.1) : Comparaison du Keff obtenus par TDT et MARSYAS pour $N_{\phi}=12$.

D'autre part, le temps de calcul total pour la géométrie générale est comparable à celui effectué par MARSYAS. Ceci est décrit d'une façon plus claire dans le paragraphe (IV.2.4.c). Il faut préciser que ces temps de calcul sont obtenus sur CRAY-1.

IV.2.4.b. Étude comparative de la convergence sur le facteur de multiplication

Le but de cette section est de démontrer la stabilité des résultats obtenus avec la géométrie générale xy dans APOLLO2. Nous avons donc gardé la même géométrie (fig.(IV.1)) mais nous avons élargi l'éventail des paramètres radiaux utilisés. En utilisant le module de calcul complet "exact" des PC (MARSYAS pour la géométrie xy régulière et TDTexact pour la géométrie ggen xy), nous avons regroupé les résultats dans les tableaux (IV.2) et (IV.3).

Nous avons d'abord fixé le nombre d'angles à 6 tout en faisant varier le pas radial de 0,4 à 0,025 dans les deux codes (voir tableau (IV.2)). Nous avons ensuite réduit le pas angulaire de moitié (N_ϕ a doublé) : les résultats obtenus par les deux méthodes sont reportés dans le tableau (IV.3).

ΔR (cm)	N_ϕ	nombre de trajectoires		Kinf	T(tracé) (s)	T(pij) (s)	T total (s)
0,4	6	TDT	70	1,27410	2,9	19,4	28,8
		MARSYAS	72	1,27493	0,7	16,4	23,6
0,2	..	TDT	151	1,27549	6	42	54,4
		MARSYAS	146	1,27540	1,3	33	41
0,1	..	TDT	291	1,27547	12	82	100
		MARSYAS	288	1,27557	2,5	65	74
0,05	..	TDT	495	1,27553	20,3	139,6	166
		MARSYAS	482	1,27554	4,1	109	119
0,025	..	TDT	1001	1,27548	40,8	281,5	328
		MARSYAS	1160	1,27551	9,7	261	277

Tab. (IV.2) : Comparaison du Keff obtenus par TDT et MARSYAS pour $N_\phi=6$.

ΔR	N_{ϕ}	nombre de trajectoires		K_{eff}	$T(\text{tracé})$ (s)	$T(\text{pij})$ (s)	T_{total} (s)
0,4	24	<i>TDT</i>	284	1,27768	12,5	77	90
		<i>MARSYAS</i>	288	1,27753	2,5	65	74
0,2	..	<i>TDT</i>	494	1,27746	21,6	136	163
		<i>MARSYAS</i>	582	1,27752	5	129	140
0,1	..	<i>TDT</i>	1189	1,27749	50,4	315,2	350
		<i>MARSYAS</i>	1156	1,27774	10	257	273
0,05	..	<i>TDT</i>	2348	1,27771	108	657	693,1
		<i>MARSYAS</i>	2314	1,27768	21	534	591
0,025	..	<i>TDT</i>	3910	1,27771	169	1023	1278
		<i>MARSYAS</i>	3925	1,27767	57	815	926

Tab. (IV.3) : Comparaison du K_{eff} obtenus par *TDT* et *MARSYAS* pour $N_{\phi} = 24$.

Les figures (IV.9) à (IV.11) représentent la variation du k_{∞} en fonction du pas radial ΔR , et ce pour un nombre d'orientations de trajectoires fixé. La première courbe correspondant à 6 angles montre un très bon accord du calcul *TDT* (à l'exception du premier point où la précision est minimale) avec celui de *MARSYAS*. L'écart maximum entre les deux calculs est observé pour la formule de quadrature la moins précise ($\Delta R = .4$ et $N_{\phi} = 6$). Ensuite, à mesure que l'on augmente le nombre de trajectoires, les deux courbes tendent pratiquement vers la même valeur asymptotique. La stabilisation a eu lieu un peu plus rapidement pour *TDT* que pour *MARSYAS*.

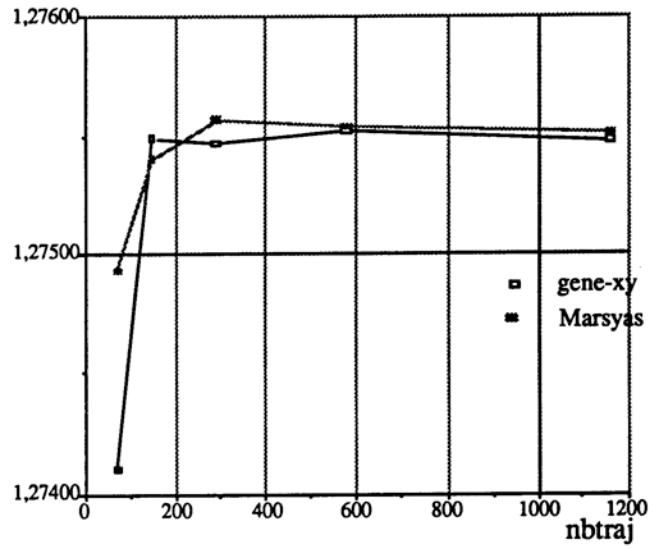


Figure. (IV.9) : Variation du facteur de multiplication infini en fonction de ΔR à $N_{\Phi}=6$.

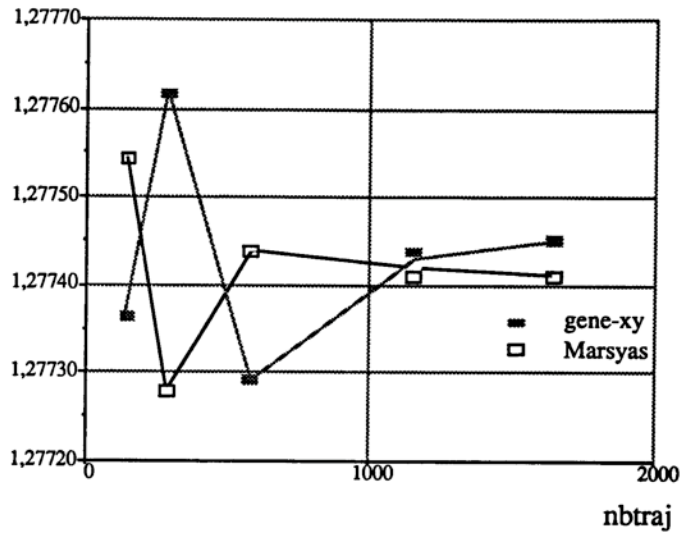


Figure. (IV.10): Variation du facteur de multiplication infini en fonction de ΔR à $N_{\phi}=12$.

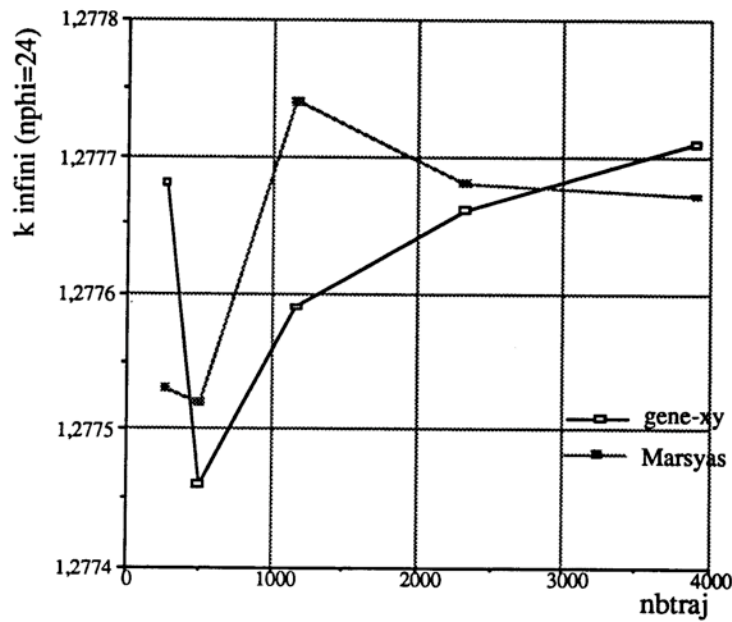


Figure. (IV.11) : Variation du facteur de multiplication infini en fonction de ΔR à $N_{\phi}=24$.

En effet, on remarque que $N_{\Phi}=6$, *TDT* converge sur le k_{∞} dès la deuxième valeur : si l'on désigne par $k_{\infty}^{(i)}$ la i ème valeur du k_{∞} sur la courbe de convergence, la quantité $|k_{\infty}^{(3)}-k_{\infty}^{(2)}|_{\text{gen-xy}} = 2\text{pcm}$. Tandis que pour *MARSYAS*, cette différence est $|k_{\infty}^{(3)}-k_{\infty}^{(2)}|_{\text{xy}} = 17\text{pcm}$.

Les courbes correspondant respectivement au nombre d'angles 12 et 24, sont moins uniformes que la première et présentent quelques oscillations avant de converger sur la valeur du k_{∞} . Ces perturbations montrent que la quadrature utilisant les pas angulaires $\Delta\Phi=\pi/24$ et $\pi/48$ n'est pas bien adaptée pour ce type de géométrie de calcul. Ceci confirme que dans certains cas de figures, plus précisément dans le cas de la géométrie (IV.3), il arrive que la convergence sur le paramètre critique ne soit plus uniforme.

Néanmoins, à partir de la troisième valeur, *TDT* commence à converger : $|k_{\infty}^4-k_{\infty}^3|_{\text{gen-xy}} = 2\text{pcm}$. La courbe devient effectivement plus monotone. Par ailleurs, cet écart est plus important dans le calcul *MARSYAS* où $|k_{\infty}^4-k_{\infty}^3|_{\text{xy}} = 14\text{pcm}$.

IV.2.4.c. Inter-Comparaison des temps de traçage et du calcul multigroupe

Pour fixer les idées, nous présentons d'abord les proportions de temps de calcul qu'occupent l'étape géométrique consacrée au maillage d'intégration, et l'étape multigroupe de calcul des matrices PC. Pour la géométrie régulière xy, le traçage des lignes d'intégrations est effectué par un pourcentage moyen de 3.4% du temps de calcul total (section hachurée de la partie gauche de la figure (IV.12)). Ce pourcentage moyen s'élève à 12.4% pour la géométrie générale (partie droite de la figure).

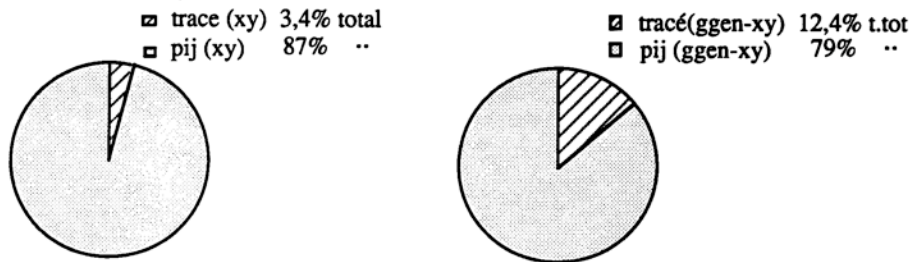


Figure (IV.12) : Temps de traçage et de calcul multigroupe pour la géométrie xy (*MARSYAS*) et la géométrie ggen-xy

En géométrie générale, le traçage des trajectoires occupe donc une proportion (par rapport au temps total de calcul) 4 fois plus importante qu'il occuperait en géométrie régulière. A ce

niveau, nous convergions vers une conclusion que nous avions "prévue" dès le commencement de ce rapport (voir introduction). Il n'est effectivement pas surprenant que dans notre calcul -ou la géométrie est localement définie- le maillage d'intégration soit plus coûteux que dans *MARSYAS*.

Quant à l'évaluation multigroupe des matrices PC, elle occupe en moyenne, 87% du temps total pour un calcul *MARSYAS* et 79% du temps total pour un calcul *TDT*.

De ceci, nous pouvons déduire que la partie multigroupe absorbe pratiquement la même proportion du temps total (à 10% près).

Il importe de noter que les proportions de temps de calculs relatifs au cas de la cellule respectent le même ordre de grandeur que celui du motif 3*3.

Pour une comparaison plus détaillée des différents temps relatifs à *MARSYAS* et à *TDT*, concernant le motif REP, nous avons récapitulé dans le tableau (IV.4) les valeurs du temps de calcul nécessaire pour l'élaboration du maillage d'intégration ainsi que pour le calcul des matrices PC, correspondant au tableau (IV.1) :

Nombre de trajectoires	$\frac{T(\text{tracé}) \text{ gen}}{T(\text{tracé}) \text{ ref}}$	$\frac{T(\text{pij})\text{gen} - T(\text{pij})\text{ref}}{T(\text{pij})\text{ref}} \%$	$\frac{T(\text{tot.})\text{gen} - T(\text{tot.})\text{ref}}{T(\text{tot.})\text{ref}} \%$
142	4,38	15	25,5
285	4,68	24	34
582	4,89	29,8	41
1160	4,97	27,3	40
1657	4,63	25	37

Table. (IV.4) : Écarts relatifs entre les temps d'un calcul *MARSYAS* (*ref*) et *TDT*(*gen*).

Ce tableau résume dans l'ordre, le rapport entre le temps de traçage pour les deux méthodes de calcul, l'écart relatif entre les temps de calcul des Pij et finalement l'écart relatif entre les temps de calcul total.

conclusion

Selon que le calcul est monocinétique ou multigroupe, l'écart sur le temps de calcul total entre *MARSYAS* et *TDT* est différent. En effet, dans le premier cas, la matrice PC est évaluée une

fois. Vu le facteur 4 entre les temps de tracé et le facteur 1/3 entre ceux du calcul P_{ij} , c'est le tracé qui impose l'écart. C'est pourquoi un facteur proche de 4 est retrouvé entre les temps totaux.

En ce qui concerne le calcul multigroupe, le maillage d'intégration n'étant établi qu'une fois, l'écart sur le temps total entre *MARSYAS* et *TDT* est pratiquement proportionnel au temps de calcul des P_{ij} . Il en résulte donc que l'écart relatif moyen que présente le temps de calcul total est de 35%.

IV.3. Conclusion

L'étude comparative (considérant *MARSYAS* comme méthode de référence) sur le test préliminaire calculant le flux monocinétique dans une géométrie de cellule REP, complété par le test calculant le facteur de multiplication infini dans un motif REP à 3*3 cellules, confirme la validité de la version améliorée d'*APOLLO2*, spécifique à la géométrie générale xy.

Cependant, un calcul en géométrie générale xy étant plus coûteux (de 35% en moyenne) par rapport à un calcul *MARSYAS*, il est, bien entendu, conseillé de garder ce dernier pour les calculs de transport dans une géométrie régulière xy.

Des applications à des géométries particulières peuvent nous permettre de donner un aperçu sur la gamme de problèmes plus complexes, résolus par la géométrie générale dans *APOLLO2*. Ceci fait partie de la qualification de la géométrie générale qui est l'objet du chapitre V.

Chapitre V

TESTS NUMÉRIQUES :

**QUALIFICATION DE LA GÉOMÉTRIE GÉNÉRALE DANS
APOLLO2**

L'objet de ce chapitre est d'effectuer un calcul de transport neutronique sur des assemblages présentant une géométrie générale xy, ne pouvant pas être traitée "exactement" à deux dimensions par la méthode *MARSYAS* d'*APOLLO2*.

Nous exposons les résultats issus de plusieurs tests sur des géométries complexes, dans le but de qualifier la version améliorée du calcul du flux neutronique dans *APOLLO2* par la méthode des PC, calculées dans la géométrie ggen-xy.

Dans le premier test de qualification, nous calculons le flux neutronique à un groupe d'énergie, dans une partie d'assemblage hexagonal sous-modéré, purement réfléchi. Nos résultats seront comparés à la fois à ceux d'un calcul Monte Carlo et aussi à ceux obtenus par une approximation *MULTICELL*.

Nous traitons ensuite, un assemblage à grappe de combustibles, typique d'un réacteur à tube de forcé RBMK. Une comparaison est établie entre nos résultats et ceux fournis par le code de transport *DRAGON* [17].

La part la plus importante de ce chapitre revient aux calculs sur cet assemblage (calcul de flux, d'abord en situation normale, ensuite dans un assemblage vidangé, et surtout de la réactivité positive introduite par l'effet de vide).

L'objectif principal de ce calcul est de valider le calcul des matrices PC par la géométrie ggen-xy dans les milieux vides ou presque vides ($\Sigma \leq 10^{-8} \text{cm}^{-1}$ ou $\Sigma \leq 10^{-5} \text{cm}^{-1}$). Les résultats de référence dont nous disposons, pour ce cas, sont obtenus par un code Monte Carlo de transport multigroupe à 3 dimensions auquel ont été transférées les sections efficaces des milieux présents dans notre géométrie.

Les valeurs des coefficients de multiplication infinis k_{∞} calculés avec la géométrie ggen-xy seront également comparées à celles obtenues avec différentes méthodes (déterministes et Monte Carlo) du code britannique de transport WIMS. Ces calculs seront effectués aussi bien en situation normale du fonctionnement du réacteur RBMK, qu'en situation accidentelle où la densité du caloporteur (eau) est faible, voire nulle.

Le dernier calcul est destiné à qualifier les modules de sortie adaptés à la géométrie générale. Les taux de réactions, telles que la fission dans le combustible, la diffusion dans le graphite y sont calculés. L'effet de structure fine du flux dans cet assemblage y est aussi traité.

Nous finissons cette étude par un calcul de flux à un groupe d'énergie, dans un coeur de réacteur compact, présentant une géométrie complexe, à développantes de cercle. Ne disposant d'aucun résultat de référence à ce niveau, cette étude montrera simplement que la géométrie générale est également opérationnelle dans ce cadre.

V.1. Assemblage hexagonal d'un Réacteur sous-moderé (RSM) :

Il s'agit de la partie centrale d'un assemblage hexagonal délimité par les axes \mathcal{G}_L , le long desquels les neutrons sont supposés réfléchis, d'une manière exacte.

Du fait de la symétrie 1/6 (invariance d'un réseau hexagonal par la rotation $2\pi/6$) et de la symétrie par rapport à la médiane issue du centre et passant par un coté, nous réduisons la géométrie de calcul à un motif représentant 1/12 du domaine initial. C'est la partie hachurée de la figure (V.1).

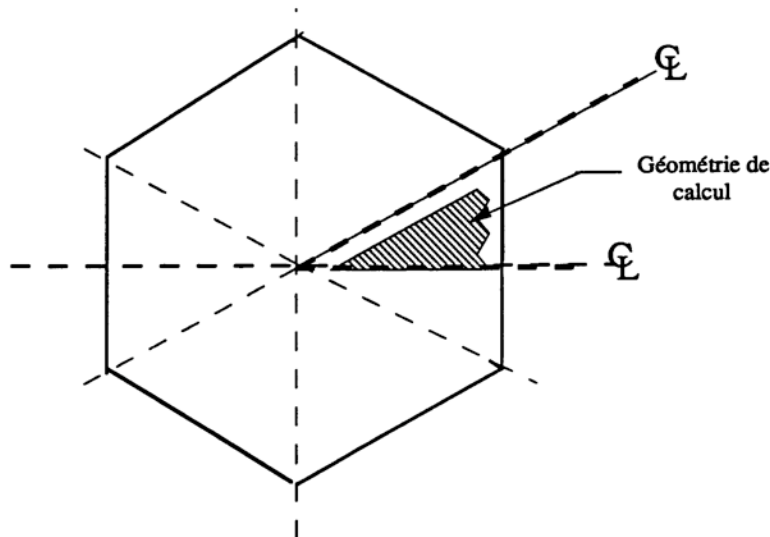


Figure (V.1) : Schéma simplifié d'un assemblage hexagonal RSM (Réacteur Sous Moderé).

Nous nous proposons de calculer le flux à un groupe d'énergie dans cet assemblage en adoptant, d'abord l'option exacte de TDT, et en faisant intervenir, ensuite, la méthode approchée *multimacro*.

Dans un premier temps, nous résolvons un problème de transport à source dans *APOLLO2*. Il s'agit de calculer, dans chaque région, le flux à un groupe d'énergie, avec les sections efficaces du tableau (V.1) et les matrices PC calculées pour toutes les régions. Ceci revient à résoudre l'équation fermée : $L\Phi = S$ (voir éq.(II.3) et schéma (III.3)) où S est la densité de source volumique imposée dans le modérateur et L est l'opérateur qui englobe les effets de transport spatial (P_{ij}) et énergétique (dans ce cas, ce sont seulement les sections de diffusion dans le groupe même).

V.1.1. Caractéristiques géométriques et neutroniques

La géométrie de calcul est représentée par la figure (V.2) et comprend au total 16 cellules

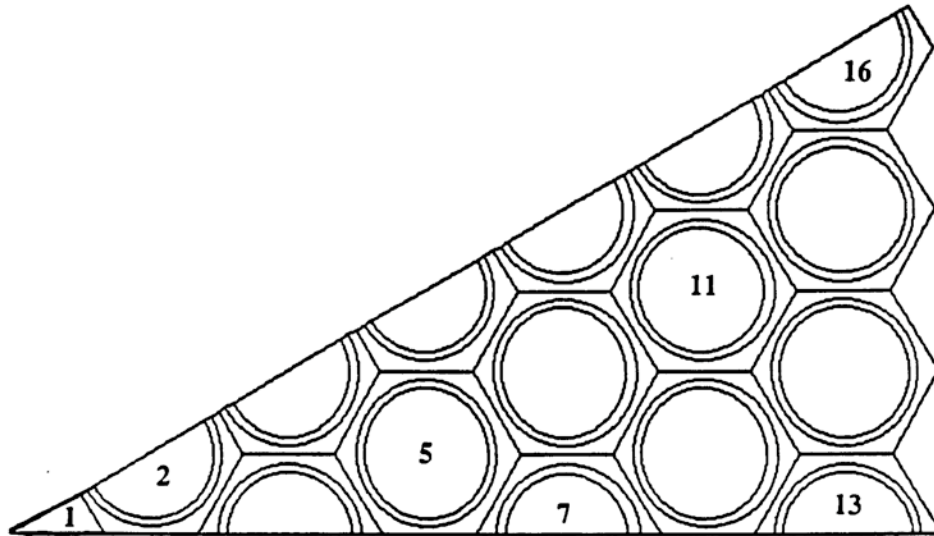


Figure (V.2) : Géométrie hexagonale de calcul.

hexagonales dont on distingue physiquement les 4 types suivants :

- La cellule 1 : trou d'eau central à une région.
- La cellule 7 : tube guide destiné aux barres absorbantes à 3 régions.
- La cellule 13 : combustible fertile à trois régions.

Toutes les autres cellules correspondent aux cellules combustibles typiques .

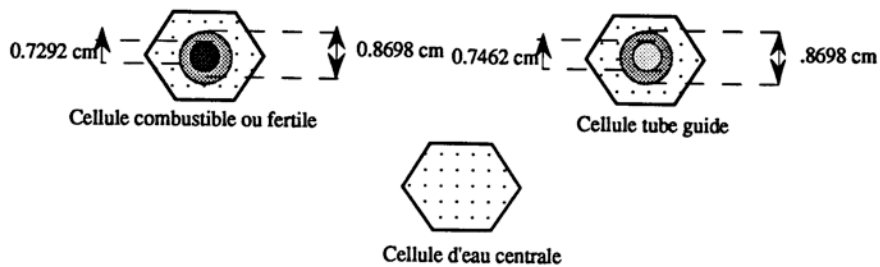


Figure (V.3) : Cellules de la géométrie de calcul.

Dans un premier temps, nous considérons le maillage de calcul le plus simple qui coïncide avec le maillage initial défini par les milieux. Ceci correspond à 46 points de calcul de flux. Pour ne pas embrouiller l'exposé, seuls les résultats relatifs aux cellules 1, 2, 5, 7, 11, 13 et 16 de la figure (V.2) seront commentés. Ce choix a été fait dans le but de tenir compte de toutes les cellules physiques ainsi que de l'influence relative de leur voisinage. En effet, la cellule combustible 2 est adjacente au trou d'eau. La 5 au tube guide. La 13 et la 11 sont équidistantes du tube guide mais la 11 est en plus proche de la cellule fertile.

Une source uniforme et isotrope de 1 neutron par cm^3 est imposée dans le modérateur (eau légère). Nous pouvons donc déjà prévoir un flux plus faible dans la cellule 11 que dans la cellule 13. Il est également évident de s'attendre à obtenir la valeur minimale du flux dans la cellule 16 ; cellule combustible la plus éloignée du tube guide et de la cellule d'eau centrale.

Caractéristiques neutroniques

Signalons que pour un assemblage à faible rapport de modération, le flux neutronique n'a de valeur significative que dans le domaine épithermique. Les sections efficaces à un groupe ont été donc obtenues par condensation sur le domaine épithermique des sections issues d'un calcul multigroupe [18]. Elles sont contenues dans le tableau (V.1).

	eau	Combustible	Combustible fertile	gaine
$\Sigma_t \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	1.0770816	0.677993	0.481599	0.682877
$\Sigma_s \text{ (cm}^{-1}\text{)}$	1.0767	0.44228	0.42592	0.67187

Tab.(V.1) : Sections efficaces à un groupe dans les 4 milieux de l'assemblage RSM.

Caractéristiques du maillage d'intégration

Après l'étude paramétrique usuelle qui porte sur le choix de la formule de quadrature, le tracé des trajectoires a été effectué avec les paramètres correspondant à $\Delta R = 0,03 \text{ cm}$ et au nombre d'angles $N\Phi = 12$ entre 0 et $\pi/2$; soit un pas angulaire $\Delta\Phi = \pi/24 \text{ rad}$. Une telle formule de quadrature engendre 2200 trajectoires. Nous avons considéré une coupure géométrique des lignes d'intégration réfléchies égale à 20 fois la dimension d'un assemblage ; soit $l_{\text{max}} = 100 \text{ cm}$. Quant à la coupure optique, nous avons gardé celle qui correspond à la troncature des fonctions pré-tabulées de Bickley ($\tau_{\text{max}} = 10$) afin de ne pas perdre de précision sur la valeur de ces fonctions, pour des arguments importants.

Nous avons constaté que lors du maillage d'intégration, les volumes "numériques" (évalués numériquement grâce à la formule de quadrature), sont calculés avec suffisamment de précision. En effet, l'erreur relative maximale par rapport aux volumes exacts étant de 10^{-3} et correspond aux cellules 13 et 16 qui occupent les coins de l'assemblage. Quant au calcul de la matrice des probabilités de collision, l'erreur maximale sur la normalisation est de $4.1 \cdot 10^{-4}$. Ceci confirme que, d'une part, les paramètres utilisés pour l'intégration numérique de la matrice PC sont suffisamment précis, et que d'autre part, la conservation du bilan neutronique est bien satisfaite.

Les résultats de référence dont nous disposons sont obtenus par un calcul *Monte Carlo* de transport multigroupe : *TRIPOLI2* [24]. Ce calcul utilise 10000 histoires (équivalent de trajectoire pour TDT) et fournit les résultats avec deux estimations possibles. L'écart type correspondant à notre cas est de l'ordre de 2% pour toutes les régions de la géométrie, à l'exception du tube d'eau central où il vaut 3,76%.

Remarquons également que les valeurs Monte Carlo ont été renormalisées, avant la comparaison, de façon à assurer la conservation du système.

Signalons que jusqu'à présent, dans *APOLLO2*, seules les méthodes *MULTICELL* ou S_N [31] sont capables de fournir une solution approchée du flux dans un assemblage hexagonal.

Pour la qualification de notre géométrie, nous comparerons également nos résultats à ceux qui ont été obtenus par un calcul *MULTICELL* utilisant le modèle des PSS hétérogènes (les probabilités de fuite et de transmission entre interfaces sont calculées dans la vraie géométrie, non cylindrisée) [18].

V.1.2. Résultats du calcul exact

Dans cette partie, les composantes du flux moyen par région de chaque cellule (1,2,5,7,11,13 et 16) sont obtenues par inversion directe de la matrice de collision complète, calculée pour toutes les régions de l'assemblage hexagonal, c'est à dire de rang 46×46 . Le but de ce calcul est de pouvoir situer les valeurs de flux obtenues par TDT et celles issues du calcul *MULTICELL*, par rapport aux valeurs Monte Carlo.

Les différentes valeurs de flux à un groupe d'énergie, avec un source dans le modérateur, sont regroupées dans le tableau (V.2). Pour chacune des cellules précédemment décrites, les flux calculés (par les différentes méthodes) sont reportés dans l'ordre croissant des rayons (région centrale, gaine, eau). Pour la cellule centrale 1, la valeur dans le tableau correspond au flux dans le trou d'eau.

cell	TDT	MULTICELL	MC	$\frac{TDT - MC}{MC} \%$	$\frac{MUL - MC}{MC} \%$
1	3,3999	3,427	3,319	2,4	3,25
2	2,6448	2,673	2,620	0,9	2,02
	2,8087	2,857	2,817	-0,3	1,42
	2,9217	2,917	2,905	0,6	0,41
5	2,5907	2,612	2,610	-0,7	0,07
	2,7540	2,793	2,754	0,01	1,42
	2,8611	2,852	2,863	-0,01	0,38
7	3,3215	3,343	3,349	-0,8	0,18
	3,1440	3,197	3,151	-0,2	1,46
	3,1185	3,095	3,140	-0,7	1,43
11	2,4365	2,444	2,450	-0,6	0,24
	2,5951	2,618	2,588	-0,3	1,16
	2,6937	2,672	2,729	-1,3	-2,09
13	2,8176	2,750	2,891	-2,5	4,88
	2,8774	2,842	2,939	-2,1	3,30
	2,9486	2,849	2,988	-1,3	4,65
16	2,3462	2,348	2,257	4	4,03
	2,4912	2,517	2,371	5,1	6,16
	2,6007	2,569	2,463	5,6	4,3

Tab. (V.2) : Comparaison du flux TDT et MULTICELL par rapport au flux Monte Carlo.

Pour une meilleure analyse de ces résultats, nous avons reporté les valeurs de flux correspondant à la région centrale de chaque cellule (1, 2, 5, 7, 13, 16) dans la figure (V.4) :

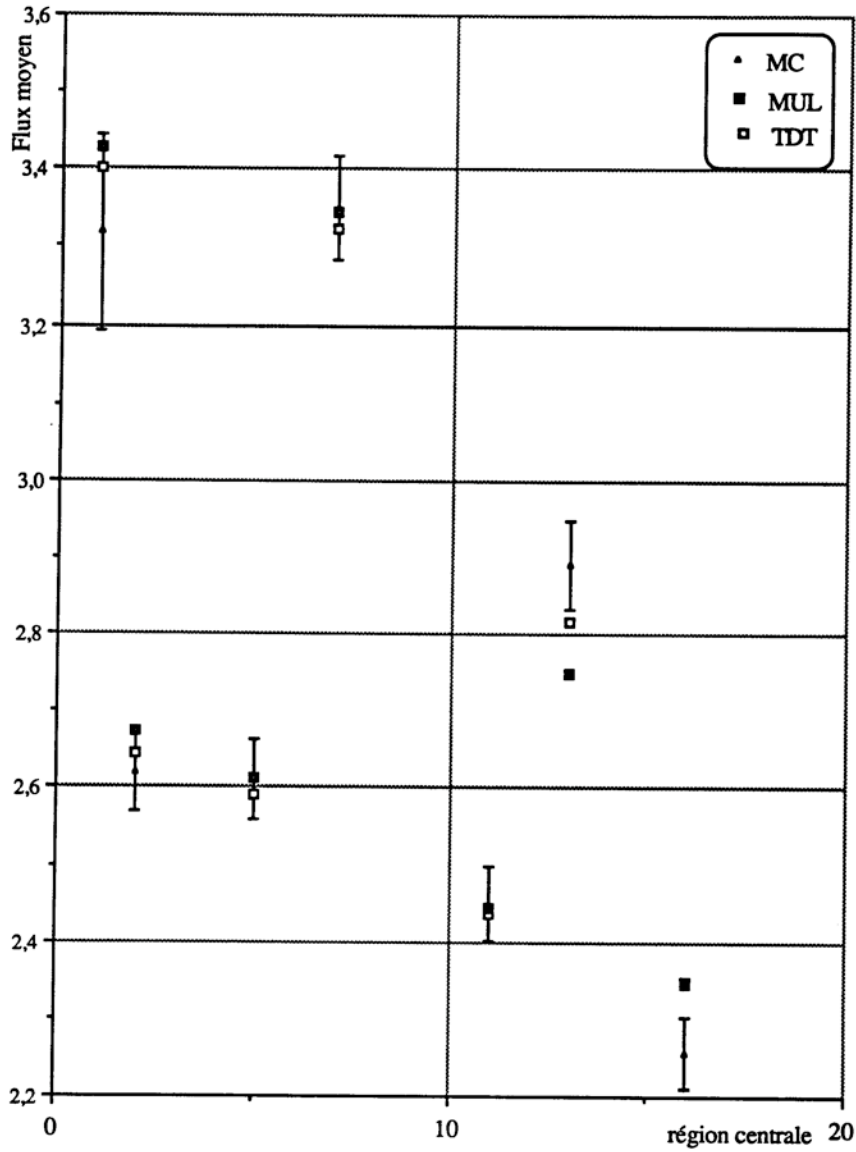


Figure (V.4) : Comparaison du flux TDT et MULTICELL par rapport au flux Monte Carlo.

Les valeurs de flux obtenues par le code Monte Carlo (MC) sont représentées par des points centrés de part et d'autre des bornes inférieures et supérieures associées. Les carrés "creux" et

"pleins" désignent respectivement les résultats *TDT* et *MULTICELL*.

De ce graphique, nous dégagons deux points importants:

1- Très bon accord entre les résultats TDT et ceux du calcul Monte Carlo, à l'exception de la cellule fertile 16, où une différence relative de 4% est notée par rapport à la valeur Monte Carlo. Un très faible désaccord de 2,5% (comparée à 2% d'erreur sur la valeur MC) affecte la cellule combustible 13.

2- Résultats TDT, comparés aux valeurs *MULTICELL*, sont bien en meilleur accord avec les valeurs Monte Carlo ; ce qui n'est pas étonnant, par définition même des équations résolues par les deux méthodes (I.3 et I.5).

En ce qui concerne le premier point, nous attribuons cette discordance, soit aux valeurs Monte Carlo dont l'intervalle de confiance n'est que de 66%, soit, au calcul TDT qui est basé sur l'approximation du flux plat par région. En effet, malgré le calcul "exact" des P_{ij} (les interactions entre toutes les régions de la géométrie sont prises en compte), cette hypothèse assez "forte" peut éventuellement induire des erreurs liées au gradient du flux à l'intérieur d'une région. Une telle interprétation est d'autant plus vraie que le maillage géométrique de calcul est large¹ ; ce qui est effectivement le cas (3 points de calcul de flux par cellule).

C'est donc un problème de convergence sur la valeur exacte, dû au gradient de flux dont on n'a pas tenu compte à l'intérieur de la cellule 16. Le découpage spatial ne serait pas suffisamment fin pour représenter réellement la distribution du flux. Un maillage fin sera effectué dans le paragraphe (V.1.4).

Notons qu'on peut mathématiquement démontrer qu'en raffinant le découpage spatial (maillage géométrique), on tend vers la valeur exacte du flux [7].

V.1.3. Résultats du calcul approché

Il s'agit dans cette partie, de calculer le flux moyen par région dans les cellules précédentes, à l'aide de l'option *multimacro*.

Rappelons que, dans cette option approchée de TDT, il s'agit de partitionner la géométrie initiale en un ensemble de macro-régions couplées via des courants d'interface. L'avantage est que seules les matrices PC d'ordre au plus égal à 3*3 sont évaluées à 2 dimensions. Il faut rappeler toutefois que le flux angulaire aux interfaces entre macro-régions est représenté par une des approximations décrites dans l'annexe 2.

Options du calcul multimacro

¹ à mailles de taille optique importante.

Nous avons commencé par un partitionnement "multimacro" pour lequel chacune des quatre types de cellules représente une macro-région. Nous appellerons ce maillage géométrique: maillage large.

Le maillage d'intégration que nous avons considéré correspond à un pas radial $\Delta R = 0,02$ cm. Les trajectoires sont tracées dans 12 directions entre 0 et $\pi/2$; soit un pas angulaire : $\Delta\Phi = \pi/24$. La coupure optique est identique à celle du calcul précédent .

cell	TDT macro	Multicell	MC	$\frac{TDT^{m,MC}}{MC} \%$	$\frac{MUL - MC}{MC} \%$
1	3,0465	3,427	3,319	-8,2	3,25
2	2,6805 2,8410 2,9401	2,673 2,857 2,917	2,620 2,817 2,905	2,3 0,9 1,2	2,02 1,42 0,41
5	2,6060 2,7650 2,8583	2,612 2,793 2,852	2,610 2,754 2,863	-0,2 0,4 -0,2	0,07 1,42 0,38
7	3,3416 3,1568 3,1092	3,343 3,197 3,095	3,349 3,151 3,140	-0,2 0,2 -1,0	0,18 1,46 1,43
11	2,4258 2,5703 2,6535	2,444 2,618 2,672	2,450 2,588 2,729	-1,0 -0,7 -2,8	0,24 1,16 -2,09
13	2,8073 2,8691 2,9210	2,750 2,842 2,849	2,891 2,939 2,988	-2,9 -2,4 -2,2	4,88 3,30 4,65
16	2,3071 2,4517 2,5430	2,348 2,517 2,569	2,257 2,371 2,463	2,2 3,4 3,2	4,03 6,16 4,3

Tab. (V.3) : Comparaison du flux TDT_{macro} et $MULTICELL$ par rapport au flux Monte Carlo.

Pour un tel calcul, nous avons pris comme approximation du flux angulaire aux interfaces entre macro-régions (cellules hexagonales), la représentation UP1(développement P1 de $\Psi_{\pm,\alpha}(\vec{r},\vec{\Omega})$) à

l'interface α). Pour la présentation des matrices des différentes probabilités, nous avons utilisé le formalisme "flux-courant" (voir §.III.1.1).

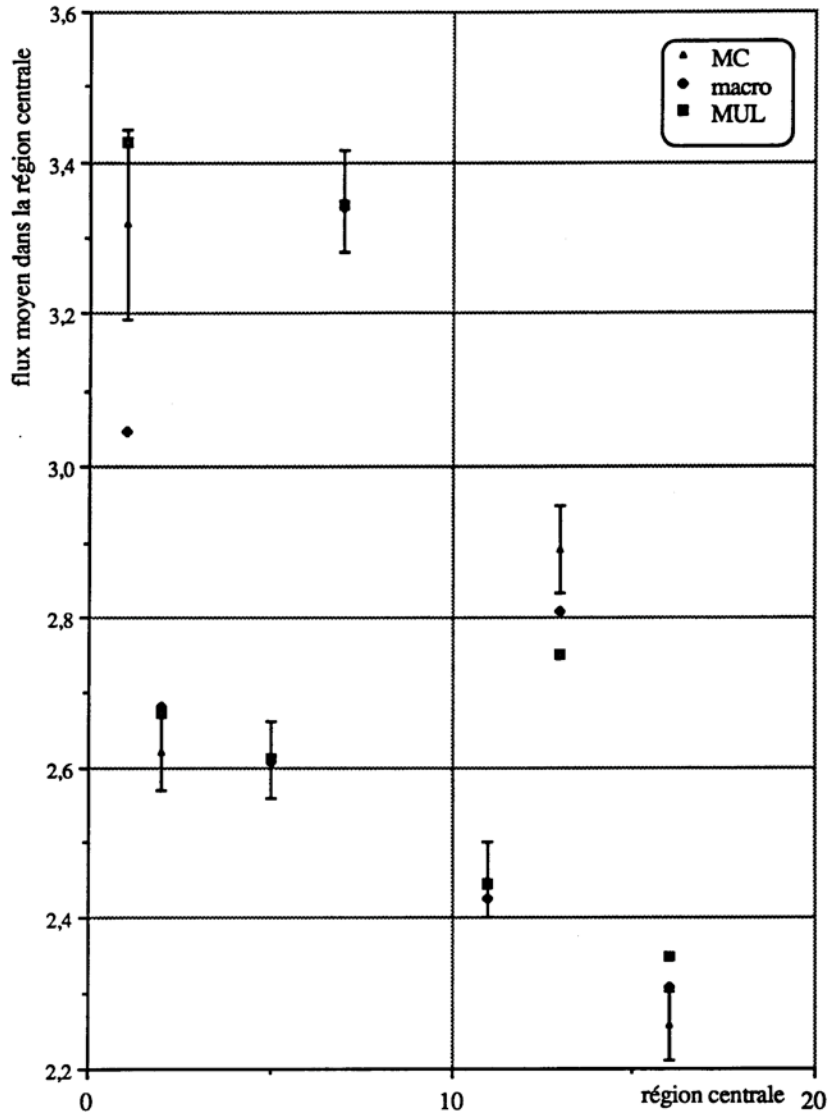


Figure (V.5) : Comparaison du flux TDT_{macro} et *MULTICELL* par rapport au flux Monte Carlo.

Les résultats obtenus par l'option multimacro sont reportés dans le tableau (V.3) :

Si nous analysons les différents résultats que résume le tableau (V.2), nous ne pouvons

constater, globalement, qu'un faible écart entre nos valeurs et celles du calcul Monte Carlo. Par ailleurs, nous retrouvons encore une fois la différence dans la région centrale de la cellule 13 (écart relatif de 2.2% comparé à 2% sur MC). Quant à la cellule 16, l'erreur sur le flux est moins importante ; elle passe de 4% pour l'option exacte à 2.2% (comparable à la valeur MC) pour l'option *multimacro*.

Le désaccord le plus important à signaler concerne le tube d'eau central et se chiffre à 8,2%. Nous avons pensé à des imprécisions numériques provenant d'un nombre de trajectoires insuffisant qui interceptent la cellule 1. Le maillage d'intégration a été raffiné au maximum mais la solution demeure inchangée à 10^{-4} près. Ceci confirme le fait que la convergence sur la première formule d'intégration est atteinte. Il est donc fort probable que ce soit l'insuffisance de la représentation UP1 du flux angulaire qui est à l'origine de cette différence.

C'est pourquoi, nous avons envisagé l'utilisation d'une troisième approximation du flux angulaire dite de discrétisation en secteurs angulaires ou en cônes (voir annexe 2).

V.1.4. Calcul exact sur un maillage fin

Sur le maillage géométrique utilisé dans les calculs précédents, nous superposons un maillage plus fin tout en respectant la symétrie hexagonale (voir figure (V.6)).

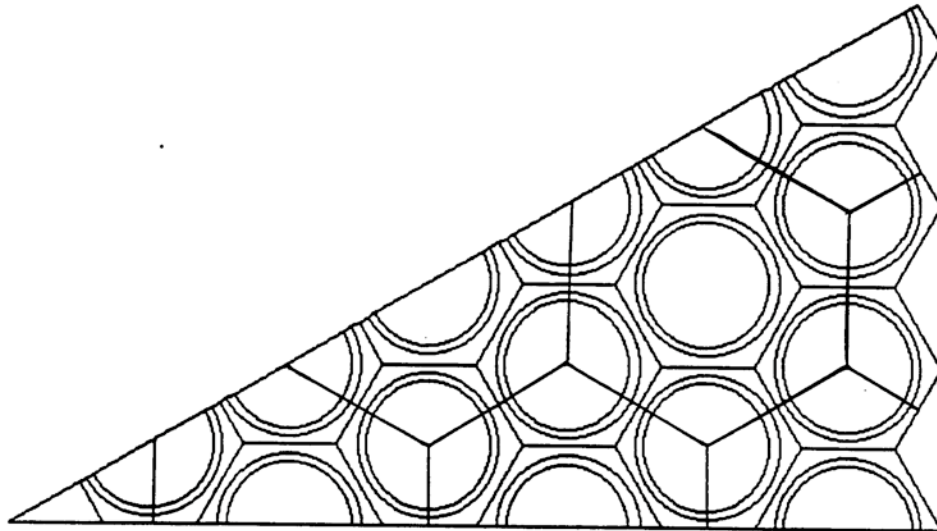


Figure (V.6) : Géométrie de calcul à maillage géométrique fin.

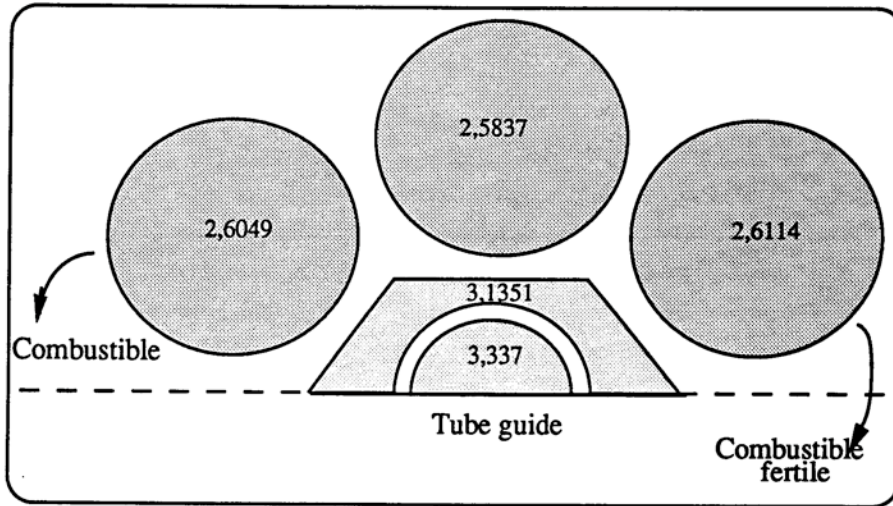
Avec un tel maillage, la géométrie de calcul compte 94 régions. A défaut de résultats de référence sur les informations locales, nous effectuons ce test dans l'unique but de qualification de la géométrie générale xy.

Pour avoir un ordre de grandeur des erreurs commises sur le calcul du flux moyen par région, nous avons traité la nouvelle géométrie par le calcul complet de la matrice PC. Le maillage d'intégration est élaboré avec un pas radial plus faible, égal à 10^{-2} . Les autres paramètres d'intégration numériques sont restés inchangés.

Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau (V.3). Globalement, il est à noter un léger écart (inférieur à 1%) entre les valeurs sur maillage fin et celles correspondantes au maillage précédent. Les différences sont observées là où l'assemblage est très hétérogène ; autour du tube central , de la cellule fertile ou encore du tube guide.

Intéressons nous plus précisément à la cellule 7 comprenant le tube guide et analysons de plus près les variations du flux dans chaque secteur combustible des cellules entourant le tube guide. C'est l'objet de la figure (V.7).

maillage large



maillage fin

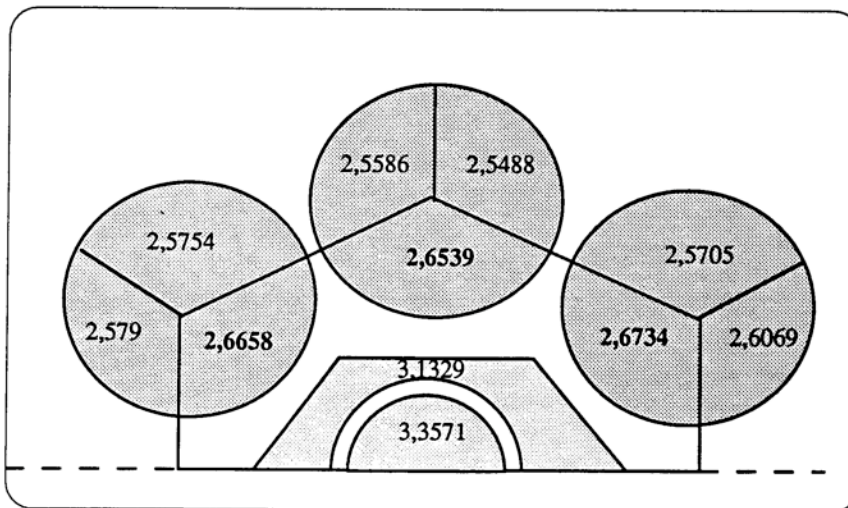


Figure. (V.7) : Comparaison du flux TDT (maillage large) avec TDT(maillage fin) au voisinage de la cellule tube-guide.

Ce schéma représente la cellule 7 (tube guide), entourée par les cellules combustibles voisines. Les valeurs de flux moyen par région sont reportées sur chacune des régions en question. Les valeurs en pourcentage mesurent l'écart relatif maximal (pour chacune des 3 cellules voisines) de la nouvelle valeur du flux (sur le maillage fin) par rapport à la valeur du flux moyen dans toute la région. Cet écart est donc évalué par : $\frac{\phi_i'}{\bar{\phi}}$ et est égal à 2,3%, 2,7% et 2,2%, où ϕ_i' désigne le flux dans le secteur i du combustible et $\bar{\phi}$ est la valeur du flux moyennée sur les 3 secteurs. Cette valeur donne une idée sur l'erreur commise sur le flux si les trois secteurs de la cellule ne formaient qu'une seule région. Quant à $\bar{\phi}$, il représente la valeur du flux moyen par région calculé dans le maillage large à 46 régions. Ces résultats sont résumés dans le tableau (V.4).

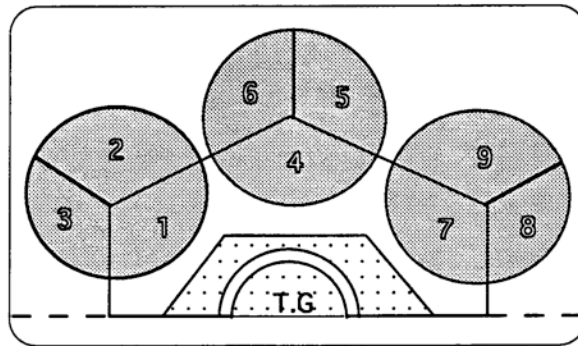


Figure (V.7.a) : Secteurs combustibles définis par le maillage fin au voisinage du tube guide.

Secteur	$\frac{\phi_i'}{\bar{\phi}}$ %	$\frac{\bar{\phi}}{\bar{\phi}}$ %
1	2,3	0,7
2	1,2	
3	1	
4	2,7	1,3
5	1,4	
6	0,98	
7	2,2	0,2
8	0,16	
9	1,6	

Tab. (V.4) : Comparaison entre les flux "fins" par secteurs et les flux moyens.

N.B.: Pour chacune des 3 cellules combustibles entourant le tube-guide, le rapport $\frac{\Phi_i'}{\Phi}$ maximal est bien noté pour les secteurs 1, 4 et 7 (fig. (V.7.a)) autrement dit, les régions au voisinage direct avec le tube guide, et donc les plus affectées par la remontée de flux.

Conclusion

Cette figure fournit une représentation schématique du gradient de flux au voisinage du tube guide, muni de deux régions à source. Notre choix est porté sur cette cellule pour montrer l'influence physique du voisinage sur la valeur du flux obtenue avec deux maillages spatiaux différents.

Deux points sont à retenir : d'une part, l'écart relatif entre les valeurs de flux moyen par région combustible calculées dans les deux maillages (large et fin) est faible et est de l'ordre de 0.7%. En revanche, du fait que les 3 secteurs de chacune des cellules combustibles ont des voisinages physiques différents, l'erreur relative du flux par secteur par rapport au flux moyen de la cellule n'est pas négligeable (de l'ordre de 2,5%).

V.2. Calcul d'un assemblage à grappe combustible : RBMK

L'étude présentée dans ce paragraphe a été effectuée dans le cadre du RBMK Safety Review financé par le programme "1991 TACIS" de la communauté européenne (contrat WW;91;03;00:B011);

Après avoir traité des géométries carrée et hexagonale, cette partie est consacrée à qualifier la géométrie générale xy en l'appliquant à une géométrie à grappes : il s'agit d'un assemblage typique RBMK (Réacteur russe à tube de force), dans un réseau infini à pas carré (voir fig.(V.8)). La partie centrale de l'assemblage comporte dans le sens croissant des rayons, le tube central, le tube de force avec les deux grappes de crayons combustibles refroidies à l'eau légère, et finalement le bloc graphite, constituant le modérateur.

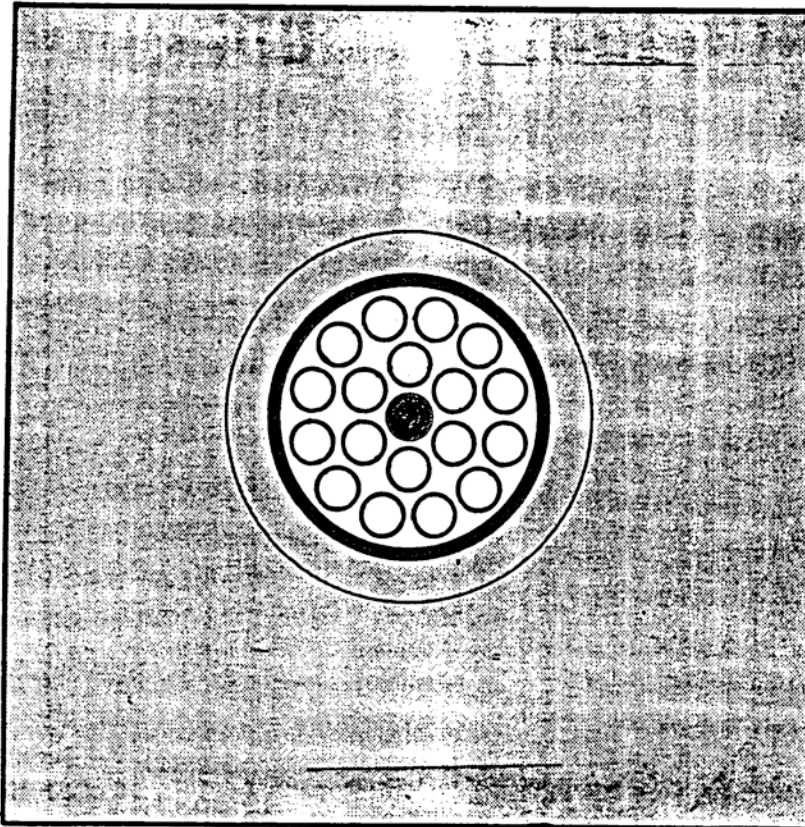


Figure. (V.8) : Géométrie d'un assemblage RBMK complet.

V.2.1. Calcul du flux par région à un groupe

Un premier test, effectué à un groupe d'énergie, calcule le flux dans cet assemblage à 12 régions dont la géométrie est représentée par la figure (V.9). Lorsque nous avons effectué ce test, nous ne disposons pas de code de référence pouvant être comparé à TDT. Le seul code de transport programmé pour les géométries à grappes et qui utilise la même méthode de calcul (PC) que TDT-APOLLO2, disponible était DRAGON. Ce code calcule les matrices PC en "2D exact" mais utilise des approximations supplémentaires, telle que la cylindrisation de la périphérie de la géométrie globale. Pour plus d'informations, le lecteur est renvoyé à la référence [17].

Données géométriques et neutroniques

Grâce aux symétries de la géométrie (V.8), nous avons réduit la géométrie de calcul au quart de l'assemblage précédent. Quant aux sections efficaces relatives aux milieux dans l'assemblage, elles sont obtenues par condensation à un groupe de celles issues d'un calcul à 99 groupes utilisant la bibliothèque usuelle d'APOLLO2 : CEA86.

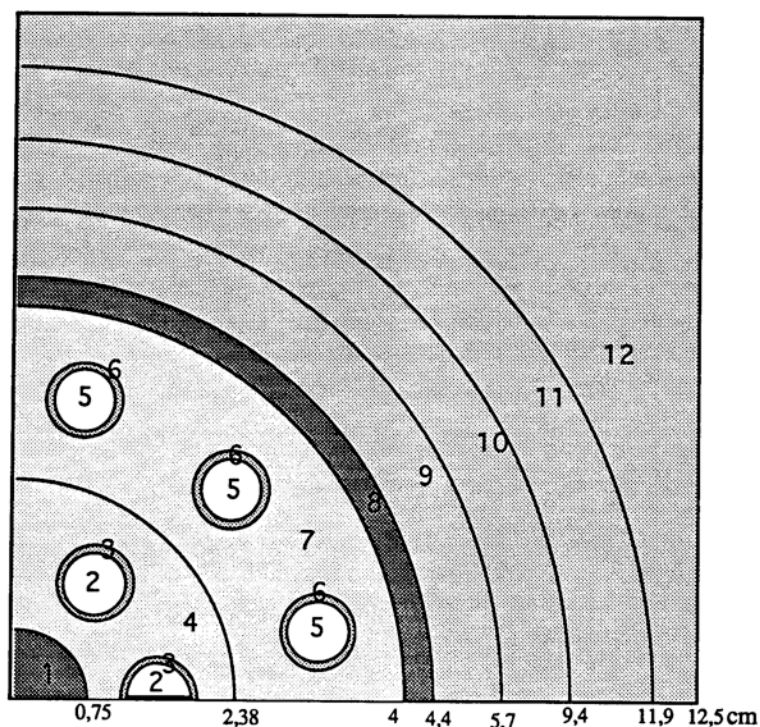


Figure. (V.9) : Géométrie RBMK de calcul simplifiée par symétrie.

Nous avons respecté la numérotation des régions adoptée dans le code DRAGON ; les régions sont numérotées dans l'ordre croissant des rayons correspondants. Quant aux milieux qui les composent, aux crayons combustibles gainés situés sur la couronne interne de la grappe, nous associons les régions 2 et 3 contenant respectivement les milieux comb1 et gain1. Il en est de même pour la couronne externe, où les régions 5 et 6 contiennent les milieux comb2 et gain2. L'eau qui circule dans le canal réfrigérant est considérée sous la référence eau1 dans la région interne 4 et eau2 dans la région 7.

Au tube de force en aluminium, on fait correspondre la région 8. Les régions associées aux couronnes de graphite sont numérotées de 8 à 12.

Pour des raisons de symétrie de flux dans les couronnes interne et externe (par rotations respectives de $\pi/3$, et $\pi/6$), les mailles (combustible et gaine) de chaque crayon appartenant à la même couronne correspondent à des régions à flux identiques. Le rang de la matrice PC à évaluer est ainsi réduit.

Optimisation du maillage géométrique et d'intégration

Le découpage spatial que nous avons adopté consiste à séparer les deux couronnes de la grappe combustible, ainsi qu'à considérer N_{div} points de calcul de flux dans le bloc modérateur. Dans un premier temps, nous avons effectué ce test en supposant que le bloc de graphite était homogène, autrement dit à $N_{div}=1$. Nous avons considéré l'hétérogénéité du graphite d'une manière progressive. Nous avons constaté que pour $N_{div}=4$ et $N_{div}=5$, la différence relative sur les valeurs de flux moyen par région est inférieure à 50 pcm. Nous en déduisons que le découpage à quatre points de calcul de flux dans le bloc modérateur est suffisant.

Lors de l'étape paramétrique précédente, l'intégration numérique des P_{ij} que nous avons adoptée correspond à un pas radial $\Delta R=0,1$ cm et 12 orientations de trajectoires entre 0 et $\pi/2$. Une deuxième série de calculs a été effectuée dans le but de valider la convergence de la formule de quadrature : il s'agit donc de raffiner le paramètre radial en fixant le paramètre angulaire et vice-versa.

Avec un raisonnement analogue, nous avons tracé les trajectoires à travers la géométrie réduite en retenant comme paramètres radial et angulaire $\Delta R=0,05$ cm et $N_{\phi}=12$. Ceci engendre 12800 trajectoires pour TDT ; ce qui nous a amenés à prendre, pour DRAGON, $N_{\phi}=24$ entre 0 et π et une densité linéique $d=20$ trajectoires par unité de longueur ($d=1/\Delta R$ cm⁻¹) ; ce qui implique un nombre total de 12700 trajectoires.

Comparaison des flux monocinétiques TDT / DRAGON

Dans le tableau (V.5), nous avons comparé les résultats obtenus par TDT, via la matrice complète des P_{ij} , à un groupe d'énergie, avec les résultats du calcul DRAGON.

Dans un premier temps, la comparaison entre les éléments de cette matrice calculés par les deux méthodes (avant la normalisation⁵) est très bonne.

Les valeurs les plus représentatives sont les flux moyens par région. Ils sont calculés en supposant dans les deux tests, dans l'eau (régions 4 et 7) une source uniforme et isotrope d'un n neutron par cm³. Ces valeurs sont regroupées dans le tableau (V.7).

⁵ Les deux codes utilisent des procédés de normalisation des matrices PC différents.

		TDT	DRAGON	$\frac{\text{TDT-DRAGON}}{\text{DRAGON}} \%$
région	nbtraj	12800	12744	
1	flux (T.central)	0,83609	0,83014	0,72
2	flux (comb1)	0,7443	0,74187	0,33
3	flux (gain1)	0,91354	0,90995	0,39
4	flux (eau1)	1,0845	1,08672	-0,2
5	flux(comb2)	0,64156	0,644277	-0,42
6	flux (gain2)	0,79435	0,7997	-0,67
7	flux(eau2)	0,91015	0,9043	-1,36
8	flux(T. A1)	0,46773	0,47418	-0,15
9	flux (Gr1)	0,17777	0,178040	-0,37
10	flux (Gr2)	0,021875	0,021956	-1,07
11	flux (Gr3)	2.8392E-3	2.86E-3	0,73
12	flux (Gr4)	5,3666E-4	5,04E-4	6,48
		TDT	DRAGON	$\frac{\text{TDT}}{\text{DRAGON}}$
	Tcalcul(Pij)(s)	0,66	4	1/6
	T(total)(s)	13,7	10,5	1,3

Tab. (V.5) : Flux à un groupe d'énergie dans une géométrie à grappes (RBMK), à 12 régions.

Dans une première approche, nous observons la cohérence des résultats en géométrie générale ; le flux atteint sa valeur maximale dans la région 4 (région à source, plus éloignée du graphite que la 7) et diminue au fur et à mesure que l'on s'approche du graphite (milieu très diffusant ; voir annexe 1). La valeur minimale du flux correspond à la région périphérique du bloc graphite (adjacente à un bloc graphite par réflexion).

Globalement, nous observons une bonne concordance entre les résultats TDT et DRAGON. Un désaccord de l'ordre de 6.5% est observé dans la région périphérique du graphite. Ceci est certainement dû au fait que DRAGON cylindrise le contour extérieur de l'assemblage, à la différence de TDT qui garde la géométrie exacte.

Rappelons encore une fois que l'objet de cette comparaison avec les résultats de DRAGON, recherche plus à donner un ordre de grandeur sur les valeurs calculées que sur la précision en question.

En ce qui concerne le temps de calcul, la matrice 12*12 est calculée par TDT en 0.66s ; temps qui est plus faible que celui de DRAGON d'un facteur 6.

Le temps total pour calculer les différentes valeurs de flux est de 30% plus important pour la géométrie générale. De ces remarques, il en découle que ces 30% d'écart proviennent du maillage d'intégration, qui encore une fois, est très coûteux en géométrie générale. Il importe toutefois de préciser qu'en ce qui concerne la géométrie générale x-y, une partie du temps de calcul est absorbée par les programmes ESOPE utilisant le langage GIBIANE. Notons que les modules du code DRAGON sont entièrement programmés en FORTRAN.

V.2.2. Calcul en théorie multigroupe

Il s'agit de calculer le coefficient de multiplication k_{∞} dans un réseau répétitif d'assemblages RBMK. Nous avons construit pour DRAGON une bibliothèque des sections efficaces identique à celle utilisée dans APOLLO2. L'objectif de ces tests est de pouvoir, d'une part, valider l'option "multimacro" pour ce type de géométrie par comparaison avec le calcul exact, d'autre part, situer ces deux résultats TDT par rapport à ceux obtenus par DRAGON.

Pour des raisons d'économie, la géométrie considérée pour le calcul sera encore réduite, à l'aide d'une faible modélisation (voir fig.(V.10)) en passant d'un pas de réseau RBMK carré à un pas hexagonal. Cette transformation se fera en préservant le volume (système conservatif).

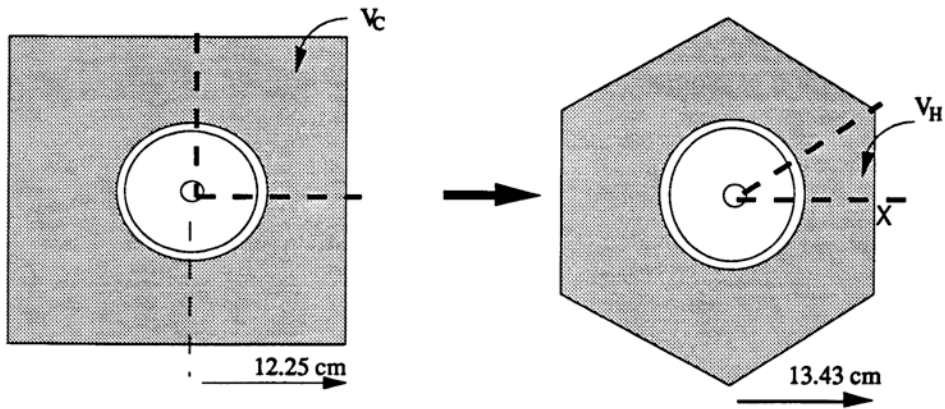


Figure. (V.10) : Schéma simplifié du passage au $\frac{1}{12}$ d'assemblage RBMK.

La géométrie de calcul se ramène au $\frac{1}{12}$ de l'assemblage dont la frontière est représentée par les axes en pointillés et dont le volume est supposé V_H . Seuls le tube central et le tube de force sont représentés, les grappes combustibles sont à l'intérieur de ce dernier.

La préservation du volume se traduit par : $V_H = \frac{V_C}{3}$, où V_C est le volume associé au quart de la géométrie précédente (voir la figure (V.10)).

Cette relation détermine la valeur de la côte X correspondante à la géométrie hexagonale. En effet, ceci équivaut à : $X^2 = \frac{2a^2}{\sqrt{3}}$. Ce qui donne $X=13,45\text{cm}$.

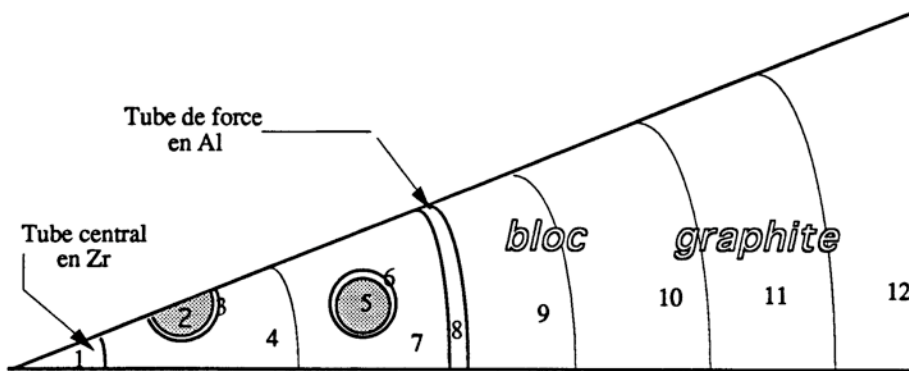


Figure. (V.11) : Schéma simplifié du passage au $\frac{1}{12}$ d'assemblage RBMK.

V.2.2.a. Caractéristiques des milieux

Le tube central est en zirconium, le caloporteur qui circule dans le canal associé aux régions 4 et 7 est de l'eau légère. Sauf mention du contraire, ce milieu est utilisé sous la référence eau à une densité de 1g/cm^3 .

Les crayons combustibles, constitués de dioxyde d'uranium UO_2 sont gainés en zirconium.

Deux types de milieux combustibles sont considérés :

type 3 correspondant à un enrichissement de 2% et un combustible de type 7 dont on a augmenté l'enrichissement à 2.4%.

Les couronnes de graphite empilées autour du tube de force et dans le bloc carré sont à la même concentration. C'est la bibliothèque CEA91 qui nous a été recommandée pour cet isotope [19].

Tous les milieux ont été considérés à froid, c'est à dire à température $T=20^\circ C$.

Nous avons supposé que les neutrons se réfléchissent d'une manière exacte sur la frontière de la géométrie.

V.2.2.b. Méthodes de calcul

La première série de calculs est réalisée en 2D exact , c'est à dire en calculant les matrices PC pour les 12 régions de la géométrie.

D'autres tests ont été faits pour valider l'option approchée de TDT en la comparant à la première. Il s'agit de partitionner la géométrie définie par la figure (V.11) en 2 macro-régions. La macro-région I comporte la partie centrale de l'assemblage constituée du tube central, et du tube de force avec les grappes combustibles. Le bloc graphite correspond à la macro-région II. Avec un tel partitionnement de la géométrie, les macro-régions I et II comprennent respectivement 8 et 4 régions.

V.2.2.c. Étude paramétrique et présentation des résultats

Il est clair que la précision des résultats obtenus par la méthode des PC dépend à la fois de la convergence de la formule de quadrature ($\Delta\Phi, \Delta R$), ainsi que de celle du flux (autrement dit du découpage spatial adopté dans l'assemblage).

L'objectif dans ce paragraphe est de donner un aperçu sur la méthode utilisée pour s'assurer de cette double convergence dans le cas de l'assemblage RBMK.

Le réseau RBMK, étant fortement hétérogène, à cause du pilier de graphite qui entoure la grappes combustibles, un découpage spatial en couronnes dans le graphite s'est avéré nécessaire. Cette remarque est aussi valable pour la partie occupée par le réfrigérant.

La démarche suivie au cours de cette étude paramétrique est schématisée par la figure (V;12). Notons qu'une valeur k_{∞} est supposée "convergée" (elle correspond au maillage spatial ou à la formule de quadrature i convergée), si la valeur absolue de la différence avec la valeur correspondant au paramètre $i+1$ est inférieure à une dizaine de pcm.

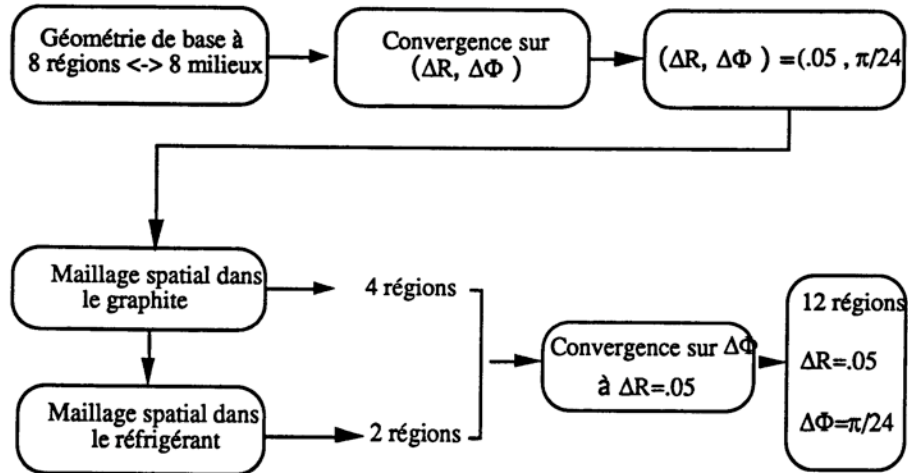


Figure (V.12) : Procédé adopté pour la convergence sur le maillage d'intégration et sur le flux.

Le tableau (V.6) regroupe les valeurs de k_{∞} obtenues par les deux options de TDT et DRAGON.

Les résultats reportés dans le tableau (V.6) ne sont pas surprenants et indiquent que le k_{∞} provenant de DRAGON présente une différence de +341 pcm par rapport au k_{∞} calculé par la géométrie générale.

Une interprétation possible serait liée aux deux formalismes utilisés pour autoprotéger les isotopes U238, U235 et ZR91 par DRAGON. Dans nos calculs et sauf mention du contraire, on autoprotège les isotopes lourds dans la vraie géométrie, en utilisant une autoprotection détaillée en espace (en distinguant chaque région d'autoprotection²) et en énergie. Le formalisme utilisé en fonction des groupes d'énergie est décrit dans l'annexe 2.

Pour pallier ces erreurs éventuelles, deux cas sans autoprotection ont été testés. La différence entre les deux valeurs est inférieure et est égale à $k_{\infty}^{Dra} - k_{\infty}^{TDT} = 98580 - 98890 = 210$ pcm. Cet écart est certainement lié à l'approximation sur les courants associés à chaque couronne de la géométrie traitée par DRAGON[17].

² région contenant l'isotope à autoprotéger. Pour l'isotope U238, ce sont les régions 2 et 5 de la fig.V.11.

V.2.2.d. Changement de l'interface entre macro-régions

Rappelons que l'approximation introduite par la méthode multimacro réside dans la représentation du flux angulaire à l'interface (supposé uniforme en espace et isotrope en angle) entre macro-régions et par suite, engendre des erreurs dans le calcul des probabilités de fuite et de transmission. Il est donc clair que plus l'interface est loin des hétérogénéités, plus le flux a des chances d'être uniforme et mieux l'approximation UP0 est respectée. C'est pourquoi nous avons opté pour changer d'interface en incluant la première couronne de graphite (région 9) dans la macro-région I. Ceci est représenté par la figure (V.13).

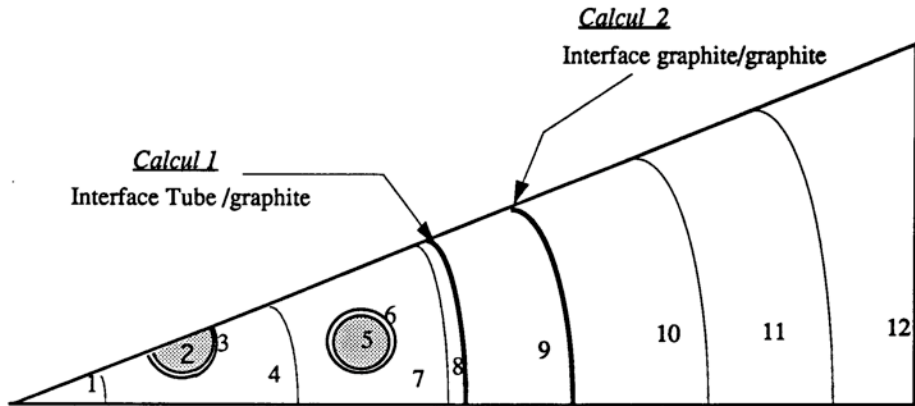


Figure. (V.13) : Découpage du $\frac{1}{12}$ d'assemblage RBMK en 2 macro-régions.

	Calcul TDT exact	Calcul Dragon	Calcul TDT 2 macros interface graphite	Calcul TDT 2 macros interface Tube
Nb traj	4700	4820	1320 3640	1295 3672
Kinf	1,28258	1,28599	1,28355	1,28406
écart (pcm)	- 341	- 244	-51	
Tc(Pij)	106	476	60	58
Tc(tot)	154	550	98	94

Tab. (V.6) : k_{∞} à 99 groupes d'énergie dans une géométrie à grappes (RBMK), et à B^2 nul.

Les paramètres d'intégration numérique ainsi que les résultats des deux méthodes sont reportés dans le tableau (V.6). Il importe d'abord de souligner que :

- le k_{∞} obtenu par l'option multimacro (à interface tube) présente une différence de 148 pcm avec la valeur de l'option exacte. Cette divergence s'atténue de 37% en changeant le découpage en macro-régions ; l'écart devient effectivement égal à 93 pcm. Ceci confirme le fait que l'interface découpant le même milieu (graphite) permet de mieux respecter l'approximation du flux de neutrons uniforme et isotrope sur cette interface.

- Il n'est pas étonnant que l'écart entre la valeur DRAGON et celle de TDT exact demeure important (341 pcm) et que cette divergence soit moins perceptible (244 pcm) avec l'option multimacro, pour laquelle DRAGON (plus précisément le calcul des matrices PC) pourrait être mieux comparable.

Le temps de calcul utilisé par TDT pour évaluer à 99 groupes d'énergie, les matrices PC est 4 fois plus faible que celui de DRAGON, bien que ce dernier utilise plus d'approximations (cylindrisation de la frontière extérieure).

La totalité du temps absorbé dans le calcul multigroupe est environ 5 fois plus importante pour DRAGON, comparé à TDT.

Remarquons que contrairement au calcul monocinétique précédent, où le calcul Pij est effectué une seule fois, du fait du calcul multigroupe des matrices PC, chaque calcul étant 6 fois plus cher, on retrouve le facteur 4.

Bien que TDT soit plus coûteux en maillage d'intégration, en calcul multigroupe (où le tracé n'est effectué qu'une fois), il demeure beaucoup moins coûteux (facteur 5) que DRAGON.

V.2.2.e. Conclusion

-Le calcul de transport multigroupe sur l'assemblage RBMK confirme une fois de plus la tendance des résultats provenant d'un calcul multimacro vers la solution "exacte" issue de TDT. L'écart relatif entre les deux méthodes TDT exacte et approchée est de l'ordre de 75 pcm.

-Par ailleurs, l'utilisation de l'option approchée de TDT permet un gain sur le temps de calcul de l'ordre de 39%. Il faut préciser qu'on aurait pu gagner davantage sur le temps de calcul, en augmentant le nombre de macro-régions, mais faute de temps, nous n'avons pu faire cette exercice d'optimisation coût/précision.

Il en découle que le rapport coût informatique sur précision est intéressant. Il est clair que l'effet des interfaces sur les résultats dépend de la géométrie considérée. Par conséquent, un choix adéquat du partitionnement de la géométrie en macro-régions est d'une grande importance.

Le choix de la méthode exacte ou approchée introduit l'arbitraire propre à l'utilisateur. Nous estimons cependant, que dans le cas de gros systèmes conduisant à des matrices PC de taille importante, l'option multimacro utilisée avec un choix optimal des interfaces est recommandée.

V.2.3. Évaluation du coefficient de vide pour un enrichissement de 2%

L'objectif dans cette partie est de pouvoir valider l'option qui calcule les probabilités de collision dans des régions à milieu vide ($\Sigma_t \leq 10^{-8} \text{cm}^{-1}$) ou presque (de taille optique très faible). Pour ce faire, des tests en théorie multigroupe dans la géométrie RBMK de la figure (V.10), ont été réalisés. Ils sont comparés à un calcul Monte Carlo de transport 3D multigroupe TRIMARAN-2, que nous avons effectué avec un écart type sur le k_{∞} $\sigma=200$ pcm. Les valeurs TRIMARAN_2 sont calculées à $\pm \frac{3}{2}\sigma$.

Il s'agit, dans un premier temps, d'évaluer le K infini dans la géométrie réfléchie avec les paramètres d'intégration 0,025 et 24. La composition isotopique est également identique à celle du test précédent, exceptée la molécule d'eau où il a été tenu compte, ici, de la liaison entre atomes H et O. Dans la suite, c'est l'isotope lié H2O qui est considéré.

La bibliothèque des sections efficaces des milieux utilisée par le code de référence lui a été transférée via le module APOTRIM d'APOLLO2. Celui-ci crée à partir de la bibliothèque macroscopique d'APOLLO2, un fichier de sections efficaces homogénéisées et autoprotégées utilisable par TRIMARAN. Il faut souligner que cette interface modifie la macrolib de façon à supprimer la correction de transport (voir équation.I.10.c).

Le second test consiste à passer le même calcul après avoir asséché le canal réfrigérant (régions 4 et 7) où sont immergées les grappes combustibles. Ceci simule l'effet de vide que provoquerait un accident de refroidissement de coeur.

Le coefficient de vide n'est rien d'autre que la montée de réactivité provoquée par l'évaporation de l'eau et donc de la diminution excessive de son pouvoir absorbant. Il est important de rappeler que la positivité de ce coefficient constitue un des handicaps du coeur RBMK.

Du tableau (V.7), nous pouvons constater que les résultats TDT correspondant à la situation vidangée sont en parfait accord avec le calcul Monte Carlo. Nous constatons effectivement une différence de 108 pcm, sachant que la précision Monte Carlo demandée est de 300 pcm.

En revanche, les valeurs de k_{∞} obtenues en situation normale du coeur divergent totalement. Cette divergence est attribuée à l'insuffisance de l'approximation P0 des sections efficaces de diffusion et de transfert. L'anisotropie de ces sections, très importantes dans l'eau, est ignorée par TRIMARAN-2.

TDT			TRIMARAN_2		
Keff(eau)	Keff(vide)	$\Delta K(\text{vide})$ (pcm)	Keff(eau)	Keff(vide)	$\Delta K(\text{vide})$ (pcm)
1,28648	1,33362	+4714 	1,26384 +300	1,33470 +300	+ 6352

Tab. (V.7) : Comparaison avec TRIMARAN-2 du k_{∞} à 99 groupes d'énergie dans une géométrie à grappe (RBMK), et à B²nul.

Conclusion

La concordance des résultats TDT et Monte Carlo dans le cas d'un assemblage RBMK vidangé nous permet de valider le calcul des matrices PC lorsque la géométrie comporte une ou des régions vides.

Quant au désaccord en situation normale (2069 pcm!), il faut refaire un calcul *APOLLO2* où les sections efficaces sont considérées en approximation P0. Les diffusions P1 des neutrons sur l'eau n'étant pas prises en compte, le k_{∞} calculé par TRIMARAN est donc sous-estimé.

La réactivité due à l'effet de vide est évaluée à 4707 pcm en géométrie générale ; résultat comparable avec celui d'un calcul benchmark (calcul de référence) russe communiqué à l'institut nucléaire GRS de Munich. Nous ne sommes pas autorisés à publier ces résultats.

Nous avons effectué une sortie de taux de réactions dans l'assemblage, sur un maillage à deux macro-groupes d'énergie. La coupure thermique que nous avons adoptée est située à 4 eV. Les taux de diffusion dans l'eau obtenus sont reportés dans la table (V.8).

	<u>Diffusion P0</u>	<u>Diffusion P1</u>
groupe 1	0,96957	1,3753
groupe 2	3,8569	1,2213

Tab. (V.8) : Taux de diffusion dans l'eau intégrés en léthargie .

Les résultats ci-dessus confirment que la diffusion P1 est loin d'être négligeable dans l'eau (elle est supérieure à la diffusion P0 de 14% dans le groupe rapide et représente pratiquement 30% de la diffusion P0 dans le groupe thermique).

V.2.4. Diminution de l'effet de vide en fonction de l'enrichissement

Depuis l'accident de Tchernobyl provoqué essentiellement par un coefficient de vide trop positif, nombreuses sont les recherches entreprises dans le but d'améliorer la sûreté de ce type de réacteur. Ainsi, une des premières mesures prises a été la décision d'augmenter l'enrichissement e du combustible, qui sera compensé par une augmentation de barres de contrôle ou de leur pouvoir absorbant.

Une explication détaillée du phénomène : augmentation de e ==> diminution du $\Delta\rho^{\text{vide}}$ est reportée dans l'annexe 1.

L'objectif de ce test est de calculer le coefficient de vide pour un enrichissement de 2,4% en le comparant à celui issu du calcul précédent.

Enri U5 = 2%			Enri U5 = 2,4 %		
Keff(eau)	Keff(vide)	$\Delta\rho(\text{vidange})$ (pcm)	Keff(eau)	Keff(vide)	(pcm)
1,28648	1,33362	+4714	1,34205	1,38162	+3957
			$\Delta\rho = -757\text{pcm}$		

Tab. (V.9) : Diminution de l'effet de vide en augmentant l'enrichissement en U235.

De ces valeurs nous pouvons déduire la conclusion suivante :

$$\Delta(\text{enri U5}) = +20 \% \xrightarrow{\text{TDT}} \Delta(\text{coefficient de vide}) = -15,5 \%$$

Il est possible de confirmer l'ordre de grandeur de ces résultats en représentant approximativement la réactivité introduite par la vidange :

$$\Delta\rho^{\text{vide}} \equiv -\frac{\delta\Sigma_a}{\nu\Sigma_f}, \text{ où } \delta\Sigma_a \text{ représente l'absorption de l'eau.}$$

Avec une telle approche, une variation de l'enrichissement de +20% entraîne une variation de production (donc de k_{inf}) de +20%. La variation du coefficient de vide serait de l'ordre de (1-1/1.2) qui correspond à une diminution de 16,6%, valeur comparable à 15,5% obtenue par TDT.

V.2.5. Comparaison de l'effet de vide entre TDT et WIMS

Les calculs effectués dans cette partie se situent dans le cadre des études recherchant à améliorer les conditions de sûreté dans un coeur RBMK. Nos calculs d'assemblage en réseau infini ont été effectués en parallèle avec ceux du Centre de Technologie de Winfrith (voir annexe 2).

Nous recherchons essentiellement dans cette partie à compléter la partie précédente, où la comparaison entre les k_{∞} obtenus par TDT et TRIMARAN, en situation normale du coeur n'a pas été concluante. Nous avons alors décidé de comparer l'effet de vide calculé par TDT avec celui obtenu par différentes options du code britannique WIMS.

V.2.5..a. Description brèves des méthodes utilisées par le code WIMS

WIMS est un code britannique de transport très utilisé dans les calculs neutroniques des réacteurs. La version initiale WIMSA a été complétée par WIMSD qui a donné naissance à son tour à l'option la plus récente et la plus performante WIMSE [20]. Cette dernière option utilise le même principe de base que WIMSD mais dispose, en plus, d'une structure modulaire.

WIMSE procède à la résolution de l'équation de transport sous ses deux formes. En effet, l'option CACTUS résout l'équation intégral-différentielle par la méthode des caractéristiques [21], tandis que WIMSE-PIJ résout l'équation de transport sous sa forme intégrale, en utilisant la méthode des probabilités de collision.

En ce qui concerne la méthode initiale WIMSD, elle calcule le flux par la méthode intégrale sur une géométrie approchée à une dimension, via l'option PERSEUS. Quant à sa deuxième option DSN (comparable à la méthode S_N d'APOLLO2), elle résout l'équation intégral-différentielle dans la même géométrie.

Nous avons également comparé nos résultats avec un calcul MONK-5W, code de calcul Monte Carlo compatible avec WIMSE.

Les bibliothèques des sections efficaces utilisées par le code WIMS sont basées sur un maillage à 69 groupes d'énergie.

V.2.5..b. Résultats

Les valeurs des facteurs de multiplication k_{∞} calculées par TDT ainsi que par les différentes méthodes WIMS sont regroupées dans le tableau (V.10). $k_{\infty}(\text{eau})$ correspond aux conditions normales de circulation du réfrigérant dans le canal. Nous supposons dans ce cas que la densité de l'eau est égale à 1. D'une manière similaire, $k_{\infty}(\text{vide})$ est obtenu par le calcul d'un assemblage "vidangé", où la densité de l'eau est supposée nulle.

Dans le tableau (V.10), nous désignons par $\Delta k(\text{vide})$ la réactivité positive engendrée par l'effet de vide ; elle est donc calculée par la différence entre les k_{∞} correspondants à l'eau et à la vapeur. $\Delta\rho(\text{vide})$ est l'écart évalué entre le coefficient de vide $\Delta k(\text{vide})$ obtenu par TDT et son homologue résultant de la méthode WIMS.

Pour les calculs Monte Carlo, les incertitudes qui déterminent les barres d'erreur associées aux valeurs du K_{eff} sont représentées en pcm. Par exemple, $k_{\text{eff}}=1,2 \pm 160$ est en fait équivalent à : $k_{\text{eff}}=1,2 \pm 0.0016$.

Interprétation:

- Nous déduisons de ces résultats que l'effet de vide dans un assemblage RBMK enrichi à 2% et en réseau infini, varie entre 4449 obtenu par l'option approchée WIMSD-PERSEUS et 4720 ± 260 résultant du calcul Monte Carlo. Le coefficient de vide calculé par TDT est de 4714 pcm, valeur qu'on peut encadrer entre la limite inférieure 4705 (WIMSE-PIJ) et la limite supérieure 4720 ± 260 , obtenue avec le calcul Monte Carlo.

Il importe de souligner que c'est l'option WISE - PIJ qui doit logiquement être comparée en priorité avec la méthode TDT. En effet, elle présente d'une part une structure modulaire (analogie avec APOLLO2), d'autre part, elle utilise la méthode intégrale pour le calcul de flux, tout en préservant la géométrie exacte de calcul.

La comparaison de TDT avec la méthode WIMSE-PIJ s'avère en parfait accord. En effet, l'écart entre les deux résultats dans les conditions normales est de 201 pcm, différence due d'abord aux bibliothèques des sections efficaces différentes, ensuite à l'utilisation de deux formalismes différents d'autoprotection. WIMSE-PIJ, plus facilement comparable à notre méthode, présente sans surprise le plus faible écart TDT - méthode WIMS. Cependant, à densité d'eau nulle, nous observons un écart de 192 pcm, supérieur à 171, observé avec MC.

	TDT	WIMSD		WIMSE		MONK-5W
		PERSEUS	DSN	PIJ	CACTUS	
$k_{\infty}(\text{eau})$	1,28648	1,29257	1,29122	1,28849	1,28910	1,2839 ± 160
$k_{\infty}(\text{vide})$	1,33362	1,33706	1,33762	1,33554	1,33533	1,3311 ± 200
$\Delta K(\text{vide})$	4714	4449	4640	4705	4623	4720 ± 260
		TDT- WIMS		(pcm)		TDT- MONK
$\Delta k_{\infty}(\text{eau})$		609	474	201	262	258 ± 160
$\Delta k_{\infty}(\text{vide})$		344	400	192	171	252 ± 200
$\Delta \rho(\text{vide})$		265	74	9	91	-6 ± 260

Tab. (V.10) Comparaison des coefficients de vide dans un assemblage RBMK entre TDT et WIMS, à e = 2%.

Remarquons également que le désaccord le plus important entre les différentes options WIMS et TDT est détecté avec la méthode approchée de WIMSE-PERSEUS (calcul des Pij à 1D). Ceci résulte donc de l'effet de modélisation de la géométrie.

Globalement, nous pouvons conclure que les résultats obtenus avec la géométrie générale xy dans APOLLO2 sont tout à fait cohérents avec ceux issus des différentes méthodes WIMS multigroupes ; sachant que la concordance est très bonne sur le coefficient de vide. Ces résultats

demeurent optimistes dans la mesure où les différents calculs de référence n'utilisent pas exactement les mêmes sections efficaces qu' *APOLLO2*. Il est effectivement clair que dans ce cas, c'est la comparaison entre les effets différentiels qui devrait être significative (moins sensible aux écarts entre bibliothèques).

V.2.5.c. Comparaison du coefficient de vide avec *MCNP-4* et *KENO-V*

Dans cette partie, nous comparons les coefficients de vide obtenus avec la géométrie générale dans *APOLLO2*, par rapport à de nouvelles valeurs qui nous ont été communiquées de l'institut allemand GRS. Ces résultats ont été obtenus, à partir du même Benchmark (exposé tout au long de cette partie RBMK) par deux méthodes Monte Carlo *KENO-V* et *MCNP-4*.

KENO-V est un code Monte Carlo de transport multigroupe. Les résultats que nous avons reçus sont issus d'un maillage à 218 groupes d'énergie. La bibliothèque des sections efficaces pour ce maillage énergétique est basée sur les données évaluées par ENDF/B-IV. Notons au passage que la bibliothèque CEA86 utilisée tout au long de cette étude est un mélange, entre autres, des évaluations ENDF/B-IV, ENDF/B-V.

L'institut GRS nous fait remarquer que les valeurs du coefficient de multiplication infini sont généralement sous-estimées avec une telle bibliothèque. Les valeurs reportées sur le tableau V.11, comparées à celles précédemment calculées par WIMS, confirment effectivement cet effet.

Enri U5 = 2%	KENO-V	MCNP-4
Keff(eau)	1,28648 ± 0,0019	1,2556 ± 0,0026
Keff(vide)	1,2964 ± 0,0020	1,3048 ± 0,0029
$\Delta\rho$ (vidange) (pcm)	4220 ± 280	4992 ± 390

Tab. (V.11) : Comparaison des coefficients de vide dans l'assemblage RBMK, entre TDT, *KENO-V* et *MCNP-4*.

MCNP est également un code Monte Carlo de transport à 3 dimensions. L'application de *MCNP* aux problèmes de criticité est en phase préliminaire au GRS. Les résultats du tableau sont obtenus à partir de calculs utilisant des sections efficaces ponctuelles (concernant les isotopes pour lesquels ces données sont disponibles) sont basées sur les évaluations ENDF/B-IV. Nous constatons que les valeurs individuelles en situation normale ou accidentelle divergent

d'une manière considérable par rapport à nos valeurs et à celles obtenues par WIMS. Cette différence est liée aux écarts entre les bibliothèques. Il est toutefois important de noter que cette divergence disparaît quand il s'agit du coefficient de vide $\Delta\rho$. Cela est cohérent avec le fait qu'encore une fois, l'effet de bibliothèque s'anéantit avec la différence :

$$\begin{vmatrix} k_{\infty}(\text{eau}) \\ k_{\infty}(\text{vide}) \end{vmatrix} \rightarrow \Delta\rho = |k_{\infty}(\text{vide}) - k_{\infty}(\text{eau})|.$$

C'est donc encore la comparaison entre les effets différentiels qui demeure significative (voir tab.(V.11.b))

Enri U5 = 2%	TDT - KENO-V	TDT - MCNP-4
$\Delta\rho$ (vidange) (pcm)	494 ± 280	- 278 ± 280

Tab. (V.11.b) : Écarts entre les coefficients de vide TDT et (KENO ou MCNP).

Ces valeurs montrent que les coefficients de vide du RBMK évalués par la géométrie générale dans APOLLO2 et par les deux méthodes Monte Carlo présentent le même ordre de grandeur.

V.2.6. Spectres de neutrons évalués par TDT

Avant d'exposer les taux de réactions importants au sein de l'assemblage RBMK, nous avons jugé utile de représenter la distribution du flux neutronique dans certaines régions du réacteur.

V.2.6.a. Considérations générales

Reprenons la géométrie de la figure (V.13) avec un milieu combustible enrichi à 2%. Le spectre sera présenté en situation normale (densité d'eau =1) ainsi qu'en situation "vidangée" (densité d'eau=0). Rappelons que les flux calculés dans APOLLO2 sont moyennés en espace et intégrés en léthargie³ pour chaque groupe du maillage énergétique. Ils sont ensuite normalisés par les sources de fission, ce qui revient à considérer un neutron entrant.

Dans toutes les figures, nous avons reporté le spectre de neutrons (rapport du flux calculé par

³ variable sans unité définie par : $u = \ln \frac{E_0}{E}$. Au cours d'un choc, le neutron gagne une quantité de léthargie : $\Delta u = u' - u = \ln \frac{E}{E'}$, où E et E' sont les énergies respectives du neutron incident et diffusé. $E_0 = 10$ MeV.

C'est l'énergie maximale du maillage à 99 groupes dans APOLLO2.

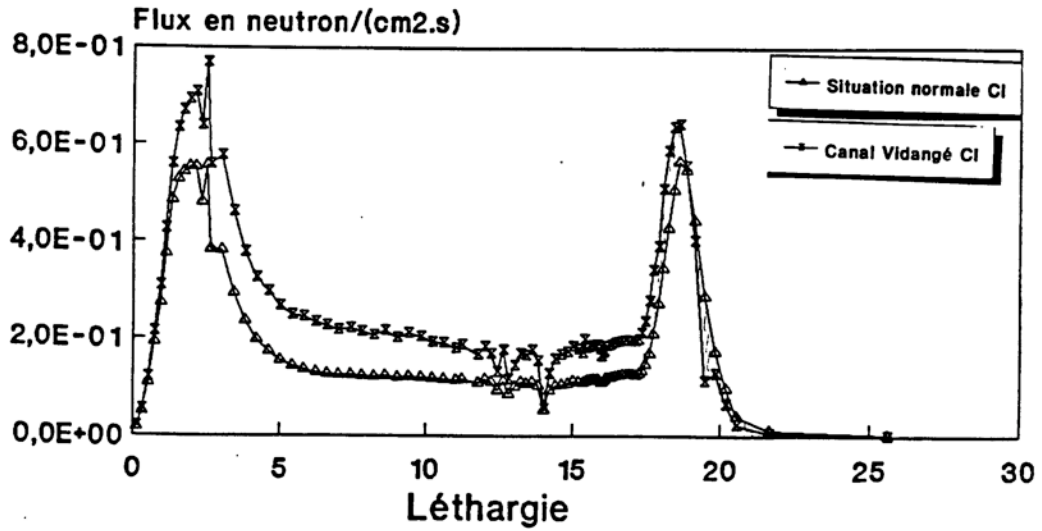


Figure. (V.14) : Flux (normalisé par les sources de fission) dans la couronne combustible interne de l'assemblage RBMK, en situation normale et "vidangée".

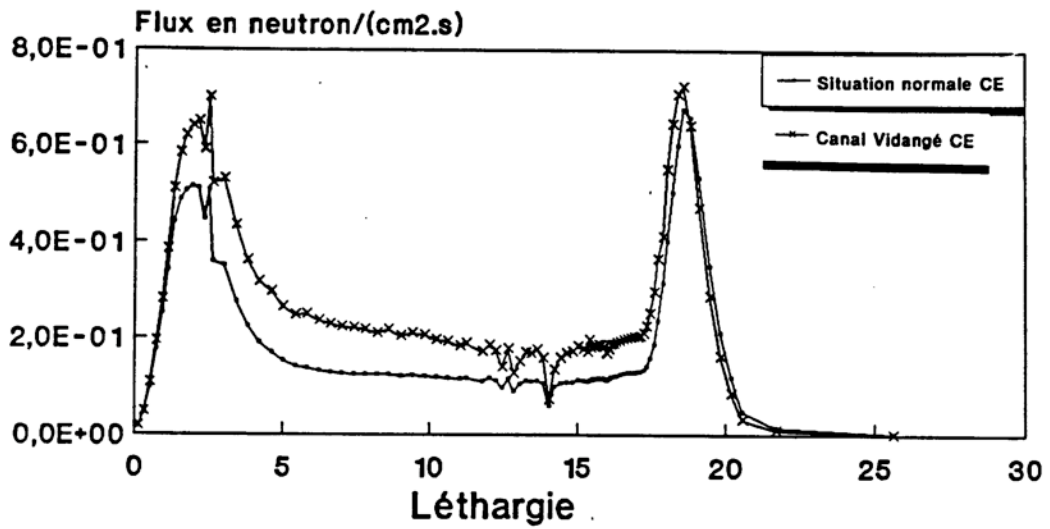


Figure. (V.15) : Flux (normalisé par les sources de fission) dans la couronne combustible externe de l'assemblage RBMK, en situation normale et "vidangée".

APOLLO2 sur la largeur en léthargie du groupe considéré) pour les deux situations de fonctionnement du réacteur. L'axe des abscisses (la léthargie) est représenté par la moyenne des léthargies minimale et maximale, pour chaque groupe.

Les figures (V.14) et (V.15) représentent la variation respective du spectre de neutrons en fonction de la léthargie, dans les couronnes combustibles interne et externe. Dans chaque figure, sont comparés les flux correspondant au fonctionnement normal et "accidentel ou vidangé " du réacteur.

Nous présentons également le spectre neutronique en situation intermédiaire, c'est à dire, dont les valeurs ont été calculées à 78%, 52% et 20% de la densité usuelle de l'eau. Ceci est illustré par la figure (V.21.a). Il sera alors possible de représenter la variation du coefficient de multiplication en fonction de la densité considérée du caloporteur. La figure (V.21) décrit cette variation.

V.2.5.b. Interprétation globale du spectre dans le combustible

Nous pouvons clairement observer que le flux dans la grappe combustible, quelle que soit la situation envisagée, respecte bien l'allure générale du spectre dans un réacteur thermique, composé des 3 étapes : fission, ralentissement et thermalisation [6]. Dans cette partie, nous nous contentons de rappeler que le spectre de fission peut être assimilé à une maxwellienne autour de 2 MeV. Cette énergie représente l'énergie moyenne d'un neutron émis par fission, plus précisément par le noyau d'U235.

Le ralentissement suit un spectre en $1/E$. Quant au flux thermique, il est aussi représenté par un spectre de Maxwell étalé autour de l'énergie thermique $\approx .025$ eV (voir annexe 1 pour plus de détails).

spectre de fission

Nous remarquons que :

- le spectre de fission est assez large en énergie et présente un pic autour d'une léthargie de 1.9, soit une énergie de 1.5 MeV. Le décalage de 2 MeV à 1.5 MeV est dû aux transferts de neutrons de fission nés dans le groupe 10, vers d'autres groupes d'énergie plus faible. Nous pouvons citer à titre d'exemple qu'après un choc élastique sur l'oxygène, l'énergie du neutron diffusé devient [6] :

$$E'=E \left(\frac{A-1}{A+1} \right)^2 = 1,76 \text{ Mev.}$$

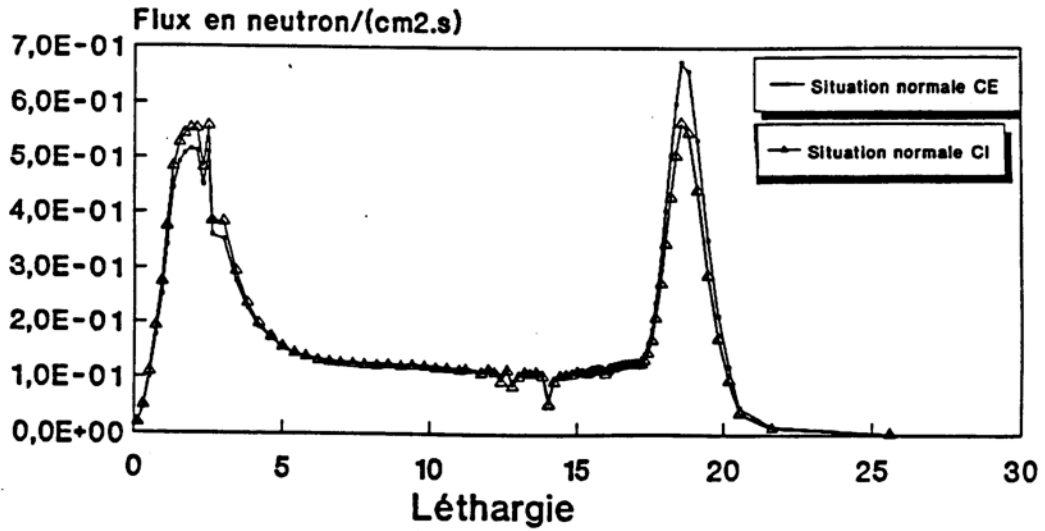


Figure. (V.16) : Comparaison entre le spectres dans la couronne combustible externe et interne de l'assemblage RBMK, en situation normale.

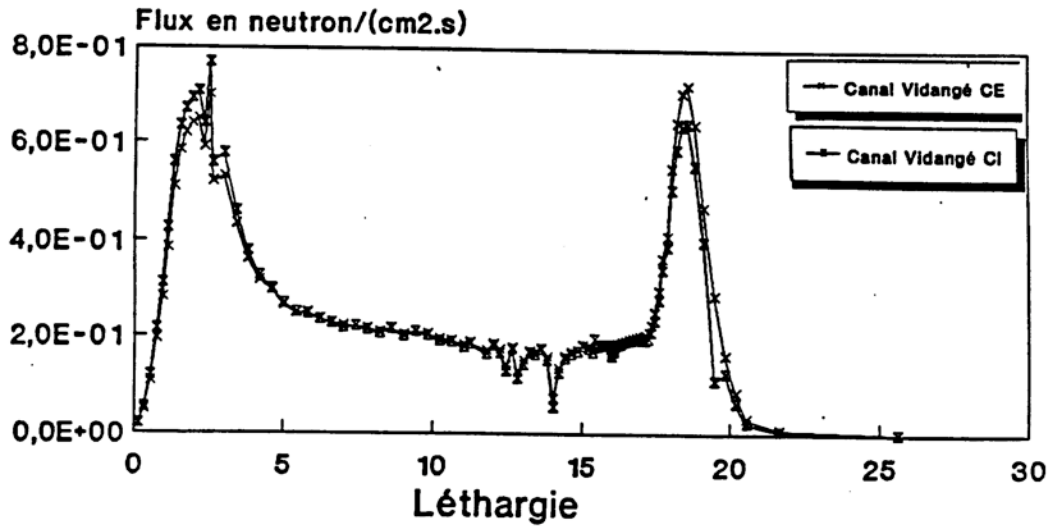


Figure. (V.17) : Comparaison entre le spectres dans la couronne combustible externe et interne de l'assemblage RBMK, en situation "vidangée".

- Le spectre de fission, juste après avoir atteint sa valeur maximale de 1.5 Mev, est brisé par la présence de deux dépressions consécutives. La première située dans le groupe 12 (1 Mev) correspond à une diminution de flux de (0,552-0,48 n/(cm2.s)), autrement dit une dépression relative de 16%. Ensuite une remontée de flux est notée du groupe 12 à groupe 13 et vaut 0,557-0,48.

La deuxième dépression prend naissance dans le groupe 14 aux environs de 0,5 MeV, où le flux passe de 0,557 à 0,384 ; soit une diminution relative de 31%.

Cette irrégularité s'interprète facilement par la présence des résonances de l'oxygène ^{16}O , notamment celles de la diffusion élastique. La figure (V.18) met en relief les résonances qui caractérisent la section efficace totale de l'oxygène ^{16}O entre 0,4 et 5 MeV, d'après les évaluations ENDF-B5. Les deux dépressions de flux au niveau du spectre de fission peuvent être attribuées, dans l'ordre, au premier pic de résonance situé vers 0,5 MeV. Quant à la deuxième, elle résulte de la résonance qui suit la première et qui se situe vers 1 MeV.

Les dépressions du spectre rapide sont également observées lorsqu'on vidange l'assemblage, ce qui explique qu'il s'agit du noyau d'oxygène contenu dans le combustible UO2.

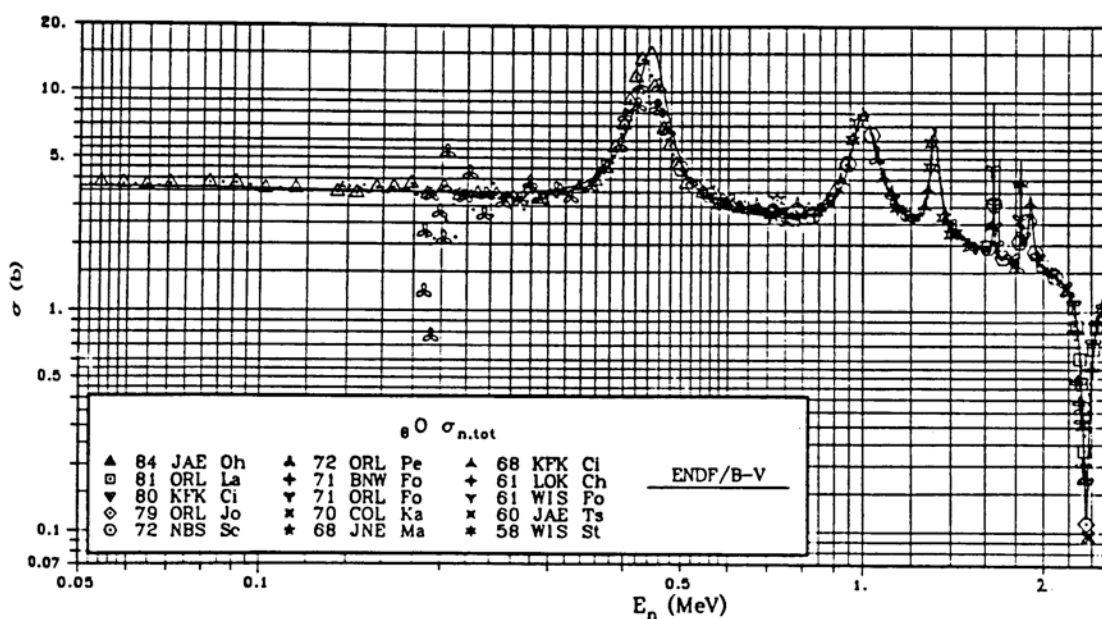


Figure. (V.18) : Variation de la section efficace microscopique totale de l'oxygène en fonction de l'énergie.

spectre de ralentissement

L'allure globale du spectre intermédiaire situé entre les deux maxwelliennes varie bien en $1/E$ en fonction de l'énergie.

Il est important d'observer les oscillations du flux dans l'intervalle énergétique compris entre les groupes 37 et 48 : c'est le domaine des résonances de l'isotope U238. Nous observons en effet la faible valeur du flux dans ce domaine épithermique. Nous remarquons plus précisément la dépression du flux vers la léthargie 14, au niveau du groupe 48. Ce dernier correspond à la résonance la plus importante de l'U238. En effet, elle présente son pic vers 7 eV et la section d'absorption à cette énergie vaut 5.10^3 barns⁴. Ces résultats permettent de confirmer que le module d'autoprotection fonctionne correctement dans le cadre de la géométrie générale..

spectre thermique

La présence du graphite en tant que modérateur et réflecteur fait du spectre dans le réacteur, un spectre à prépondérance thermique. Il s'étale d'une manière approximative entre les léthargies 17 et 20, associées aux énergies 0,413 eV et 0,021 eV. Nous pouvons vérifier que le pic de thermalisation des neutrons (atteint pour 0,025 eV) appartient bien à cette gamme d'énergie.

V.2.6.c. Influence de la vidange sur la grappe combustible

Les figures (V.14) et (V.15) montrent que la vidange du canal réfrigérant, donc l'absence du pouvoir absorbant de l'eau, entraîne une remontée de flux principalement rapide. Cette remontée s'avère moindre dans le domaine thermique car les neutrons non seulement, ne sont plus absorbés mais une certaine proportion n'est plus ralentie (voir tab.(V.12)). Rappelons que bien que l'eau ne soit que caloporteur dans ce type de réacteur modéré au graphite, une partie de neutrons thermiques est ralentie suite à une série de chocs élastiques sur l'hydrogène.

milieu modérateur	pouvoir modérateur ⁵ (cm ⁻¹)	pouvoir absorbant ⁶ (cm ⁻¹)
eau légère	1,3	0.0191
graphite	0,061	0.00024

Tab.(V.12) : Modération et absorption pour un neutron thermique à T=20°C.

Le tableau (V.12) met en évidence le pouvoir modérateur relatif de l'eau légère et du graphite, pour un neutron thermique à froid i.e. à T=20°C.

⁴ Le barn est une unité de section efficace et est égal à 10^{-24} cm².

⁵ = $\xi\Sigma_s$, où ξ est le gain moyen de léthargie par choc. ξ dépend du nombre de masse A.

⁶ défini d'une manière analogue au pouvoir ralentisseur et vaut $\xi\Sigma_a$.

Le tableau montre (V.12) indique que le pouvoir modérateur de l'eau est pratiquement 70 fois plus grand à son pouvoir d'absorption vers le pic thermique. Ce rapport augmente à 250 dans le cas d'un réacteur modéré au graphite.

Il y a donc pratiquement compensation de ces deux aspects qui prédominent aux énergies thermiques. Toutefois, c'est l'absence de l'absorption de l'eau qui impose la remontée du flux thermique.

Il faut également noter que la remontée de flux (du groupe 12 à 13) due aux deux résonances de l'oxygène est plus prononcée en situation vidangée qu'en fonctionnement normal. En effet, le passage du groupe 12 au 13 est suivi d'une augmentation de flux de 16% en situation normale. Cette même transition est accompagnée d'une remontée de flux de 20,4% en situation vidangée. Cet effet est directement lié à l'importance du spectre rapide en l'absence de l'eau et qui favorise les résonances de l'oxygène dans ce domaine d'énergie.

Cette interprétation concerne toute la grappe aussi bien la couronne interne que la couronne externe. La comparaison entre les spectres relatifs à ces deux couronnes est exposée dans la section suivante.

V.2.6.d. Comparaison entre les spectres de la couronne interne et externe

Nous remarquons d'après les figures (V.16) et (V.17) que globalement, le spectre de neutrons thermiques dans le combustible externe est plus important que celui de la couronne interne et ce, quelle que soit la situation du réacteur. La raison principale réside dans le fait que la couronne combustible externe soit plus proche du graphite. Ceci a pour conséquence directe l'effet contraire sur le spectre rapide. Ce dernier est effectivement plus important pour la couronne combustible interne que pour l'externe.

Conséquence

Revenons au spectre rapide représenté par les figures (V.14) et (V.15) et observons les oscillations du flux rapide entre les groupes 12 et 14, dues aux résonances de l' ^{16}O . Nous observons que la remontée du flux dans le cas "vidangé" est plus importante pour la couronne interne que pour l'externe.

V.2.6.e. Répartition spatiale du spectre dans le graphite

Dans ce qui suit, nous désignons par la couronne interne du graphite celle qui correspond à la région 9 de la figure (V.13). De même, la couronne externe désigne la région adjacente à l'interne et qui correspond à la région 10.

Le but de cette partie est de montrer le comportement énergétique et spatial du flux dans le bloc de graphite. Nous avons alors reporté les valeurs du flux moyen dans les couronnes interne et

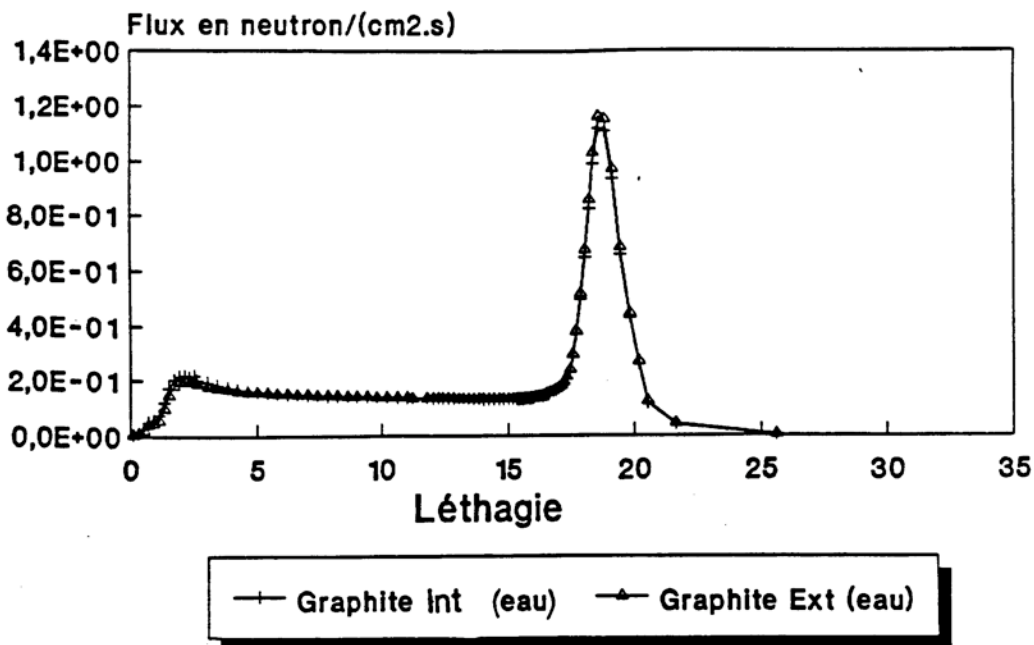


Figure. (V.19) : Comparaison entre le spectre dans la couronne graphite interne et externe.

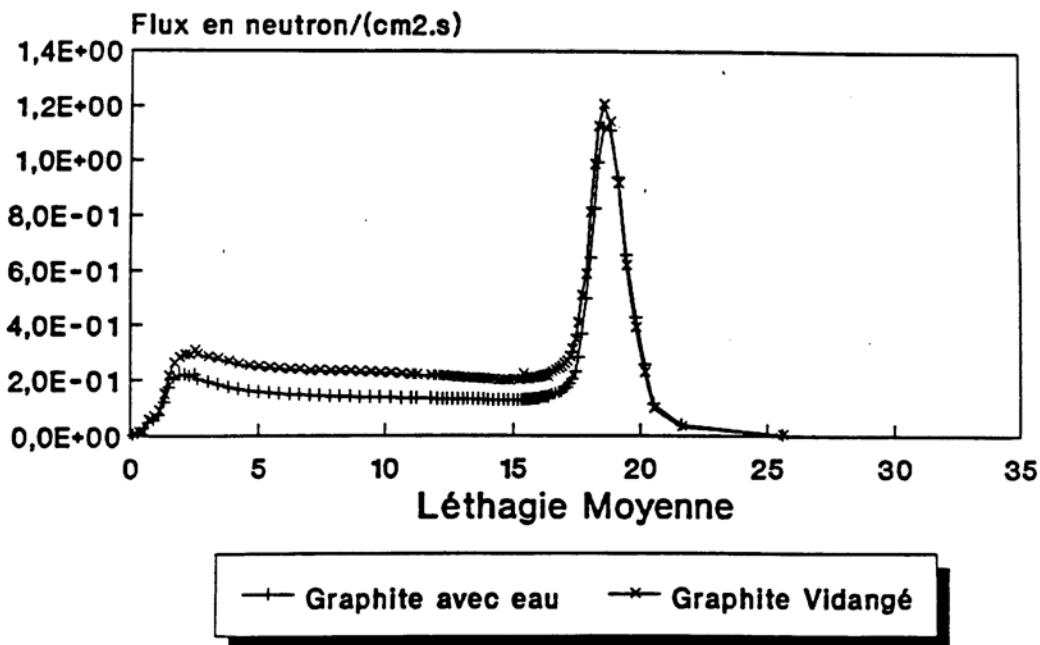


Figure. (V.20) : Influence de la vidange sur le spectre dans le bloc graphite (couronne interne).

externe du graphite en fonction de la léthargie associée au maillage multigroupe : c'est l'objet de la figure (V.19).

La courbe confirme que le spectre dans le graphite, quelle que soit la couronne considérée du bloc modérateur, est essentiellement thermique (facteur 6 entre les pics rapide et thermique). Par ailleurs, bien que très faible, on retrouve l'allure de la maxwellienne de fission autour de 2 Mev. Cette dernière est légèrement plus prononcée dans la couronne interne, vue sa proximité de la grappe combustible (sources de fission).

Le spectre de neutrons dans la couronne interne et externe de graphite se superposent pratiquement. En effet, une faible différence est observée au pic thermique. Celui-ci correspond à un flux plus important pour la couronne externe que pour la couronne interne. Cet écart est très faible et est de l'ordre de 4%.

V.2.6.f. Influence de la vidange sur le bloc graphite

La figure (V.20) représente l'allure du spectre dans la couronne interne de graphite. La comparaison entre les spectres dans les deux situations normale et "vidangée" s'interprète d'une façon identique au cas du combustible. En effet, il y a augmentation du flux rapide due à l'absence de l'absorption de l'eau, mais le flux thermique demeure pratiquement inchangé vue l'absence du ralentissement de neutrons par l'eau.

V.2.7. Variation du k_{∞} en fonction de la densité de l'eau

Les coefficients de vide ont été calculés jusqu'à présent seulement dans les conditions extrêmes associées aux densités maximale (=1) et minimale (=0) du fluide caloporteur (eau). Dans cette partie, nous portons notre intérêt sur le comportement des divers coefficients de vide en fonction du pourcentage de vapeur d'eau présente dans le tube de force. Les proportions de vide que nous avons considérées sont celles fréquemment utilisées dans le cadre des études européennes pour l'amélioration de la sûreté du réacteur RBMK. Ces densités d'eau intermédiaires sont : 0,78, 0,52 et 0,2 g/cm³.

Nous pouvons tout d'abord constater que le coefficient de multiplication infini croît bien, à mesure que l'on introduit de la vapeur dans l'assemblage. Bien que trivial, cet effet permet de confirmer encore une fois la cohérence de nos résultats et plus précisément le calcul du flux multigroupe moyen par région "vide" ou "presque vide".

La seule conclusion que nous pouvons tirer de cette courbe est que son allure est comparable à

celle établie par WIMS dans le cadre des études européennes précédemment décrites. Les résultats en question ne sont pas encore rendus publics (voir annexe 1.7).

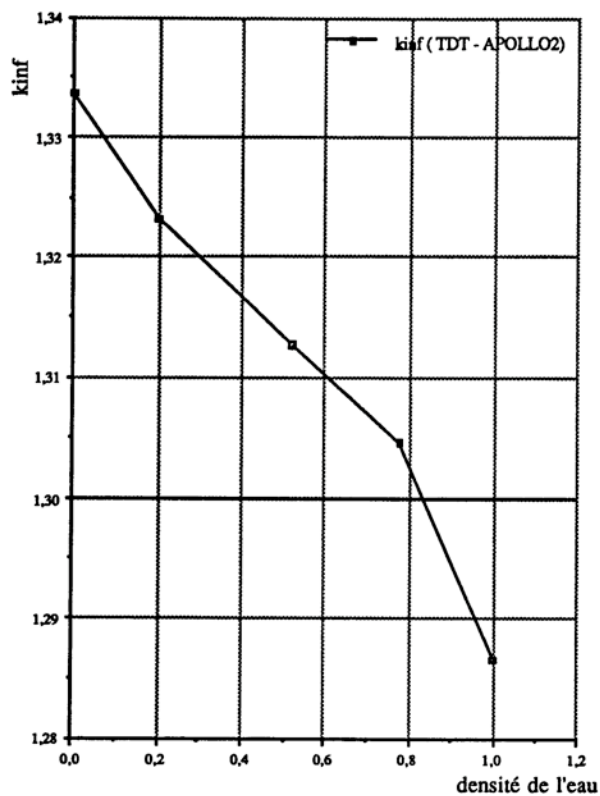


Figure. (V.21) : Variation du kinf. en fonction la densité de l'eau.

V.2.8. Évaluation des taux de réactions

Dans ce paragraphe, nous effectuons une sortie de taux de réactions (absorption, diffusion, fission éventuelle etc. ...) à 11 macro-groupes (voir N.B) sur les régions contenant les milieux : eau, combustible interne, combustible externe et le graphite.

N.B : Le maillage énergétique adopté est le suivant : 2 5 9 14 27 45 50 55 62 69 et 99. C'est un maillage à 11 macro-groupes (groupes d'énergie de sortie). Le premier contient toutes les énergies comprises entre les groupes 2 et 4 et le dernier coïncide avec le groupe 99.

Le macro-groupe 10 comprend toutes les énergies entre les groupes 68 et 98. Pour ce type de réacteur thermique, c'est donc le macro-groupe 10 qui représente la gamme d'énergie la plus

significative. Tout au long de cette section, les taux de réactions calculés seront principalement commentés pour ce macro-groupe.

Dans un premier temps, nous fabriquons via le module "EQUIGEOM", un objet qui contient les 4 milieux équivalents correspondant aux milieux où les sorties seront effectuées. Pour chaque milieu m choisi, le milieu équivalent correspondant constitue une région de sortie qui inclut toutes les régions auxquelles le milieu m a été associé dans la géométrie initiale de calcul. Pour le graphite, par exemple, la région de sortie associée contient (conformément à la figure (V.11)) les régions : 9, 10, 11 et 12.

Les sections efficaces y sont calculées via le module "PONDFLUX" en pondérant les sections efficaces (dans chaque région) par les flux associés. Le procédé est répété pour chaque macro-groupe d'énergie.

V.2.8.a. Taux de fissions dans la grappe combustible

Dans la figure (V.22), nous présentons les taux de fission (nombre de fissions par unité de temps) moyens en espace et intégrés en léthargie, dans la couronne combustible interne. Nous avons distingué les deux couronnes à cause de la différence du voisinage.

D'une manière générale, le nombre de fissions par seconde est pratiquement identique dans la grappe combustible dans le domaine des groupes rapides. A partir du groupe 68 (pour des énergies $< 1\text{eV}$), autrement dit, dans le domaine thermique, le rapport entre les taux de fissions devient sensiblement supérieur à 1 et atteint sa valeur maximale 1,20 pour le macro-groupe 10. On peut déduire de ce graphe que la couronne combustible externe gagne en moyenne (par rapport à la couronne interne), grâce à sa proximité du graphite, près de 20% sur le taux de fissions.

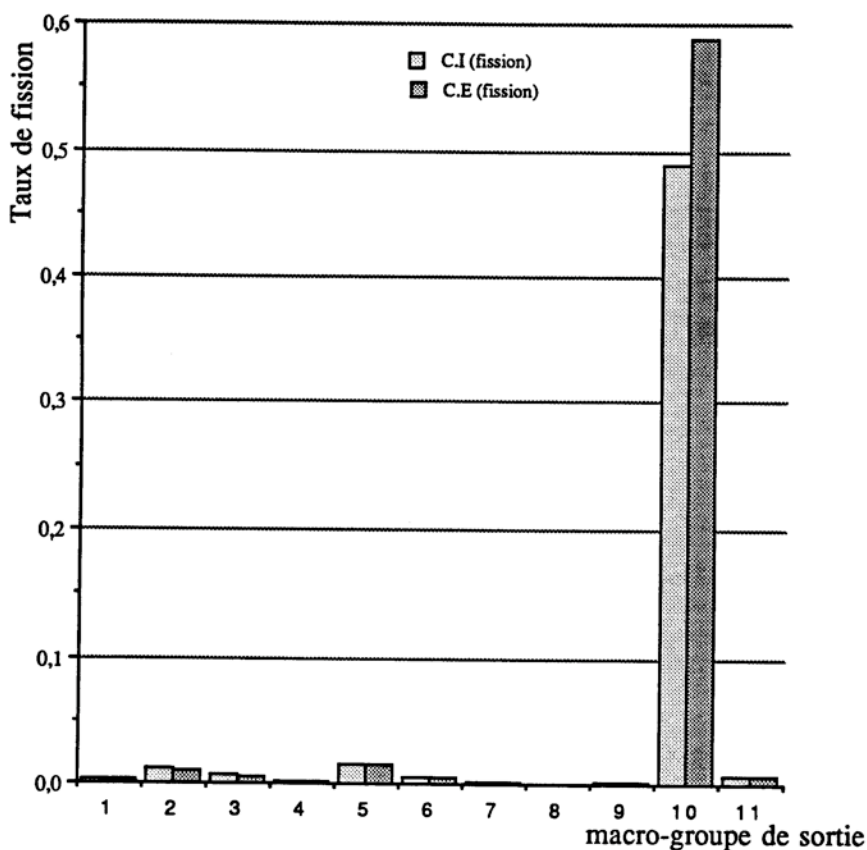


Figure. (V.22) : Comparaison des taux de fission dans la couronne combustible interne (C.I) dans les conditions normales de fonctionnement.

V.2.8.b. Taux d'absorption et de diffusion dans l'eau et le graphite

Les valeurs des taux de réaction (diffusion et absorption) moyens en espace et intégrés en léthargie sont reportées, pour chacun des 11 macro-groupes d'énergie, dans la figure (V.22).

Cette courbe confirme une fois de plus la prépondérance du pouvoir modérateur (ralentisseur) par rapport au pouvoir absorbant, aussi bien pour l'eau que pour le graphite. Pour un neutron thermique d'énergie 0,025 eV (appartenant au groupe d'énergie 91 donc au macro-groupe 10), le rapport du pouvoir modérateur sur le pouvoir absorbant que nous obtenons est :

$$\left| \begin{array}{l} \frac{4,0113E-2}{5,715E-4} \approx 70 \text{ pour l'eau} \\ \frac{3,7429E-3}{1,2652E-5} \approx 295 \text{ pour le graphite} \end{array} \right.$$

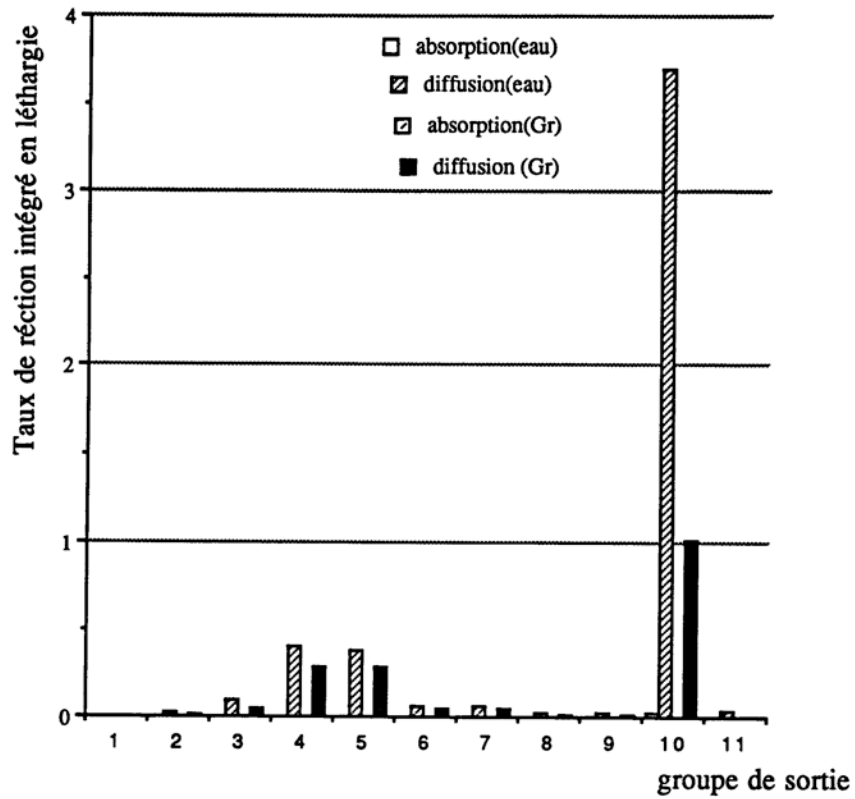


Figure. (V.23) : Comparaison des taux d'absorption et de diffusion dans l'eau et dans le graphite.

Cette remarque est cohérente avec les résultats théoriques énoncés dans le tableau (V.12) du paragraphe V.2.6.c.

V.2.8.c. Variation des taux d'absorption et de diffusion fonction de la vidange

Il est évident que plus la densité d'eau diminue et plus le ralentissement et l'absorption diminuent proportionnellement. Ceci est confirmé par les figures (V.24) et (V.25).

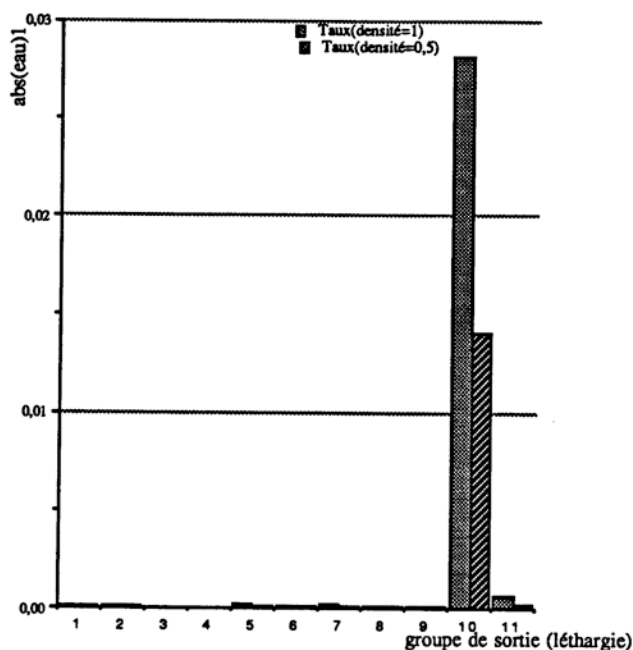


Figure. (V.24) : Comparaison des taux d'absorption de l'eau pour les densités 1 et 0,5.

Nous avons procédé à une vidange progressive de l'assemblage mais seuls les résultats relatifs à la densité 0,5 sont représentés.

Les courbes (V.24) et (V.25) confirment bien que l'absorption et le ralentissement varient dans le même sens, en fonction de la quantité de vapeur d'eau présente dans le fluide caloporteur (eau). Intéressons nous au domaine d'énergie le plus significatif (macro-groupe 10) et évaluons le rapport entre les deux taux de réaction (diffusion et absorption), à "pleine" densité et à "demie" densité. Ceci est résumé dans le tableau (V.13).

Nous y avons également regroupé les taux de fission correspondant aux couronnes interne (C.I) et externe (C.E).

Nous remarquons que la vidange n'a quasiment pas d'effet sur le taux de fission dans la couronne externe. En effet, la réduction de moitié de la densité d'eau implique une perte très faible sur le taux de fission qui est de l'ordre de 0.7%. Par ailleurs, cette même vidange fait décroître le taux de fission dans le combustible interne de 2%.

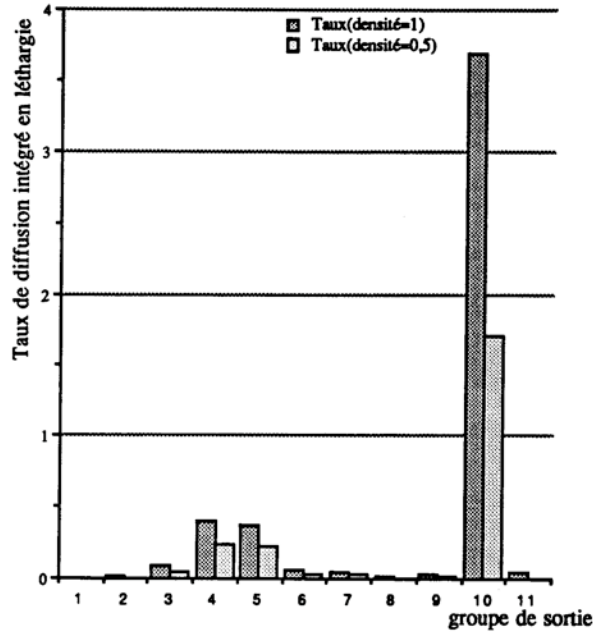


Figure. (V.25) : Comparaison des taux de diffusion de l'eau pour les densités 1 et 0,5.

macro-groupe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
groupe	4-2	8-5	13-9	26-14	44-27	59-45	54-50	61-55	62-68	98-68	99
$\frac{\tau_a^{eau}(\rho=1)}{\tau_a^{eau}(\rho=0.5)}$	1,94	1,86	1,12	1,23	1,51	1,65	1,61	1,60	1,61	2,02	2,43
$\frac{\tau_s^{eau}(\rho=1)}{\tau_s^{eau}(\rho=0.5)}$	1,94	1,89	1,8	1,67	1,68	1,77	1,73	1,73	1,74	2,18	2,65
$\frac{\tau_{fiss}^{C.I}(\rho=1)}{\tau_{fiss}^{C.I}(\rho=0.5)}$ C.E	0,95	0,93	0,9	0,79	0,8	0,83	0,82	0,82	0,82	1,007	1,19
$\frac{\tau_{fiss}^{C.I}(\rho=1)}{\tau_{fiss}^{C.I}(\rho=0.5)}$ C.I	0,95	0,93	0,9	0,79	0,8	0,84	0,81	0,81	0,82	1,02	1,29

Tab.(V.13) : Rapport des taux de réaction dans l'eau et dans le combustible en fonction de la densité d'eau.

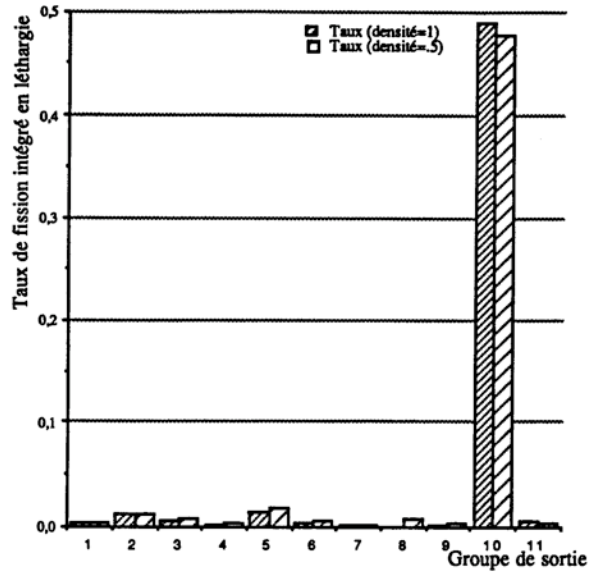


Figure. (V.26) : Variation du taux de fission dans le combustible en fonction de la densité d'eau.

Les résultats obtenus dans cette dernière partie confirment d'une part que la réalisation de sorties concernant une ou plusieurs régions de la géométrie est désormais possible avec la géométrie générale xy. La cohérence des différents taux de réaction, notamment ceux calculés pour des densités d'eau différentes, confirment que les modules de sorties dans APOLLO2 sont bien adaptés à ce nouveau type de géométrie.

V.3. Calcul du flux dans un coeur CCR

Il s'agit dans cette dernière partie de qualifier la géométrie générale dans APOLLO2 en l'appliquant à une géométrie de coeur de réacteur complexe formé par des développantes de cercle (voir §. II.2.1). Nous nous proposons de calculer le flux à un groupe d'énergie, dans une telle géométrie en imposant une source d'un neutron par cm^3 dans la lame d'eau. A défaut de résultats de référence, l'objectif de cette partie est plutôt une démonstration d'une géométrie complexe qu'il est possible de traiter par TDT dans APOLLO2.

Le CCR (Compact Core Reactor) est, comme son nom l'indique, un réacteur à coeur compact conçu pour la production de faisceaux de neutrons thermiques pour une puissance de 20 MW seulement. Comme l'indique la figure (V.27), le coeur est un cylindre de diamètre très faible ($d=11\text{cm}$) placé au centre d'un grand réservoir d'eau lourde ($d=125\text{cm}$). Si on maintient constante la puissance P du réacteur et on réduit le volume actif du coeur, la puissance spécifique moyenne augmente et par conséquent, la densité des sources de fission aussi. Du fait que ce petit coeur est fortement sous-moderé, une proportion importante (40%) de neutrons rapides s'échappent à travers la surface externe du coeur et est ensuite ralenti dans la cuve d'eau lourde. Ces neutrons, après thermalisation, produisent un haut flux thermique dont la valeur maximale atteint $8.10^{14} \text{ n cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ qui sera utilisé pour des fins expérimentales. Le lecteur intéressé par plus d'informations sur ce projet est renvoyé à la référence [38].

V.3.1. Géométrie réelle et composition physique

Le coeur compact (figure V.27) est à combustible de silicate d'uranium U_3Si_2 enrichi à 93%, refroidi à l'eau légère et modéré à l'eau lourde.

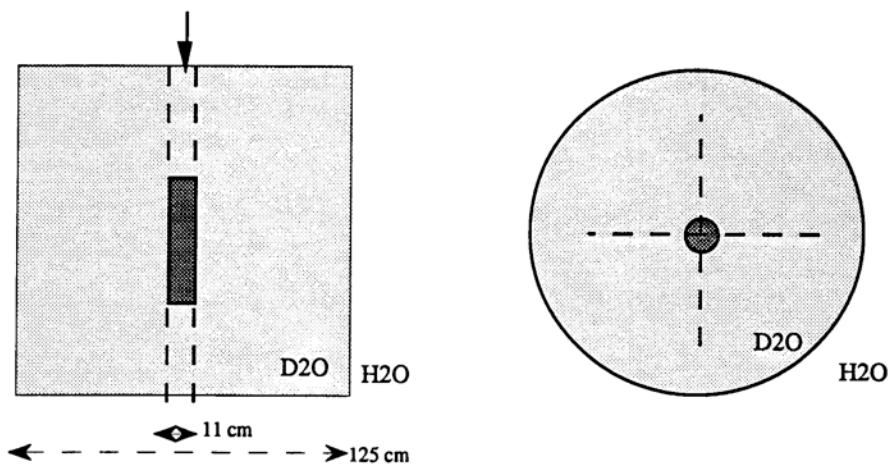


Figure. (V.27) : Coupe verticale et radiale du coeur CCR à l'intérieur de la cuve d'eau lourde.

Le coeur compact comprend au total 113 plaques combustibles gainées et espacées de la lame d'eau. Radialement, il peut être schématisé par la figure suivante :

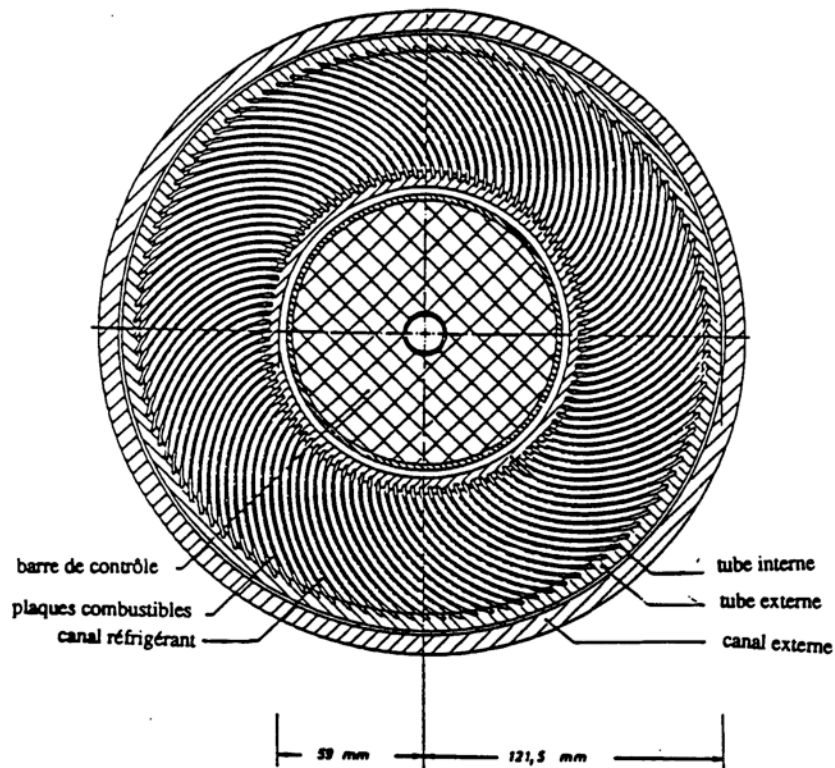


Figure. (V.28) : Coupe horizontale d'un coeur CCR.

La couronne centrale est destinée à recevoir la barre de contrôle munie d'un suiveur en Al ou en Be. Pour nos tests, nous avons remplacé la barre par l'eau légère. La figure (V.28.b) schématise la composition physique des milieux dans ce coeur.

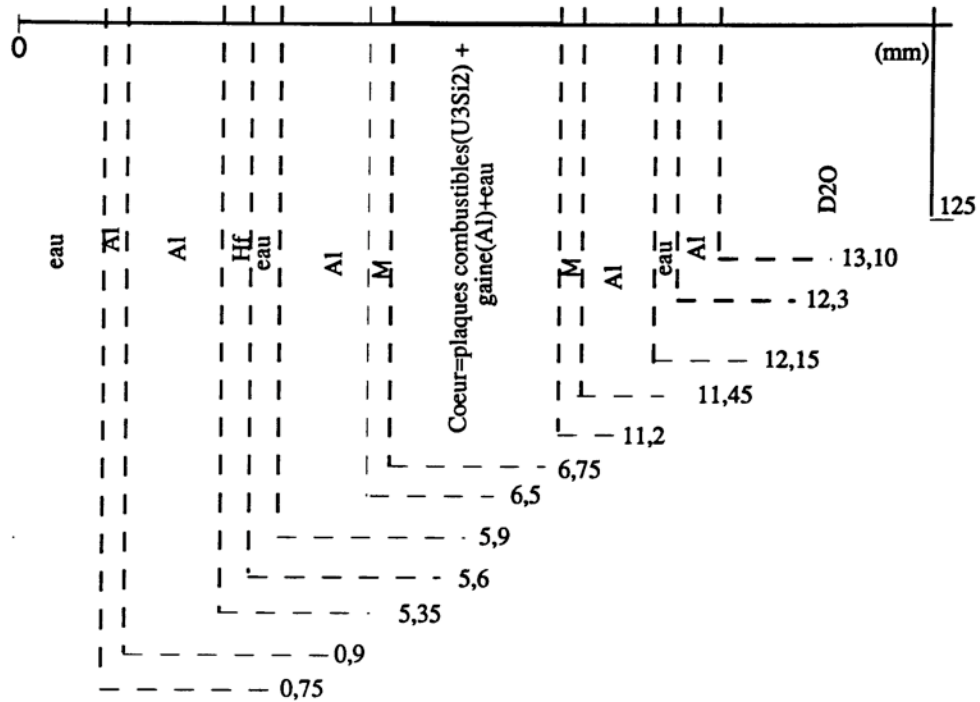


Figure. (V.28.b) : Représentation radiale des différents milieux du cœur CCR.

Dans cette figure, le milieu Hf est constitué du hafnium naturel. M est un mélange d'aluminium (proportion= $p_1 = \frac{2e_g + e_c}{2e_g + e_c + e_1}$) et de l'eau légère (proportion= $1-p_1$). Les épaisseurs e_k sont reportées dans la figure V.29. Ce mélange est dû aux embouts en Al (de longueur 0,025 mm) des plaques combustibles, plongés dans la lame d'eau inter-plaques.

	Σ_t (cm ⁻¹)	Σ_s (cm ⁻¹)	S(n/cm ³)
eau	1,1095	1,1072	1
gaine	0,16208	0,16015	/
Al	0,16208	0,16015	/
Eau/Al	0,57516	0,57298	/
U3Si2	0,71311	0,16799	/
D2O	0,45445	0,45438	/

Tab. (V.14): Sections efficaces et sources de neutron

V.3.2. Modélisation et géométrie de calcul

Pour des raisons de symétrie, la géométrie de base a été réduite au motif ayant la forme d'une botte, illustré par la figure (V.29). Le motif réduit se compose de trois parties :

- 1- partie Centrale qui comporte le tube destiné à recevoir la barre de contrôle. Avant le découpage spatial, elle contient au moins deux régions si la barre absorbante est retirée.
- 2- partie Intermédiaire qui comporte les éléments combustibles ; ce sont des plaques dont la géométrie est une développante du cercle $C(O, R_0)$. Initialement, elle contient 4 régions correspondantes aux milieux : gaine-combustible-gaine-eau.
- 3- partie Périphérique : elle comprend dans le sens croissant des rayons, le tube externe en Aluminium qui entoure le coeur, la couche d'eau et la cuve externe en Al. Celle-ci sépare l'eau lourde contenue dans le réservoir et l'eau légère placée à l'extérieur.

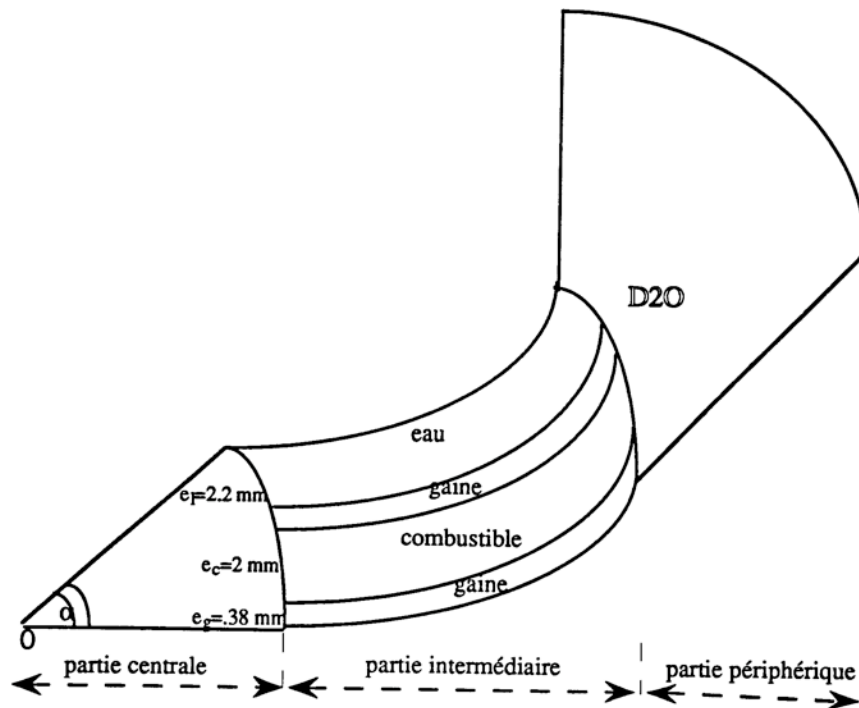


Figure. (V.29) : Géométrie de calcul réduite par rotation d'angle α autour du point O.

Nous précisons que pour la clarté de l'exposé, la majorité des schémas et figures ne sont pas à l'échelle, vue les très faibles dimensions des constituants, notamment celles des plaques combustibles.

Définition de la géométrie

Il importe de signaler que l'équation de la développante de cercle n'étant pas programmée dans le logiciel graphique SILENE, nous avons été amenés à écrire un programme qui permet aussi bien de définir le motif géométrique de base que le découpage spatial envisagé dans les trois parties du motif.

Un fichier de sortie permet de récupérer les données géométriques dans le format de lecture adapté à TDT_{geo}.

Pour le découpage géométrique, nous avons défini NCC (respectivement NCI) couronnes concentriques qui interceptent la partie centrale (respectivement périphérique). En ce qui concerne la partie intermédiaire (combustible), en plus des NCC divisions radiales, des subdivisions angulaires (Nco et Neau développantes) ont été également envisagées. La lecture du nombre de ces divisions rend plus simple tout changement de découpage spatial.

Conditions aux limites

Dans un premier temps, nous considérons le motif (gaine-comb-gaine-eau) de la figure (V.29). La géométrie globale est reproduite par rotation autour du point 0 et d'angle :
 $\alpha = 2\pi/113 = 5.55.E-2$ rad soit 3.1858° . Quant à la surface périphérique correspondant au réservoir D20, elle est supposée entourée de vide.

Choix de la méthode de calcul

Le diamètre du réservoir d'eau lourde est 12 fois plus important que celui du coeur. Une bonne façon de procéder serait de traiter le coeur (faible taille optique) en théorie de transport, et créer ensuite un module qui permettrait de calculer le flux dans le réflecteur en théorie de diffusion. Faute de temps, nous nous sommes restreints à un calcul de flux à un groupe d'énergie après avoir condensé (à un groupe) les sections efficaces macroscopiques résultantes d'un calcul multigroupe effectué sur les matériaux considérés (tab.(V.14).

Nous avons choisi d'utiliser la méthode "multimacro" de TDT pour le calcul des matrices de probabilités de collision. Ce choix est d'abord justifié par le nombre important de régions dans la géométrie découpée. D'autre part, les dimensions relatives au coeur (parties centrale et intermédiaire) et au réservoir D20 n'étant pas comparables, il est préférable (pour des raisons de précision numérique) de considérer un paramètre radial spécifique à chaque macro-région.

Découpage spatial

Nous avons commencé d'abord par partitionner la géométrie de la figure (V.29) en deux macro-régions : le coeur et le réservoir d'eau lourde. Les calculs et notamment ceux des probabilités de transmission se sont avérés non concluants. En effet, pendant le maillage d'intégration, très

souvent, aucune trajectoire n'interceptait l'interface échangeant les neutrons entre les deux macro-régions. C'est pourquoi, nous avons procédé à un partitionnement (en macrorégions) plus fin de la géométrie (voir figure(V.30), qui consiste subdiviser la partie modératrice en 4 macro-régions, dans le but d'optimiser le calcul des termes de surface.

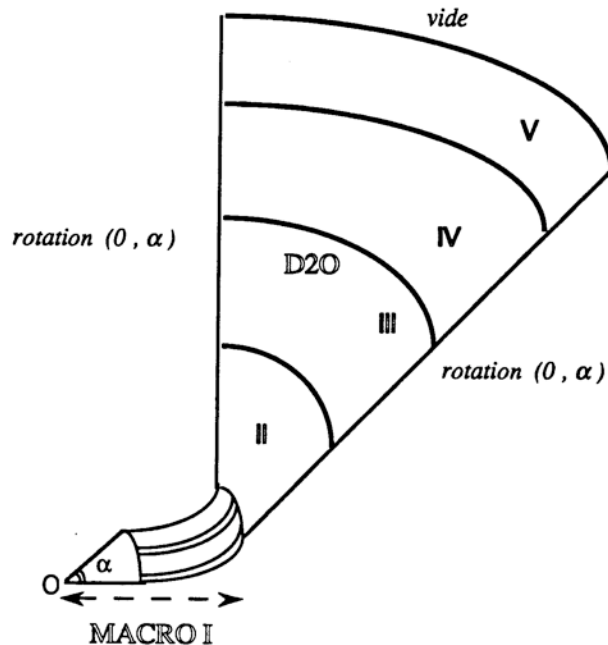


Figure. (V.30): Découpage spatial dans le motif CCR réduit.

La partie centrale et le combustible sont subdivisés en 4 régions selon 3 développantes parallèles à celles qui délimitent la plaque combustible.

Définition du maillage d'intégration

Les plaques combustibles étant de taille très faible, le premier choix est porté sur un pas radial

$\Delta R=0.01\text{cm}$. Le nombre d'orientations de trajectoires entre 0 et $\pi/2$ est optimisé à 15. Avec de tels paramètres d'intégration, nous avons constaté que dans la plupart des régions de la plaque combustible, l'erreur relative du volume numérique sur le volume exact est de l'ordre de 0.1. Pour améliorer le calcul numérique, une intégration numérique spécifique à chaque macro-région est effectuée. Il s'agit, en effet, de considérer pour chaque macro-région, un paramètre radial dépendant de la géométrie de la macrorégion en question. Les caractéristiques de ce découpage sont reportées dans le tableau (V.15).

Signalons que les difficultés à ce niveau sont liées aux faibles dimensions des zones (régions et surfaces) de la géométrie.

Géométrie			Tracé de trajectoires		
Macro-région	nombre de régions	nombre de surfaces	Volume	$n\Phi = 15$	
				$\Delta R/\text{macro}$	nombre de trajectoires
I (coeur)	105	7	4,77	5,676E-03	21112
II (D2O)	7	16	71,6	5,79E-03	680
III (D2O)	7	16	71,6	5,79E-03	398
IV (D2O)	7	16	71,6	5,79E-03	338
V (D2O)	21	20	214,8	5,79E-03	690

Tab. (V.15): Géométrie et maillage d'intégration pour chaque macro-région

Après avoir calculé les matrices de probabilités de collision, de fuite et de transmission, le flux moyen par région et par macro est calculé par inversion directe de la matrice globale. Rappelons que cette matrice est fabriquée à partir des matrices P (par macro), via le passage du formalisme 'flux-courant' au formalisme 'flux'.

V.3.3. Présentation des résultats

Pour simplifier l'exposé, nous présentons seulement les valeurs de flux monocinétiques relatives aux régions internes de la plaque combustible (gaine+combustible+gaine+lame d'eau). Ces résultats sont résumés dans la figure (V.31).

Rappelons qu'à la partie combustible de la géométrie sont associées 3 subdivisions radiales et 3 subdivisions angulaires. Un gradient de flux nul ou négligeable est observé à l'intérieur des 16 régions définies par ce maillage. Nous présentons alors uniquement les valeurs de flux

correspondant aux régions extrêmes de ce découpage, autrement dit, les régions adjacentes aux gaines : c'est l'objet de la figure (V.31).

Interprétation

Il est à noter la cohérence des résultats : le flux atteint sa valeur maximale dans la lame d'eau (source de neutrons), déprime ensuite radialement au fur et à mesure que l'on s'approche du combustible. Par ailleurs, la variation angulaire du flux (est bien décroissante à mesure que l'on s'approche du réflecteur d'eau lourde et atteint sa valeur minimale à la frontière externe (interface eau lourde/vide).

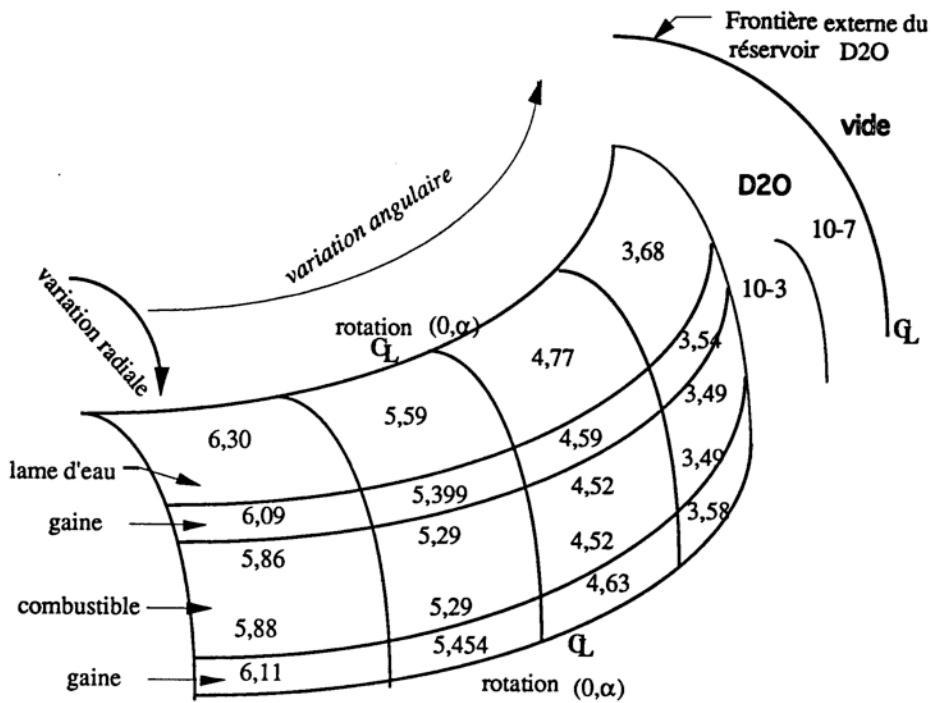


Figure. (V.31): Flux à un groupe d'énergie dans le motif 1.

La symétrie des résultats aussi bien dans le combustible que dans les gaines nous a incité à réduire de moitié la géométrie de calcul ; ce qui revient à considérer le motif d'épaisseur radiale : $e_c/2$, e_g , $e_f/2$. Les conditions aux limites deviennent, pour ce motif réduit davantage, une réflexion.

Le procédé et les options de calcul considérées sont identiques aux précédents, à l'exception des conditions aux limites.

Les résultats obtenus avec la nouvelle géométrie (réduite par symétrie) sont en très bon accord avec ceux de la géométrie précédente. Ceci est illustré par la figure (V.32).

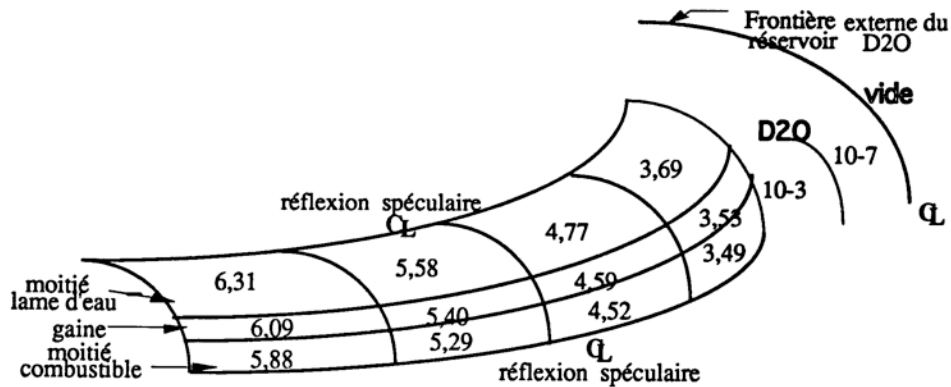


Figure. (V.32): Flux à un groupe d'énergie dans le motif 1 réduit par symétrie.

Il importe de souligner que par cet exemple de coeur compact, nous ne cherchons pas à aborder une étude physique mais nous visons essentiellement à démontrer d'une manière détaillée, le genre d'application à géométrie complexe qu'il est possible de résoudre avec TDT grâce aux différents types d'équations qui y sont programmés et à la gamme suffisamment large de conditions aux limites disponibles.

Il importe de signaler qu'il existe un projet de réacteur FOEHN (Réacteur à Haut Flux Franco-Allemand) dont l'expérience critique est publiée en Allemagne, sous la classification KFK 1064. Sa conception et son objectif sont similaires à ceux du CCR. Les calculs de ce coeur sont effectués par le code américain de transport MCNP, à l'INL (Idaho National Engineering Laboratory)[39]. La complexité géométrique d'un tel coeur constitue un handicap pour les codes de calcul qu'il utilisent, y compris MCNP. La modélisation utilisée consiste à représenter toute la partie combustible par une pâte homogène.

Il est donc important de préciser que ce type d'application géométrique constitue une des nouveautés de la thèse.

CONCLUSION

Au cours de ce travail, nous avons intégré la méthode *TDT* dans le code de transport multigroupe *APOLLO2*. Dans la mesure où il s'agit de calculer les probabilités de collision dans une géométrie générale *xy*, cette implantation a affecté les modules *GEOM* qui définit la géométrie *PIJ* qui calcule les matrices *PC* et le module *AUTOP* qui calcule les sections efficaces autoprotégées.

Ce couplage permet d'obtenir la distribution du flux à l'intérieur d'un assemblage présentant une géométrie quelconque, formée de segments de droite, d'arcs de cercles, de cercles, ou encore de développantes de cercles. Un nouveau type de géométrie appelé "géométrie générale *xy*" est alors introduit dans le code *APOLLO2*.

En géométrie générale *xy*, le flux neutronique est obtenu à partir de l'équation intégrale de transport, via la méthode des probabilités de collision. Les approximations de base que nous avons adoptées étant, l'approximation multigroupe, suivie de l'approximation du flux plat par région et de l'isotropie des lois de chocs et des sources de neutrons.

La géométrie générale *xy* peut être avantageusement utilisée pour traiter, en théorie de transport neutronique, tout calcul sur des géométries de type assemblage, tels que l'évaluation de taux de fission ou d'absorption dans les crayons combustibles ou absorbants correspondant à des emplacements différents.

A côté du calcul de transport exact, il est également possible de générer une solution approximative de l'équation intégrale de transport, en utilisant la méthode des courants d'interface (méthode *multimacro*). Il faut préciser que bien qu'elle soit approximative, cette solution demeure plus précise que celle de la méthode *MULTICELL*. Les éléments de matrices *PC* sont, en effet, calculés dans la géométrie générale *xy* réelle, à deux dimensions.

Un certain nombre de tests numériques ont contribué à la validation et à la qualification des options "exacte" et "approchée" de *TDT*. La conclusion générale qui en découle peut être résumée par les points suivants :

1- Motif REP 3*3 cellules

Le calcul du flux neutronique monocinétique et multigroupe dans un motif 3* 3 type REP a fourni des résultats identiques (à quelques pcm près) à ceux issus de la méthode *MARSYAS*. Le calcul des probabilités de collision en géométrie générale *xy* a été ainsi validé.

2- Assemblage hexagonal type RSM

- Les flux monocinétiques moyens par région, calculés à l'intérieur de l'assemblage sont, d'une manière globale, en meilleur accord avec les résultats Monte Carlo (code *TRIPOLI2*) que la méthode MULTICELL.
- Il est possible que le désaccord au niveau de la cellule 16 (par *TDT* exact) soit en fait dû au calcul Monte Carlo qui ne présente qu'un faible intervalle de confiance. Faute de temps, nous n'avons pas pu confirmer cette supposition.
- La discordance concernant la cellule centrale (par *TDT* macro) serait liée à l'insuffisance de l'approximation UP1 appliquée aux courants d'interface. Nous avons introduit dans *APOLLO2* une approximation différente, basée sur la discrétisation de la surface en question sous forme d'un certain nombre de secteurs angulaires (voir annexe 1) imposé par l'utilisateur. Le flux angulaire à la surface est alors approché par la somme des flux isotropes correspondant à chaque secteur. Nous venons d'implanter cette option lors du traitement de la géométrie générale xy dans *APOLLO2*, mais aucun test n'a été effectué.

3- Assemblage à tube de force RBMK

Les tests concernant cet assemblage ont permis une qualification importante de la géométrie générale xy dans *APOLLO2*. Des différents résultats obtenus, nous retenons essentiellement les points suivants :

- Accord parfait à 75 pcm près entre les résultats obtenus par la méthode "exacte" et "approchée" de *TDT*. Les effets d'interface se sont avérées quasiment négligeables pour ce type d'application.
Par ailleurs, le gain sur le temps de calcul total est de l'ordre de 40%. Ceci implique un rapport "coût / précision" relativement intéressant. Pour des raisons d'économie, la méthode "multimacro" est alors recommandée pour les géométries présentant un nombre important de régions, où les matrices PC sont de dimension élevée. Cette option doit s'utiliser avec un choix optimum sur les interfaces.
- La comparaison entre les résultats *TDT* et *TRIMARAN* calculés en situation accidentelle (assemblage "vidangé") est très bonne. Ceci a permis de valider le calcul des probabilités de collision relatives à des régions vides.

- Les calculs réalisés dans le cadre du Benchmark visant à améliorer les conditions de sûreté de la filière RBMK, montrent que le coefficient de vide calculé avec *TDT* est comparable à celui qui a été obtenu au GRS de Munich. Une bonne concordance est aussi observée par rapport aux diverses options de calcul du code britannique WIMS. L'accord est meilleur avec la méthode WIMSE-PIJ dont le procédé de calcul est voisin de *TDT*.

- Pour clore cette partie qualification de la géométrie générale, nous avons représenté la distribution de flux dans l'assemblage RBMK, aussi bien dans les conditions normale qu'incidentelle ou accidentelle de fonctionnement. Le flux est calculé à différentes densités d'eau et le facteur K_{inf} qui en résulte suit une allure comparable à celle obtenue par le code WIMS.

L'allure générale du spectre de neutrons, quelle que soit la situation envisagée, est composée des trois étapes : spectre de fission, ralentissement et thermalisation. Les résonances des noyaux d'Oxygène dans le domaine rapide ainsi que celles de l'isotope U238 dans le domaine épithermique sont bien représentées.

- L'évaluation des taux de fission dans la grappe combustible et ceux d'absorption et de diffusion dans le l'eau et le graphite confirme l'adaptation des modules de sortie d'*APOLLO2* à la géométrie générale xy

4- Coeur CCR (Compact Core Reactor)

Ce type de réacteur présente la particularité de contenir des plaques combustibles sous forme de développantes de cercle. Il est conçu pour produire un flux thermique important tout en conservant une faible puissance. Les tests numériques relatifs à ce cas présentent des résultats cohérents. Faute de code de calcul de référence, ces tests ont été réalisés pour démontrer avant tout, la gamme d'application qu'il est possible de traiter avec la géométrie générale dans *APOLLO2*.

PERSPECTIVES

La démarche entreprise tout au long de ce travail et plus particulièrement concernant l'assemblage RBMK, a permis de démontrer le bon fonctionnement de la méthode *TDT* intégré dans *APOLLO2*.

Il est néanmoins nécessaire, afin de combler certaines lacunes et de s'assurer de l'exactitude de nos résultats, de réaliser l'étude complémentaire suivante :

1. Réeffectuer un calcul Monte Carlo (*TRIPOLI* ou *TRIMARAN*) sur l'assemblage hexagonal type RSM, avec une meilleure estimation des résultats.
2. Remplacer la représentation UP1 du flux angulaire aux interfaces de l'assemblage hexagonal par la représentation utilisant la discrétisation conique décrite en annexe.
3. Valider les résultats correspondant aux différents types d'assemblages traités en géométrie générale xy, par des calculs similaires effectués en géométrie générale à 3 dimensions. Notons que cette dernière est en cours de développement et fait l'objet d'un sujet de thèse à l'université de Rabat (Maroc) en collaboration avec le LENR - SERMA.

4. Prévoir la possibilité de créer des géométries (générales xy) équivalentes. Ceci nous permettrait d'utiliser les résultats du calcul de transport dans un calcul de diffusion, moyennant l'équivalence transport-diffusion. Un calcul de diffusion à l'intérieur d'un motif RBMK est une application possible [32]. Ce motif est constitué de 16 blocs de graphite disposés en damier 4*4.

Nous pouvons citer dans le cadre de la géométrie générale xy, un large éventail d'applications à savoir :

- Traitement exact des crayons déformés (déplacement radial du centre sous des effets de température). Ce phénomène, dit d'Arcure des barreaux combustibles, est observé en particulier dans les réseaux REP .
- Calcul de transport exact dans un coeur de réacteur spatial dont le but est d'optimiser l'efficacité des barres absorbantes en fonction de leur rotation. Une étude préliminaire à ce sujet a été entamée juste après l'introduction de la géométrie générale dans *APOLLO2*.

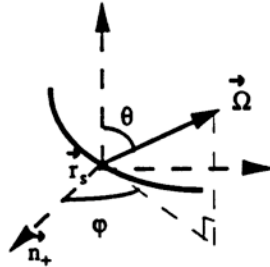
ANNEXES

ANNEXE 1

1- APPROXIMATION UP0

Dans le cas de l'approximation UP0 la fonction de représentation angulaire se réduit à l'harmonique sphérique d'ordre 0 :

$\psi_{\pm\alpha}^0(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = f_{\alpha}^0(s) \chi_{\pm}^0(\varphi)$ où $f_{\alpha}^0(s) = \frac{1}{S_{\alpha}}$ et $\chi_{\pm}^0(\varphi) = \frac{1}{\pi}$, où θ et φ sont les coordonnées angulaires (locales) sphériques de $\vec{\Omega}$.



La représentation spatiale dans une géométrie x-y est donc traduite par le choix de fonctions uniformes en espace et isotrope en angle : $\psi_{\pm\alpha}^0(\vec{r}_s, \vec{\Omega}) = 1/\pi S_{\alpha}$. Notons que ceci revient à prendre $p=0$ dans l'expression générale de la fonction de représentation angulaire (équation (II.21)).

2- APPROXIMATION UP1

Lorsque le flux angulaire est approché par un développement P1 en angle, les fonctions de représentation angulaires $g^{\beta}(\Omega) = (\sin\theta)^{\beta} \chi_{\pm}^{\beta}(\varphi)$ sont les deux premières harmoniques sphériques. Vue la condition de orthonormalisation (I.17), nous obtenons [12]:

$$g^0(\Omega) = \frac{1}{\pi}$$

$$g^1(\Omega) = \frac{2}{\pi} \sin\theta \sin\varphi \quad g^2(\Omega) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} (\sin\theta \cos\varphi - \frac{2}{3}) \quad g^3(\Omega) = \frac{2}{\pi} \cos\theta$$

Étant donné le groupe de symétrie de la géométrie x-y, la composante du flux sur la

fonction $g^3(\Omega)$ est nulle et le flux angulaire sortant rentrant par ∂D_α se réduit à un développement à l'ordre 2 sur ces fonctions. Ceci se traduit par :

$$\Psi_\pm(\vec{r}_\pm, \vec{\Omega}) = f_\alpha^0(s) \begin{pmatrix} g^0(\Omega) \\ g^1(\Omega) \\ g^2(\Omega) \end{pmatrix} \quad \text{avec} \quad f_\alpha^0(s) = \frac{1}{S_\alpha}$$

Ce qui revient à adopter le choix $p=1$ et $\chi(\varphi)=\sin \varphi$ dans l'équation (II.21).

3- DISCRÉTISATION EN SECTEURS ANGULAIRES

Bien que l'approximation UP1 soit plus précise que UP0, elle s'avère insuffisante dans certains cas. Nous avons supposé une troisième approximation dite de discrétisation cônica :

Le cas général consiste à partitionner la demi sphère de normale \vec{n}_+ en plusieurs niveaux polaires N_θ . Chaque niveau θ est à son tour subdivisé en M_φ intervalles azimutaux. La figure 1 illustre le cas particulier où tous les niveaux θ sont divisés en intervalles azimutaux φ identiques. Ceci entraîne un partitionnement de la surface α en secteurs (cônes) qu'on notera k .

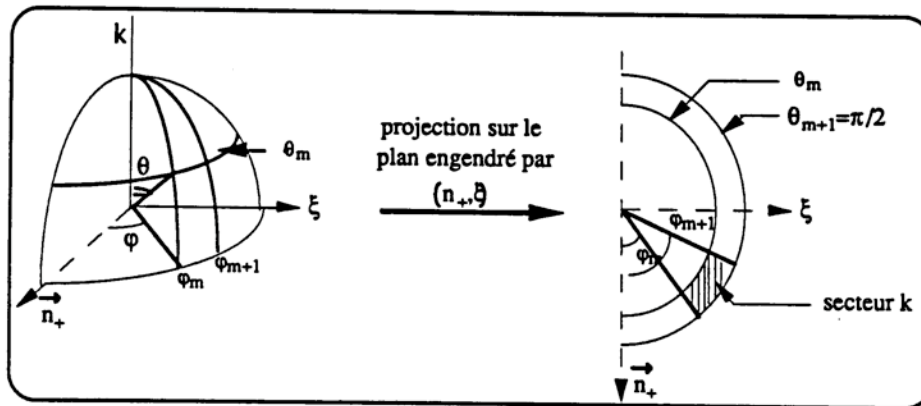


Figure 1 : Secteur angulaire défini par les intervalles polaire $[\theta_m, \theta_{m+1}]$ et azimutal $[\varphi_m, \varphi_{m+1}]$ dans le système des coordonnées angulaires locales de la surface α .

\vec{n}_+ est la normale sortante de la surface considérée α . ξ vérifie : $\vec{k} = \vec{n}_+ \wedge \vec{\xi}$.

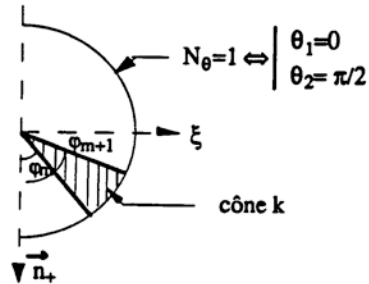


Figure 2 : Secteur angulaire horizontal (au sens de la géométrie générale xy) défini par $N_{\theta}=1$ et l' intervalle azimutal $[\varphi_m, \varphi_{m+1}]$

En ce qui concerne la géométrie générale à deux dimensions xy, nous considérons seulement la subdivision en secteurs horizontaux.

Le flux angulaire est alors approché par un développement limité sur tous les secteurs k et est donné par :

$$\psi(\varphi, \theta) = \sum_{k=1}^{m\varphi} \psi_k \chi_k(\varphi), \text{ où } \theta \text{ et } \varphi \text{ sont les coordonnées angulaires sphériques de la direction du neutron (trajectoire).}$$

Le flux est donc supposé constant ou uniforme par morceau (secteur). ψ_k est la valeur du flux sur le secteur k et $\chi_k(\theta)$ est la fonction caractéristique définie sur ce même secteur.

À l'inverse de l'approximation P1, le développement du flux est indépendant de l'angle polaire θ . Il faut signaler que plus le degré du développement P_N est élevé et plus les composantes du flux en harmoniques sphériques deviennent compliquées et nécessitent un temps de calcul plus important. C'est pour cette raison que nous avons remplacé l'option UP1 par la discrétisation en secteurs angulaires décrite ci-dessus.

Il est clair que l'ordre de cette approximation (d'une manière analogue à celle du flux scalaire par région) varie en fonction du découpage en secteurs angulaires. Pour le calcul de l'assemblage hexagonal, nous avons considéré les approximations correspondant à 1 ou 3 secteurs par surface.

Conséquence sur les termes (probabilités) de surface

Découper une surface en secteurs angulaires fait intervenir des probabilités de fuite et de transmission par secteurs. Ceci nous amène à introduire des probabilités partielles

de fuite et de transmission respectives $P_{\alpha k i}$ et $P_{\alpha k \beta l}$, où $P_{\alpha k i}$ représente la probabilité pour un neutron né d'une manière uniforme et isotrope dans la région i de fuir sans collision par le secteur k de la surface α . De même, $P_{\alpha k \beta l}$ est la probabilité de transmission de la surface β par le secteur l , vers le secteur k de la surface α . Ces probabilités sont exprimées par les mêmes équations que celles qui correspondent au cas sans secteur (voir (II.27) et (II.30)) mais en remplaçant les fonctions de Bickley par des fonctions de Bickley partielles définies par :

$$K_{in}(\tau, \theta_m, \theta_{m+1}) = \int_{\theta_m}^{\theta_{m+1}} e^{-\tau/\cos \theta} \cos \theta^{n-1} d\theta.$$

différence entre UP1 et discrétisation angulaire

-L'approximation UP1 suppose une distribution sphérique du flux angulaire sur une surface α . Elle est fonction des deux coordonnées (θ, φ) de la direction $\vec{\Omega}$ de trajectoire du neutron à la surface.

En ce qui concerne la méthode discrète des cônes, le fait de considérer pour chaque cône (à 2D) un flux angulaire constant, semble plus cohérent et la représentation du flux angulaire devient d'autant plus précise (moins approchée) que l'on augmente l'ordre de la discrétisation. En effet, plus on raffine la subdivision angulaire, plus l'approximation d'un flux angulaire constant (ψ_k par cône) est licite.

- Il faut toutefois savoir que pour une discrétisation conique trop importante, si le maillage d'intégration n'est pas suffisamment fin, un ou plusieurs cônes risquent de ne pas être interceptés par les trajectoires. Il s'en suivrait des termes de fuite incorrects.

4- CONDITIONS AUX LIMITES POUR LES TRAJECTOIRES :

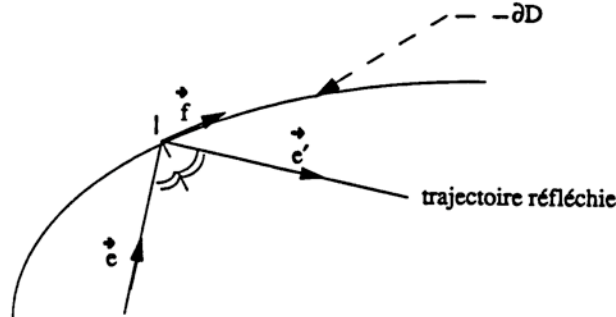


Figure (IV.7) : réflexion d'une trajectoire sur ∂D .

Si \vec{f} est le vecteur unitaire tangent à la frontière au point I, il est colinéaire au vecteur $\vec{e} + \vec{e}'$:

$$\vec{e} + \vec{e}' = |\vec{e} + \vec{e}'| \frac{\vec{f}}{|\vec{f}|} \text{ or } |\vec{e} + \vec{e}'|^2 = |\vec{e}|^2 + |\vec{e}'|^2 + 2 \frac{\vec{e} \cdot \vec{e}'}{|\vec{e}| |\vec{e}'|} = 2(1 + \vec{e} \cdot \vec{e}') = 4 \cos^2 \Phi$$

Le vecteur \vec{e}' est calculé par :

$$\vec{e}' = -\vec{e} + 2 \frac{\vec{e} \cdot \vec{f}}{|\vec{f}|^2} \vec{f} \quad (\text{IV.7})$$

6- DIMINUTION DU COEFFICIENT DE VIDE AVEC L'ENRICHISSEMENT

Pour simplifier, considérons le facteur de multiplication infini ($k_{\infty} = \frac{\text{Production}}{\text{absorption}}$) dans

la formulation des 4 facteurs [6] : $k_{\infty} = \epsilon \eta p f$.

L'effet de vide étant faible sur les facteurs ϵ et η , nous considérerons seulement son influence sur le facteur anti-trappe p et le facteur d'utilisation thermique f (probabilité relative pour un neutron thermique d'être absorbé dans le combustible).

1- Lorsqu'on retire l'eau, on diminue le ralentissement et par suite on favorise les absorptions dans les résonances de l'U238. La vidange a donc un effet négatif sur le facteur p .

2- f étant défini par $f = \frac{A_{\text{comb}}}{A_{\text{totale}}}|_{\text{thermique}}$, la diminution du taux d'absorption totale entraîne une contribution de réactivité positive sur f . Nous allons l'évaluer d'une façon approximative :

$$\begin{cases} \text{eau} : \frac{1}{f} = 1 + \frac{A_{\text{eau}}}{A_{\text{comb}}} + \frac{A_{\text{g}}}{A_{\text{comb}}} + \frac{A_{\text{s}}}{A_{\text{comb}}} \\ \text{vide} : \frac{1}{f_v} = 1 + \frac{A'_{\text{g}}}{A_{\text{comb}}} + \frac{A'_{\text{s}}}{A_{\text{comb}}} \end{cases} ,$$

où A_{comb} , A_{eau} , A_{s} et A_{g} désignent les taux d'absorption respectifs dans le combustible, l'eau, les structures et le graphite.

Si l'on suppose qu'après vidange les rapports des taux d'absorption (en situation

vidangée) sont à peu près égaux aux premiers (situation normale), la réactivité positive introduite par la vidange est obtenue par différence de ces deux termes, soit :

$$\Delta\rho^{\text{vide}} = f_v \frac{f_v - f}{f_v} = f \frac{A_{\text{eau}}}{A_{\text{comb}}}.$$

Une augmentation de l'enrichissement entraîne une faible augmentation de f . L'absorption dans le combustible est à peu près constante. Enfin, A_{comb} croît (pratiquement proportionnellement) avec l'enrichissement .

Conclusion :

Le coefficient de vide positif sur f diminue avec l'enrichissement.

7- SPECTRE DE NEUTRONS DANS UN RÉACTEUR THERMIQUE

Il résulte généralement des contributions des 3 étapes : fission, ralentissement et thermalisation. 1- Le spectre de fission est assez large en énergie et peut être facilement représenté par un spectre de Maxwell, correspondant au modèle d'évaporation en physique statistique [6]. Il est exprimé par :

$$\chi(E)dE = k\sqrt{E}\exp^{-E/T}dE,$$

où k est une constante de normalisation, T est un paramètre, E l'énergie du neutron incident et \bar{E} est l'énergie moyenne d'un neutron né par fission et se situe autour de 2 Mev.

2- Après avoir été émis par fission à haute énergie, le neutron perd une quantité de son énergie, suite à une succession de chocs élastiques ou inélastiques. Le ralentissement par diffusion élastiques, à haute énergie, est assuré principalement par les noyaux "légers". Nous pouvons citer par ordre d'importance dans le cas du réacteur RBMK, l'hydrogène, le carbone, l'oxygène et le fer. Dans le domaine rapide ($E > 300$ KeV), les neutrons sont également ralentis par diffusion inélastique sur les noyaux lourds, vu le fort pourcentage volumique de ces derniers. Néanmoins, c'est le ralentissement par chocs élastiques qui prédomine. Vue la faible contribution des absorptions, lors de cette étape, le spectre de ralentissement est, d'une manière approximative, inversement proportionnel à leur énergie : $\Phi(E)dE \approx k \frac{dE}{E}$.

3- Dans un réacteur thermique¹ la population de neutrons se thermalise, après la phase de ralentissement. La thermalisation d'un neutron consiste à établir un équilibre thermique avec les noyaux des milieux présents dans la géométrie.

Ce spectre relativement proche d'un spectre de Maxwell qui s'étale autour de l'énergie thermique : $E=0,025$ eV.

¹ à spectre principalement thermique imposé par le modérateur (exemples : REP, RBMK).

ANNEXE 2

1- ESOPE

Développé par une collaboration CISI - SERMA (CEA, Saclay), *ESOPE* est une extension du langage fortran 77, dont l'objectif principal est de faciliter la gestion des données traitées par le programmeur : la structuration des données et leur gestion. Ces deux aspects sont couverts par une nouvelle entité appelée segment.

2- SEGMENT

-C'est un regroupement de variables simples et /ou de tableaux. Chacune de ces variables informatiques est liée à une donnée physique du système à traiter. Les données sont ainsi mieux structurées [41].

C'est l'équivalent du "type" en fortran 90 ou de la "structure" en langage C.

La notion de segment en *ESOPE* permet également une meilleure gestion de mémoire.

Ainsi, selon que le segment est activé ou désactivé, il est possible de le stocker dans deux zones d'espace mémoire :

zone de mémoire rapide ou bien zone de mémoire secondaire matérialisée par un fichier disque.

ESOPE gère la mémoire d'une façon optimale de sorte que suivant les besoins du programme, un segment non actif peut être automatiquement transféré de la mémoire rapide sur disque.

3- GIBIANE

Ce langage fait partie du système SAPHYR (SERMA) et englobe l'ensemble des commandes communes aux codes de transport APOLLO2 et de diffusion CRONOS2. Il permet la communication simple et réciproque entre l'utilisateur et le programme. *GIBIANE* permet une organisation particulière du programme , par l'intermédiaire de plusieurs entités nommées et typées, dites : objets.

4- OBJET

Un objet [12] désigne une structure d'informations ; il est caractérisé par un type

(flottant, entier, module , etc.) qui indique la structure utilisée. Un objet de type GEOM par exemple, est fabriqué par le module d'APOLLO2 qui définit la géométrie. Il contient toutes les informations sur la géométrie traitée et est matérialisé par un pointeur.

5- STOCKAGE DES MATRICES Pij DANS APOLLO2

Les différents types de probabilités calculées pour la géométrie générale doivent être transférées à APOLLO2 via le stockage sur des segments appropriés. Ceci dépend du type de formalisme demandé pour le calcul de l'objet "Pij". Les deux cas sont exposés ci - dessous :

5.1. formalisme "flux"

Les matrices \tilde{P} , \tilde{P}_{SV} et \tilde{P}_{SS} sont gardées pour chaque groupe dans deux segments PPIJ et PPSS de la structure "Pij" : les matrices de collision \tilde{P} sont gardées dans le segment PPIJ et les matrices de fuite et de transmission sont gardées dans le segment PPSS. Ces trois matrices sont contenues dans des tableaux à deux dimensions : Pij(N,N), Psi (M,N) et Pss(M,M). M est le nombre de surfaces partielles à la frontière du domaine D et N le nombre de régions internes.

5.2. formalisme "flux-courant"

Pour chaque macro-région, les éléments de la matrice collision \tilde{P} sont gardés dans un tableau à une dimension, dans l'ordre croissant des macro-régions : c'est le contenu du segment PPIJM de la structure "Pij".

De la même façon, les matrices de fuite et de transmission \tilde{P}_{SV} et \tilde{P}_{SS} sont stockées dans l'ordre, dans le segment PPSSM, moyennant deux tableaux à une dimension. L'accès aux différentes matrices associées à chacune des macro-régions est donné par un tableau d'adressage indirect défini dans le segment PGMUL2 de la structure "Pij".

6- PROCESSUS DE CALCUL DE FLUX DANS APOLLO2

Pour le calcul du flux multigroupe, les objets indispensables à créer sont associés aux modules suivants :

- BIBEXT :

identifie le fichier des bibliothèques externes, contenant les constantes physiques des isotopes constituant les milieux de la géométrie.

- *ISOTOPE* :

identifie les isotopes dans *BIBEXT*.

- *MILIEU* :

créé les milieux, à partir des différents objets *ISOTOPE*.

- *GEOM* :

construit la géométrie de calcul à partir des données rentrés par l'utilisateur.

- *BIBINT* :

reprend les données générées par *BIBEXT* et détermine les sections efficaces interpolées à la température, imposée par l'utilisateur.

- *AUTOP* :

évalue les sections efficaces multigroupes des isotopes lourds résonnants présents dans la géométrie, pour les groupes d'énergie correspondant du domaine des résonances. Les sections d'absorption, de diffusion et de fission sont alors modifiées et transmises à *BIBINT*. Les milieux de la géométrie sont alors modifiés.

- *MACROLIB* :

reprend l'objet généré par *GEOM* et forme la bibliothèque des sections efficaces macroscopiques, par milieu et par groupe d'énergie.

- *CALINIT* :

reprend les objets créés par *GEOM* et *MACROLIB* et définit les conditions aux limites du domaine.

- *PIJ* :

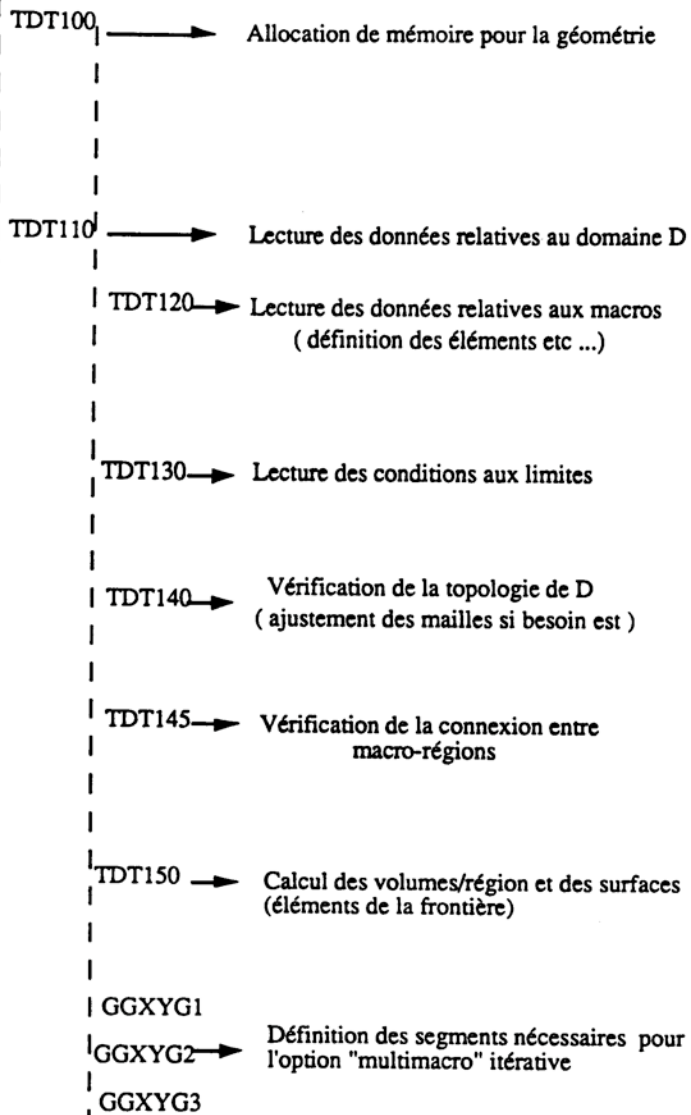
calcule la matrice des probabilités de collision P_{ij} , et éventuellement celle des probabilités de fuite et de transmission P_{si} et P_{ss} .

7- ORGANIGRAMMES DE CALCUL EN GÉOMÉTRIE XY GÉNÉRALE

Sont exposés dans l'ordre, l'organigramme de la définition de la géométrie, celui de l'élaboration du maillage d'intégration (tracé des trajectoires) et finalement celui du calcul des matrices de probabilités de collision :

GEOM
- GXYGEN

GEOMETRIE

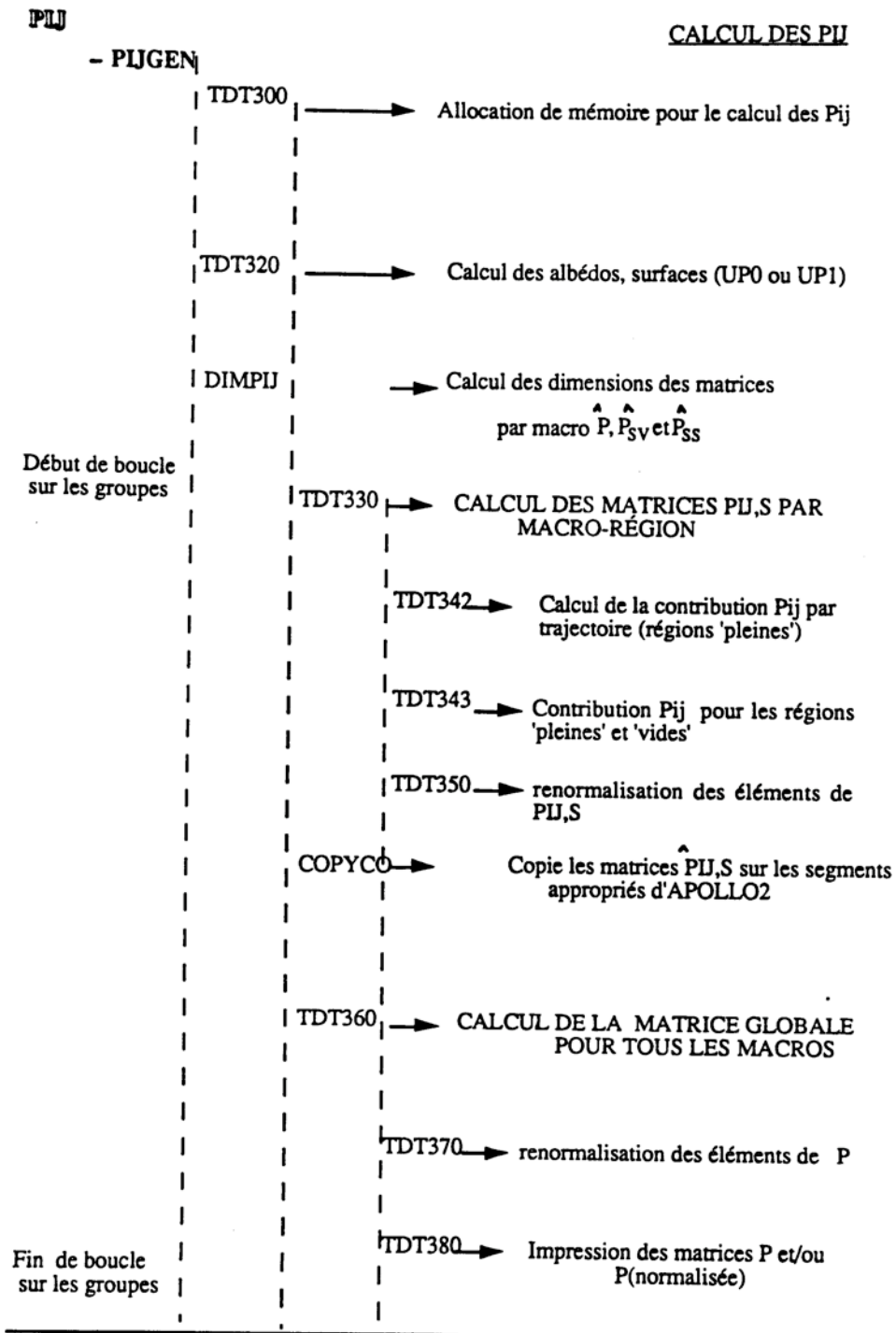


PIJ

TRACE DES TRAJECTOIRES

- PIJGEN

- TDT200 | → Allocation de mémoire pour le tracé des trajectoires à travers le domaine D
- TDT210 | → Informations sur le maillage d'intégration
- TDT220 → Calcul des adresses pour le tracé
Calcul de delr par macro
- TDT230 → Calcul de chaque trajectoire, en géométrie générale.
- TDT240 → Intersections trajectoire - éléments d'une maille
- TDT242 - Analyse des intersections (trajectoire - maille)
- TDT245 - Coordonnées angulaires de la trajectoire, par rapport à l'élément intercepté
- TDT248- Conditions aux limites
- TDT231 → Impression des informations sur le maillage d'intégration
- TDT232 → Calcul des volumes et des surfaces numériques
- TDT250 → impression des volumes et surfaces numériques



8- CONSÉQUENCES SUR LES MODULES GEOM, PII, AUTOP, CALINIT ET EQUIGEOM

8.1. Conséquences sur le module GEOM

L'interface géométrique *GXYGEN* est appelée par le module *GEOM* dans le cas où il s'agit d'une géométrie de type *ggen-xy*. Elle est principalement composée des opérations suivantes :

- Compléter la définition des variables et des tableaux contenus dans *PGEOM* : segment principal de la structure géométrique.
- Lire les milieux en tant qu'objets et établir leur lien à la structure géométrique.
- Initialiser le segment *PXY2DA* formé de toutes les constantes nécessaires à la définition une géométrie de type *GGEN-XY*.
- Allouer la mémoire utile pour tous les tableaux (réels, entiers et logiques) disponibles dans le segment *PXY2DG*. Ceci est réalisé par l'appel du sous-programme *TDTD100* (voir organigramme (III.1)).
- Initialiser le segment *PXY2DG*, après avoir récupéré à l'étape précédente, les dimensions des tableaux qui le constituent.
- Définir tous les éléments (équations) qui composent le domaine géométrique via le sous-programme *TDT110* (voir organigramme III.1) et ajuster le dimensionnement du segment *PXY2DG* pour des raisons d'économie de mémoire.
- Créer le segment *PSURF* contenant les surfaces partielles de la frontière, numérotées dans l'ordre croissant des macro-régions.
- Créer le segment *PMIL* constitué d'un tableau qui représente le numéro du milieu physique associé à chacune des régions. Les volumes correspondants à ces régions y sont également stockés.

Dans le cas d'un calcul par l'option *TDT_{macro}*, (équivalent de *MULTICELL* pour la géométrie générale), nous avons été amenés à définir des segments supplémentaires tels que *PXY2D1* et *PXY2D2* spécifiques aux marco-régions du domaine.

8.2. Conséquences sur le module CALINIT

Comme nous pouvons le constater dans l'organigramme spécifique à la définition de la géométrie générale (GXYGEN), la lecture des conditions aux limites fait partie du programme. C'est pourquoi nous avons établi, dans le cas de la géométrie générale, des protections au niveau du module CALINIT.

8.3. Conséquences sur le module PIJ

D'une façon sommaire, l'interface PIJGEN consiste à :

- Définir les paramètres de quadrature nécessaires à l'intégration numérique des Pij.
- Allouer la mémoire pour le tracé des trajectoires, il en découle la valeur des dimensions du segment PXY2DT, spécifique au maillage d'intégration et son initialisation.
- Tracer les lignes d'intégration à travers le domaine via TDT et désactiver le segment PXY2DT.
- Allouer la mémoire pour le calcul des matrices PC et initialiser le segment PXY2DP contenant les éléments de matrices PC par groupe d'énergie.
- Lire le type de formalisme utilisé pour calculer et conserver les matrices PC.
- Calculer les matrices PC via TDT pour chaque macro-région et par suite, les dimensions de PXY2DP. Ajuster les dimensions de ce dernier.
- Prévoir dans le cas de changement d'option adaptée pour les courants (UP0 / UP1) la création d'un nouveau segment PXY2DP, correspondant à la dernière option lue par l'utilisateur.
- Définir le pas de tabulation et la troncature optique choisie pour les fonctions de Bickley - Naylor dont l'ordre n est fonction de l'approximation adoptée pour le flux angulaire et de la présence ou pas de régions quasiment vides.
- Si l'option de calcul est TDTmacro, créer les segments PPIJM et PPSM relatifs à chaque macro-région, après avoir calculé les dimensions des tableaux à une dimension pij et pss. Si le formalisme choisi pour le calcul du flux multigroupe

est : "flux-courants", le procédé est itératif sur les courants inter-macro, sinon, le flux est calculé par inversion directe de la matrice PC globale.

8.4. Conséquences sur le module AUTOP

Comme le calcul multigroupe des probabilités de collision est précédé par le module AUTOP (qui recalcule les sections efficaces autoprotégées), ce module calcule les P_{ij} . La modification à ce niveau, affecte seulement les tableaux qui définissent les différents paramètres de quadrature nécessaires pour le calcul des P_{ij} .

8.5. Conséquences sur le module EQUIGEOM

Nous avons assuré d'abord une protection pour le type GGEN-XY dans les programmes qui fabriquent une géométrie d'équivalence car pour l'instant, nous sommes incapables de définir une géométrie générale d'équivalence. Néanmoins, des sorties, telles que l'évaluation des taux de réaction dans une partie quelconque de la géométrie initiale sont désormais possibles. En effet, il suffit de créer des milieux équivalents relatifs aux régions où nous désirons recevoir une information. Le module PONDFLUX y calcule les sections efficaces moyennes en les pondérant par les flux correspondants à chacune des régions sélectionnées..

9- FORMALISME D'AUTOPROTECTION

Le calcul de l'absorption résonnante des noyaux lourds dans une géométrie hétérogène s'avère très complexe. Dans le domaine des résonances, les sections efficaces peuvent effectivement varier de plusieurs décades pour des variations extrêmement faibles du domaine énergétique. La résolution exacte de l'équation de transport sur un maillage énergétique très fin est excessivement coûteuse. C'est dans cette optique que le formalisme d'autoprotection a été développé au SERMA. Il est basé sur la notion de section effective et sur le principe d'équivalence entre un milieu homogène et un réseau hétérogène groupe par groupe [12,23].

Dans APOLLO2, il est possible d'utiliser le formalisme d'autoprotection moyennant ces trois options :

- le modèle de la résonance étroite (NR).
- le modèle de la résonance large (WR).
- le modèle statistique (le plus performant).

Tous les calculs réalisés au cours de cette thèse utilisent une autoprotection complète

détaillée en espace et en énergie basée sur le modèle statistique à haute énergie et modèle de la résonance large à basse énergie.

10- DRAGON

-Code de transport modulaire compatible avec la bibliothèque des sections efficaces d'APOLLO1.APOLIB1. Il résout l'équation intégrale de transport en théorie multigroupe, par la méthode des probabilités de collision [17].

11- CALCUL MONTE CARLO

L'interaction neutron-matière étant un phénomène aléatoire, des méthodes statistiques sont alors capables de simuler le transport neutronique. Dans les méthodes de Monte Carlo, chaque neutron est suivi individuellement depuis sa naissance (ou son introduction) dans le milieu physique considéré jusqu'à sa disparition par absorption ou par fuite hors de la géométrie traitée. Dès son interaction avec un noyau, le devenir du neutron est déterminé par un tirage au hasard basé sur les lois de probabilité de tous les événements possibles (capture, fission, diffusion, libre parcours moyen etc. ...). En procédant ainsi, chaque neutron est identifié par sa propre histoire, indépendamment des autres neutrons. La précision statistique des résultats varie comme l'inverse de la racine carrée du nombre d'histoires de neutrons utilisées.

Les calculs Monte Carlo utilisés au cours de ce travail ont été réalisés à l'aide des codes TRIPOLI2 [24] et TRIMARAN2 [25] développés au SERMA.

RÉFÉRENCES

- [1] R. SANCHEZ
"Approximate Solutions of the Two Dimensional Integral Transport by Collision Probability Methods", Nucl. Sci. Eng. 64, 384 (1977).
- [2] A. HEBERT
"Neutronique", Notes de cours,
Institut de génie énergétique, Ecole Polytechnique de Montréal (1983).
- [3] E.E. LEWIS et, W.F JR. MILLER
"Computational Methods of Neutron Transport", (première édition)
Wiley - Interscience, New-York (1984).
- [4] R. J. J. STAMM'LER et M.J. ABBATE
"Methods of Steady State Reactor Physics in Nuclear Design", (1ère édition)
Academic Press, Londres (1983).
- [5] J.J DUDERSTADT, W.R. MARTIN
"Transport Theory"
John Wiley & Sons, N.Y (1979).
- [6] J. BUSSAC, P. REUSS
"Traité de neutronique"
Hermann, Paris (1978).
- [7] R. SANCHEZ
"Schémas approché de résolution de l'équation intégrale de transport à deux dimensions",
Thèse (1977)
- [8] J. CHERNICK
(1955) Proc. 1st Int. Conf. Peaceful Uses At. Energy 5, 215, IAEA, Vienna,
Austria.
- [9] P. A. M. DIRAK (1946)
"Approximate rate of neutron multiplication for a solid of arbitrary shape and uniform density",
MSD 5, Declassified.
- [10] J.L VUJIC and R.N. BLOMQUIST
"Collision Probability Method in Arbitrary Geometries",
Trans. Am. Nucl. Soc. 62, p286 (1990).

- [11] J.L VUJIC,
"Validation of the GTRAN 2 Transport Method of Complex Hexagonal Assembly Geometry", Trans.. Am. Nucl. Soc. 62, p523 (1991).
- [12] R. SANCHEZ,
Notice théorique du code APOLLO2 ,
Rapport DEMA/90-027
SERMA T-1152.
- [13] Z. STANKOVSKY
Traitement par la méthode de Galerkin du transport des neutrons dans un milieu hétérogène, à géométrie x-y
Thèse de 3ème cycle, Belgrade (1978).
- [14] J.R. SPIESS
"First flight collision probabilities for non uniform cartesian systems",
Thesis, Division of Nuclear Science and Engineering,
Carnegie -Mellon University
Pittsburgh, Pennsylvania, (1973).
- [15] C. R. CALBRESE and C. GRANT
"HUEMUL - a two - dimensional multigroup collision probability code for general geometries ",
Ann. nucl. Energy, 18, pp 63 - 73, 1991.
- [16] R. SANCHEZ and N.J. McCORMICK,
"A Review of Neutron Transport Approximations",
Nuc. Sci. Eng. 80, 481 (1982).
- [17] G. MARLEAU, A. HEBERT & R. ROY
Guide de l'utilisateur du code DRAGON et des modules JPM, SYBIL et EXCELL, version 1.04.
École Polytechnique de Montréal
IGE-71R - Décembre 1991.
- [18] R. SANCHEZ,
"A transport multicell method for two-dimensional lattices of hexagonal cells" ,
Proceeding of the international meeting on advances in nuclear engineering computational method, 2, p652 (1985).
- [19] A. CONSTANS et J. KREBS
"La bibliothèque CEA 86.1 pour APOLLO1 et APOLLO2",
Rapport SERMA / LENR - 1187
Révision 1 (Avril 1991).

- [20] J.R. ASKEW, M J. ROTH
" WIMS - E A Scheme for Neutronics Calculations "
AEEW - R 1315, Juin 1984
- [21] M.J. HALSALL
" CACTUS, A Characteristics Solution to the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries "
AEEW - R 1291 April 1984
- [22] T. LEFVERT
" New Applications of the Collision Probability Method in Neutron Transport Theory ",
Research Institute of National Defence, S-104 50, Stockholm, Sweden
Progress in Nuclear Energy, 1979, Vol. 4, pp. 97-118.
- [23] M. COSTE
" Absorption résonnante des noyaux lourds dans les réseaux hétérogènes "
Note CEA 2746.
- [24] S.N. CRAMER et al.
"TRIPOLI-2 : Neutron Gamma Coupling - Applications to Shielding Benchmark and Designs ",
Sixth International Conference on Shielding, Tokyo (1983).
- [25] J.P. BOTH
"Le code de criticité par la méthode Monte Carlo TRIMARAN2",
Note CEA à paraître (1994).
- [26] E. A. VILLARINO, R.J.J. STAMM'LER, A. FERRI and J. J. CASAL
" Helios : Angular Dependent Collision Probabilities ",
NSE, 112, 16-31 (1992).
- [27] H. TELLIER, M. COSTE, C. RAEPSAET et C. VAN DER GUCHT
" Absorption Résonnante des Noyaux Lourds dans les Réseaux Hétérogènes "
Note CEA -N-2701
C.E de Saclay, DRN, DMT, SERMA.
- [28] R. SANCHEZ, M. COSTE, Z. STANKOVSKI et C. VAN DER GUCHT
" Models for Multigroup Selfshielded Cross Sections Calculations in the code APOLLO2 "
C.E de Saclay, DRN, DMT, SERMA.
- [29] R. SANCHEZ, J. MONDOT, Z. STANKOVSKY, A. COSSIC et I. ZMIJAREVIC
" APOLLO2 : A User-Oriented, Portable , Modular Code for Multigroup Transport Assembly Calculations "
Proc. 12 th Int. Mtg. Advances in Reactor Physics, Mathematics and Computation, ANS/ENS, 3, 1563, Paris (1987).

- [30] G. MARLEAU et A. HEBERT
"Analysis of Cluster Geometries Using the DP1 Approximation of the J_{\pm} Technique"
NSE, 111, 257-270 (1992).
- [31] I. ZMIJAREVIC
"Calcul du Flux par la Méthode S_N dans le Code APOLLO2",
Rapport DMT/92-169, SERMA/LENR/1350.
- [32] V.K. DAVYDOV
"Problems of RBMK Physics Calculations, an application of MCU Code to RBMK Calculations"
International Seminar Germany-UK-USSR
December 9-13, 1991
RDIPE, Moscow, USSR
- [33] Z. STANKOVSKI
"SILENE,
un outil graphique pour générer et post-traiter des géométries générales à deux et trois dimensions",
Rapport CEA à paraître.
- [34] R. SANCHEZ
"TDT, an advanced Integral Transport Method",
Annual Meeting of San Diego, California
ANS, June 20-24, 1993.
- [35] A. AMOUYAL et P. BENOIST
"Nouvelle Méthode de détermination du Facteur d'Utilisation Thermique d'un Cellule",
Rapport CEA - 571 (1956)
- [36] A. AMOUYAL et P. BENOIST et J. HOROWITZ
"Nouvelle Méthode de détermination du Facteur d'Utilisation Thermique d'un Cellule",
J. Nuclear Energy (1957).
- [37] K.M. CASE, F. HOFFMANN et G. PLACZEK
"Introduction to the Theory of Neutron Diffusion", Vol I
Los Alamos (1953)

- [38] K. BÖNING, W. GLASER, A. ROHRMÖSER
" Physics and Status of The Munich Compact Core Reactor Project ",
Fakultat für Physik E21, Technische Universität München,
D-8046 Garching, Germany (1986).

- [39] A. M. OUGOUAG
" MCNP Model of the FOEHN Reactor",
ANS Annual Meeting, june22, 1993.

- [40] K. BÖNING
Communication privée, 1993.