

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

DÉVELOPPEMENT ET VALIDATION DE SCHÉMAS DE CALCUL À
DOUBLE NIVEAU POUR LES RÉACTEURS À EAU SOUS PRESSION

RÉMI MAURICE JEAN VALLERENT
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION
DU DIPLOME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES
(GÉNIE ÉNERGÉTIQUE)

AOÛT 2009

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé:

DÉVELOPPEMENT ET VALIDATION DE SCHÉMAS DE CALCUL À
DOUBLE NIVEAU POUR LES RÉACTEURS À EAU SOUS PRESSION

présenté par: VALLERENT Rémi Maurice Jean

en vue de l'obtention du diplôme de: Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de:

M. MARLEAU Guy, Ph.D., président

M. HÉBERT Alain, D.Ing., membre et directeur de recherche

M. KOCLAS Jean, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. GIRARDI Enrico, Ph.D., membre

A mes parents, Élisabeth et Pascal,
et mes grands-parents, Marie-Thérèse, Jean-Marie et Michelle.

REMERCIEMENTS

Mes deux années de maîtrise passées à l'EPM et au département SINETICS d'EDF ont été pour moi l'occasion de riches échanges avec un grand nombre de personnes travaillant dans ces deux entités. En premier lieu, je remercie Alain Hébert, mon directeur de recherche, de m'avoir accepté dans ce programme, mais aussi et surtout pour sa disponibilité, sa réactivité et la rapidité de ses réponses. Je souhaite aussi remercier Jean Koclas, qui a été, avec Alain Hébert, mon co-directeur de recherche. J'adresse également mes remerciements à Guy Marleau, pour l'aide qu'il a systématiquement apporté lorsque je l'ai rencontré.

Le nombre et la richesse des discussions que j'ai pu avoir avec les ingénieurs d'EDF ne me permettront pas de tous les citer, qu'ils en soient cependant remerciés ici. Plus particulièrement, je remercie Tanguy Courau d'être venu à Montréal proposer ce sujet de maîtrise, David Couyras, mon tuteur de stage, pour sa présence et nos échanges sur les problématiques de calculs de cœur ainsi qu'Enrico Girardi et Nadine Schwartz, pour leurs disponibilités et leurs réponses sur de nombreuses problématiques de calculs de réseau. Je remercie également Claude Garzenne, expert senior chez EDF, qui m'a aidé sur certains problèmes plus pointus.

J'ai également une pensée particulière pour l'ensemble des étudiants de l'IGN qui ont pu m'aider au cours de cette maîtrise, actuels, ou anciens, comme Romain Le Tellier pour ses nombreuses explications ainsi que Joël Le Mer et Hadrien Leroyer, pour leur aide sur le post-traitement des résultats. Ma reconnaissance va également vers Nicolas Martin-Legendre, pour l'ensemble de son aide au cours de ma maîtrise et Thibaud Reyset, pour nos discussions sur les schémas à double niveau.

Enfin, mes pensées vont à mes proches, qui m'ont toujours soutenu lors de cette maîtrise et notamment Stéphanie Lovas pour son aide avec Matlab et L^AT_EX.

RÉSUMÉ

Les réacteurs nucléaires de puissance fonctionnent selon le principe d'une réaction en chaîne entretenue par les neutrons. Connaître le flux neutronique au sein d'un réacteur est donc un prérequis nécessaire pour le faire fonctionner. Le flux neutronique au sein du réacteur est calculé grâce à l'équation du transport neutronique, ou équation de Boltzmann.

En dehors de cas simples académiques, cette équation n'est pas résoluble analytiquement. La puissance de calcul actuelle ne permet pas de résoudre numériquement sur la géométrie complète à trois dimensions d'un réacteur nucléaire. Le calcul du flux neutronique est ainsi découpé en plusieurs étapes, chaque étape utilisant un niveau de discrétisation, une géométrie et des modèles différents pour résoudre cette équation. Le calcul de ces différentes étapes, appelé schéma de calcul, permet d'obtenir le flux neutronique à partir de la géométrie du réacteur, des concentrations isotopiques et des sections efficaces des milieux.

L'objectif de ce projet est la réalisation d'un schéma de calculs pouvant être utilisé à échelle industrielle (ce qui impose des écarts peu élevés pour des temps de calculs faibles). Les codes utilisés dans ce but sont le code de réseau DRAGON et le code de cœur COCAGNE. La première partie de ce projet consiste en la présentation d'un schéma de calcul de réseau à double niveau. Cette partie présente plusieurs options de calculs pour améliorer les résultats ainsi que la validation de ces options. En particulier, l'impact d'une équivalence transport-transport, ainsi que la prise en compte d'une évolution détaillée des concentrations isotopiques dans les crayons sont discutés. La seconde partie du projet a pour nature le chainage des codes DRAGON et COCAGNE, ainsi que de la validation de celui-ci sur un cluster de neuf assemblages. Enfin, un calcul de cœur est présenté, permettant de valider l'ensemble de la boucle du schéma de calcul.

ABSTRACT

Nuclear chain reaction is the driving force behind nuclear power reactors. The knowledge of the neutron flux within the reactor, which maintains the chain reaction, is required for its good working. The neutron flux may be evaluated by solving the neutron transport equation, also called Boltzmann equation.

Except for very simple cases, this equation does not admit analytical solutions. Moreover, current computer capacities do not allow to solve it numerically on the whole three dimensional reactor geometry. Neutron flux calculation is therefore divided into several steps. Each step uses its own geometry and own models to solve this equation. Such a set of calculation is called a calculation scheme, and leads to the evaluation of the neutron flux given the reactor geometry, media composition and the isotopic cross sections.

The purpose of this project is to realize a calculation scheme that may be used in industry, which imposes to have limited discrepancies with reference calculation and low calculation times. Two codes are used in this project : the lattice code DRAGON and the full-core code COCAGNE. The first step of this project is the presentation of a two level calculation scheme for the lattice code. It presents several options in order to get more precise results, as well as the validation of these options. Particularly, impacts of a transport-transport equivalence and an all media isotopic depletion in the pins are discussed. The second step of the project is the coupling between codes DRAGON and COCAGNE. This coupling is validated with a calculation on a cluster of nine assemblies. At last, elements of validation of the calculation scheme are presented for a full core calculation.

TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE	iv
REMERCIEMENTS	v
RÉSUMÉ	vi
ABSTRACT	vii
TABLE DES MATIÈRES	viii
LISTE DES FIGURES	xi
LISTE DES TABLEAUX	xvii
LISTE DES ANNEXES	.xviii
INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 NOTIONS DE TRANSPORT NEUTRONIQUE	4
1.1 Équation du transport neutronique	5
1.1.1 L'équation de Boltzmann, une équation de bilan	5
1.1.2 Terme de densité de source neutronique	6
1.1.3 Fermeture du problème	7
1.1.4 L'approximation multigroupe	9
1.1.5 Résolution de l'équation de transport	11
1.1.5.1 La méthode des probabilités de collision	13
1.1.5.2 La méthode à courants d'interface	16
1.1.5.3 La méthode des caractéristiques	17
1.1.5.4 L'équation de la diffusion	19
1.2 Éléments de calculs neutroniques	22

1.2.1	Autoprotection des résonances	22
1.2.2	Modèles de fuite	24
1.2.3	Condensation/Homogénéisation et équivalence	26
1.2.4	Calculs d'évolution isotopique	28
1.3	Présentation du code DRAGON, autres codes utilisés	31
1.3.1	Le code de réseau DRAGON	31
1.3.2	Autres codes utilisés	32
CHAPITRE 2	PRÉSENTATION DES SCHÉMAS À DOUBLE NIVEAU	34
2.1	Généralités	34
2.1.1	Bibliothèque utilisée et Calculs d'autoprotection	38
2.1.2	Présentation du calcul de flux et de l'évolution	41
2.1.3	Présentation du calcul de référence	46
2.2	Résultats et limites du schéma Le Tellier	47
2.2.1	Étude paramétrique	47
2.2.2	Résultats des calculs sans équivalence	56
2.2.2.1	Cas de l'UOX	57
2.2.2.2	Cas du MOX	62
2.2.3	Résultats avec équivalence SPH lors de la condensation	68
2.2.3.1	Cas de l'UOX	68
2.2.3.2	Cas du MOX	76
2.2.3.3	Temps de calcul	79
2.3	Vers une amélioration du schéma Le Tellier et résultats	84
2.3.1	Résultats avec équivalence	85
2.3.1.1	Cas de l'UOX	85
2.3.1.2	Cas du MOX	92
2.3.2	Écarts entre le schéma Le Tellier et le schéma Le Tellier étendu	97
2.3.3	Tableaux comparatifs	101

CHAPITRE 3	CHAINAGE DE DRAGON AVEC LE CODE DE CŒUR	
	COCAGNE	107
3.1	Présentation de COCAGNE et réalisation du chainage	107
3.1.1	Capacités de COCAGNE	107
3.1.1.1	Fabrication et importation de la base de données	108
3.1.1.2	Résolution des calculs dans COCAGNE	109
3.1.2	Calculs d'équivalence	110
3.1.3	Reconstruction fine de puissance	113
3.2	Présentation des calculs effectués	114
3.2.1	Calculs avec les codes de réseau DRAGON et APOLLO2	117
3.2.2	Calculs avec le code de cœur COCAGNE	119
3.3	Résultats obtenus sur le cluster	120
3.3.1	Résultats avec les codes de réseau DRAGON et APOLLO2	121
3.3.2	Résultats avec le code de cœur COCAGNE	127
3.3.2.1	Résultats avec les calculs hétérogènes	129
3.3.2.2	Résultats avec les calculs homogènes	133
3.4	Calcul de cœur complet	139
	CONCLUSION	145
	RÉFÉRENCES	147
	ANNEXES	152

LISTE DES FIGURES

FIGURE 2.1	Assemblage de réacteur à eau sous pression	36
FIGURE 2.2	Assemblage de réacteur à eau sous pression, géométrie 1/8 ^e .	37
FIGURE 2.3	Découpage d'une cellule de combustible au premier niveau .	40
FIGURE 2.4	Découpage d'une cellule de combustible au second niveau .	43
FIGURE 2.5	Découpage d'une cellule trou d'eau au second niveau	44
FIGURE 2.6	Réactivité dans le cas de l'UOX et du MOX	47
FIGURE 2.7	Écarts de réactivité entre les calculs isotropes et spéculaires	50
FIGURE 2.8	Écarts des flux entre les cas isotropes et spéculaires	51
FIGURE 2.9	Rangée de trois cellules le long du bord de l'assemblage . .	52
FIGURE 2.10	Écarts de concentrations entre les cas isotropes et spéculaires	53
FIGURE 2.11	Écarts des puissances locales entre les cas isotropes et spéculaires	54
FIGURE 2.12	Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier et la référence UOX	57
FIGURE 2.13	Écarts des flux entre le schéma Le Tellier et la référence UOX	58
FIGURE 2.14	Écarts de concentrations entre le schéma Le Tellier et la référence UOX	59
FIGURE 2.15	Écarts des puissances locales entre le schéma Le Tellier et la référence UOX	61
FIGURE 2.16	Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier et la référence MOX	63
FIGURE 2.17	Écarts des flux entre le schéma Le Tellier et la référence MOX	64
FIGURE 2.18	Écarts de concentrations entre le schéma Le Tellier et la référence MOX	65
FIGURE 2.19	Écarts des puissances locales entre le schéma Le Tellier et la référence MOX	67

FIGURE 2.20	Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier avec ou sans équivalence et la référence UOX	69
FIGURE 2.21	Écarts des flux neutroniques entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul UOX . . .	70
FIGURE 2.22	Écarts des flux neutroniques entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle UOX . . .	71
FIGURE 2.23	Écarts des concentrations isotopiques entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence UOX	73
FIGURE 2.24	Écarts des puissances locales entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul UOX . . .	74
FIGURE 2.25	Écarts des puissances locales entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle UOX . . .	75
FIGURE 2.26	Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier avec ou sans équivalence et la référence MOX	76
FIGURE 2.27	Écarts des flux neutroniques entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul MOX . . .	77
FIGURE 2.28	Écarts des flux neutroniques entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle MOX . . .	78
FIGURE 2.29	Écarts des concentrations isotopiques entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence MOX	80
FIGURE 2.30	Écarts des puissances locales entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul MOX . . .	81
FIGURE 2.31	Écarts des puissances locales entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle MOX . . .	82
FIGURE 2.32	Écarts de réactivité entre le schéma de calcul Le Tellier et le schéma Le Tellier étendu, cas UOX et cas MOX	86
FIGURE 2.33	Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier étendu avec équivalence et sans équivalence UOX	86

FIGURE 2.34	Écarts des flux entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t UOX	88
FIGURE 2.35	Écarts de concentrations isotopiques entre les calculs double niveau et la référence UOX	90
FIGURE 2.36	Écarts des puissances locales entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t UOX	91
FIGURE 2.37	Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier étendu avec équivalence et sans équivalence MOX	92
FIGURE 2.38	Écarts des flux entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t MOX	93
FIGURE 2.39	Écarts de concentrations isotopiques entre le schéma Le Tellier et la référence MOX	95
FIGURE 2.40	Écarts des puissances locales entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t MOX	96
FIGURE 2.41	Écarts en fin de cycle des flux entre les deux types de calculs double niveau UOX	99
FIGURE 2.42	Écarts en fin de cycle de concentrations isotopiques entre les deux types de calculs double niveau UOX	100
FIGURE 2.43	Écarts en fin de cycle des puissances locales entre les deux types de calculs double niveau UOX	101
FIGURE 3.1	Configuration du cluster UOX/MOX	115
FIGURE 3.2	Représentation du taux de production sur le cluster	116
FIGURE 3.3	Écarts sur le taux de production entre les calculs double niveau de DRAGON avec une autoprotection MOC isotrope ou spéculaire	122
FIGURE 3.4	Écarts sur le taux de production entre les calculs double niveau de DRAGON avec une autoprotection IC ou MOC	123

FIGURE 3.5	Écarts sur le taux de production entre les calculs double niveau APOLLO2 et DRAGON	124
FIGURE 3.6	Écarts entre sur le taux de production les calculs simple niveau de DRAGON avec une autoprotection MOC utilisant des regroupements ou non	125
FIGURE 3.7	Écarts sur le taux de production entre les calculs double niveau et simple niveau de DRAGON avec une autoprotection IC	126
FIGURE 3.8	Écarts sur le taux de production entre les calculs double niveau et simple niveau de DRAGON avec une autoprotection MOC détaillée	127
FIGURE 3.9	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE hétérogène sans équivalence et le double niveau DRAGON .	130
FIGURE 3.10	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE hétérogène avec équivalence et normalisation de type flux/volume et le double niveau DRAGON	130
FIGURE 3.11	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE hétérogène avec Selengut standard et le double niveau DRAGON	131
FIGURE 3.12	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE hétérogène avec Selengut généralisé et le double niveau DRAGON	132
FIGURE 3.13	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE hétérogène avec Selengut généralisé et le simple niveau DRAGON	132
FIGURE 3.14	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE hétérogène avec Selengut généralisé et le double niveau APOLLO2	133

FIGURE 3.15	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE hétérogène avec Selengut généralisé avec des données issues d'APOLLO2 et de DRAGON	134
FIGURE 3.16	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE homogène avec la normalisation flux/volume et le double niveau DRAGON	134
FIGURE 3.17	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE homogène avec Selengut standard et le double niveau DRAGON	135
FIGURE 3.18	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE homogène avec Selengut généralisé et le double niveau DRAGON	135
FIGURE 3.19	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE homogène avec Selengut standard et le simple niveau DRAGON	137
FIGURE 3.20	Écarts sur le taux de production entre un calcul COCAGNE homogène d'APOLLO2 avec Selengut standard et le double niveau APOLLO2	137
FIGURE 3.21	Disposition des assemblages dans un cœur de réacteur . . .	140
FIGURE 3.22	Concentration en bore critique au cours de l'évolution du cœur de réacteur	142
FIGURE I.1	Écarts des flux entre les cas <i>BB</i> et <i>BK</i> à burnup nul UOX .	153
FIGURE I.2	Écarts de concentrations isotopiques entre les cas <i>BB</i> et <i>BK</i> en fin de vie UOX	154
FIGURE I.3	Écarts des taux de production entre les cas <i>BB</i> et <i>BK</i> à burnup nul UOX	154
FIGURE I.4	Écarts de réactivité entre le schéma de calcul Le Tellier et le schéma Le Tellier étendu avec la référence UOX	156

FIGURE I.5	Écarts des flux entre le schéma Le Tellier étendu et la référence UOX	157
FIGURE I.6	Écarts de concentrations isotopiques entre le schéma Le Tellier étendu et la référence UOX	158
FIGURE I.7	Écarts des taux de production entre le schéma Le Tellier étendu et la référence UOX	159
FIGURE I.8	Écarts entre le schéma de calcul Le Tellier et le schéma Le Tellier étendu avec la référence MOX	160
FIGURE I.9	Écarts des flux entre le schéma Le Tellier étendu et la référence MOX	161
FIGURE I.10	Écarts de concentrations isotopiques entre le schéma Le Tellier étendu et la référence MOX	162
FIGURE I.11	Écarts des taux de production entre le schéma Le Tellier étendu et la référence MOX	163
FIGURE I.12	Écarts en fin de cycle des flux entre les deux types de calculs double niveau MOX	165
FIGURE I.13	Écarts en fin de cycle de concentrations isotopiques entre les deux types de calculs double niveau MOX	166
FIGURE I.14	Écarts en fin de cycle des taux entre les deux types de calculs double niveau MOX	166

LISTE DES TABLEAUX

TABLEAU 2.1	Résultats des écarts en temps et réactivité sur une évolution	44
TABLEAU 2.2	Résultats des écarts en réactivité de certaines options d'autoprotection	48
TABLEAU 2.3	Différence de réactivité avant et après l'autoprotection . . .	49
TABLEAU 2.4	Récapitulatif des écarts des différents schémas pour le flux rapide, par rapport à la référence UOX	102
TABLEAU 2.5	Récapitulatif des écarts des différents schémas pour le flux thermique, par rapport à la référence UOX	102
TABLEAU 2.6	Récapitulatif des écarts des différents schémas pour la puissance locale issue du groupe rapide, par rapport à la référence UOX	103
TABLEAU 2.7	Récapitulatif des écarts des différents schémas pour la puissance locale issue du groupe thermique, par rapport à la référence UOX	103
TABLEAU 2.8	Récapitulatif des écarts des différents schémas pour les isotopes fissiles en fin de cycle, par rapport à la référence . . .	104
TABLEAU 2.9	Temps de calculs totaux pour les différents schémas	105
TABLEAU 2.10	Répartition des temps de calcul dans les modules de DRAGON pour l'UOX	106
TABLEAU 3.1	Présentation de la réactivité pour les différents calculs de réseau	121
TABLEAU 3.2	Présentation de la réactivité dans les différents calculs de cluster effectués	128
TABLEAU 3.3	Réactivité dans les différents calculs de réseau	129
TABLEAU 3.4	Présentation de la moyenne quadratique des écarts sur le taux de production dans les différents calculs	138
TABLEAU I.1	Écarts moyens entre les options de calcul <i>BB</i> et <i>BK</i> MOX .	155

LISTE DES ANNEXES

ANNEXE I	RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES SUR LES CALCULS D'ASSEMBLAGE	152
I.1	Résultats suivant l'option de calcul des fuites	152
I.2	Résultats entre les calculs de type Le Tellier étendu sans équivalence et la référence	155
I.2.1	Cas de l'UOX	156
I.2.2	Cas du MOX	160
I.3	Résultats pour le cas du MOX entre les calculs de type Le Tellier et Le Tellier étendu	164

INTRODUCTION

Les réacteurs nucléaires à eau sous pression sont de nos jours les réacteurs dits de deuxième génération les plus utilisés dans le monde. Les réacteurs modélisés dans ce projet sont constitués d'un ensemble de 157 assemblages, chaque assemblage étant lui-même constitué d'un réseau de 17×17 cellules. De ces 289 cellules, 264 sont occupées par des crayons combustible, qui fournissent l'énergie qui sera convertie en électricité. 24 cellules sont simplement des « trous d'eau » et contiennent un tube en zircalloy qui permet l'insertion de grappes permettant le contrôle ou l'arrêt de la réaction nucléaire lorsque requis. Enfin, la cellule centrale de chaque assemblage est occupée par un tube de zircalloy, qui peut recevoir différents instruments permettant de mesurer certaines données physiques dans le cœur du réacteur.

Ces réacteurs nucléaires fonctionnent avec le principe de la réaction en chaîne au sein de celui-ci, et consomment des noyaux fissiles (isotopes lourds susceptibles de subir une fission, en libérant de grandes quantités d'énergie). Ces combustibles sont généralement de deux types : les combustibles UOX, constitués en début de vie uniquement à partir d'oxyde d'uranium et les combustibles MOX, constitués d'un mélange d'oxydes de plutonium et d'uranium.

Les réacteurs à eau sous pression sont des réacteurs dits thermiques, fonctionnant avec un caloporteur et un modérateur à eau légère (par opposition à l'eau lourde D_2O , utilisé par exemple dans les réacteurs de type CANDU). Les neutrons occupent un rôle primordial dans l'entretien de la réaction en chaîne : ce sont eux qui permettent la fission des noyaux fissiles, qui libèrent à la fois de nouveaux neutrons, ainsi que la majeure partie de l'énergie. Un des points importants dont il convient de suivre l'évolution est donc le flux neutronique au sein du réacteur.

L'équation qui régit le flux neutronique est une équation de bilan, appelée équation de Boltzmann. Cette équation ne peut pas, en dehors de cas vraiment simplifiés, être résolue de manière analytique. Le flux neutronique est alors obtenu de manière numérique, le plus souvent en prenant en compte un certain nombre de modèles et d'approximations, permettant de rendre soluble cette équation par un ordinateur. Le chapitre 1 présente cette équation, sous différentes formes. De nombreuses méthodes existent pour résoudre l'équation de Boltzmann. Il existe tout d'abord les méthodes stochastiques, pour lesquels la vie des neutrons est simulée pour un grand nombre de neutrons et de générations. Ces calculs sont très demandeurs en temps de calcul, et ne peuvent donc servir que de calculs de référence. Les méthodes déterministes se proposent de résoudre cette équation en posant un certain nombre d'approximations. Ces méthodes sont elles aussi présentées dans le chapitre 1.

Il est à l'heure actuelle toujours impossible de résoudre l'équation de Boltzmann dans des codes déterministes en un seul calcul pour des géométries complètes. Ce calcul est trop complexe et trop coûteux en temps à réaliser. Pour évaluer le flux de neutrons, il est donc nécessaire de réaliser des schémas de calcul : différents niveaux d'approximation sont considérés avant de prendre en compte la géométrie finale du problème. Généralement, le nombre d'approximations croît au fur et à mesure des étapes du schéma de calcul, tandis que le nombre de groupes d'énergie va en diminuant, et la dernière étape consiste alors à résoudre l'équation de Boltzmann approximée par un opérateur de diffusion.

De tels schémas existent à l'heure actuelle, et sont utilisés en production dans les centrales nucléaires afin de déterminer le flux neutronique (Santamarina et al., 2004). Les développements récents des capacités de calculs informatiques, ainsi que les développements de méthodes nouvelles et permettant de réaliser des calculs sur de plus grandes géométries (ou sur des géométries de taille similaire, mais avec un découpage géométrique plus fin) sont à l'origine du développement de nouveaux

schémas de calculs (Vidal et al., 2007; Courau et al., 2008).

Les schémas de calculs sont de nos jours principalement découpés en deux étapes : la première étape a lieu dans un code de réseau, où un calcul de transport est effectué pour obtenir les propriétés physiques des milieux (sections efficaces, concentrations isotopiques, ...). La seconde étape est un calcul de cœur de réacteur, réalisé sur la géométrie complète du réacteur, et effectué dans un code de cœur.

Le cadre de ce projet est la réalisation de ces deux étapes de calcul (calcul de réseau et calcul de cœur), afin de proposer un schéma de calcul mettant en œuvre les meilleures modélisations disponibles actuellement. Le code de réseau utilisé pour la résolution de l'équation de transport lors de la première étape est le code DRAGON Version4, développé au sein de l'Institut de Génie Nucléaire, à l'Ecole Polytechnique de Montréal. Le code de cœur utilisé est le code COCAGNE développé par la R&D d'EDF, en France.

L'objectif de ce travail est donc d'effectuer l'intégralité d'un schéma de calcul : réalisation du calcul de transport, stockage et utilisation de bases de données multiparamétrées, pour enfin aboutir à un calcul de cœur complet.

Le premier chapitre de ce mémoire présente les généralités sur le transport neutronique et sur les modèles utilisés dans les codes de réseau afin de résoudre l'équation de Boltzmann. Le deuxième chapitre traite de l'utilisation, de l'amélioration et de la validation d'un schéma de calculs à deux niveaux développé par Romain Le Tellier pour l'obtention de bases de données multiparamétrées. Enfin, le dernier chapitre traite de l'utilisation de ces bases de données, d'abord pour réaliser un calcul sur un cluster de neuf assemblages, afin de valider là encore le schéma proposé, et enfin, la réalisation d'une analyse de cœur complet, permettant ainsi d'obtenir des données comme la concentration en bore critique et la longueur naturelle de campagne.

CHAPITRE 1

NOTIONS DE TRANSPORT NEUTRONIQUE

Ce projet a pour cadre la physique des réacteurs nucléaires, et plus précisément la physique des réacteurs nucléaires à eau sous pression. Dans ces réacteurs, la réaction en chaîne est maintenue grâce à un équilibre neutronique, présent en moyenne sur toute la géométrie. L'évolution d'un réacteur nucléaire repose donc sur l'équation de transport des neutrons, aussi appelée équation de Boltzmann. C'est elle qui régit le bilan neutronique global dans le réacteur. Pour l'ensemble de ce travail, nous utiliserons des notations de physique statistique, ainsi, chaque particule évoluera dans un espace des phases à six dimensions : trois pour la position et trois pour la vitesse. Chaque particule est donc identifiée par la donnée de :

- $\vec{r}$, la position de la particule ;
- $\vec{V}_n = \frac{d\vec{r}}{dt}$, la vitesse de la particule, découpé en $V_n = \|\vec{V}_n\|$, module de la vitesse et $\vec{\Omega} = \frac{\vec{V}_n}{V_n} = (\sqrt{1-\mu^2} \cos \varphi, \sqrt{1-\mu^2} \sin \varphi, \mu)$, la direction angulaire du vecteur vitesse ;

au temps t auquel le problème est regardé.

Dans le cadre de ce projet, nous étudierons donc la population neutronique globale, qui, toujours avec des notations de physique statistique, est représentée par sa distribution $n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t)$, de telle sorte que la grandeur : $n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) d^3r dV_n d^2\Omega$ représente le nombre de neutrons dans l'élément de volume d^3r autour du point $\vec{r}$, dans l'élément de vitesse dV_n autour de V_n , et dans l'angle solide $d^2\Omega$ autour de $\vec{\Omega}$, pris au temps t . L'élément que l'on regarde plus particulièrement en physique des réacteurs est le flux neutronique. Celui-ci n'est pas un flux au sens physique du

terme, mais est défini par le produit de la vitesse par la population neutronique :

$$\phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) = V_n \cdot n(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) \quad (1.1)$$

1.1 Équation du transport neutronique

1.1.1 L'équation de Boltzmann, une équation de bilan

Cette équation représente simplement le bilan de la population neutronique (via son flux associé) au sein d'un réacteur. Ce bilan s'écrit donc en prenant en compte les particules sortant de la région considérée, celles qui disparaissent par absorption et celles qui sont créées pendant le laps de temps considéré. Suivant ces considérations, l'équation de Boltzmann s'écrit donc sous la forme (Hébert, 2009) :

$$\frac{1}{V_n} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) = -\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) - \Sigma(\vec{r}, V_n) \cdot \phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) + Q(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t) \quad (1.2)$$

Cette équation se décompose suivant :

- $\frac{1}{V_n} \frac{\partial}{\partial t} \phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t)$, la variation instantanée du flux neutronique
- $\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t)$, le bilan des particules sortant de la région considérée
- $\Sigma(\vec{r}, V_n) \cdot \phi(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t)$, l'ensemble des particules perdues par interaction avec la matière, où $\Sigma(\vec{r}, V_n)$ est la section efficace macroscopique totale de la région
- $Q(\vec{r}, V_n, \vec{\Omega}, t)$, l'ensemble des sources de neutrons (voir section 1.1.2).

L'énergie cinétique des particules peut s'écrire sous la forme : $E = \frac{m \cdot V_n^2}{2}$, donc on peut indépendamment considérer le problème en fonction de la vitesse ou de l'énergie E . De plus, dans le cadre de la physique des réacteurs, nous considérerons généralement que notre système est dans un état stationnaire, de telle sorte que

l'équation (1.2) s'écrit sous la forme :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r}, E) \cdot \phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \quad (1.3)$$

Une autre forme de l'écriture de l'équation de Boltzmann consiste à considérer le comportement des neutrons le long d'une ligne de direction $\vec{\Omega}$ appelée caractéristique. La position de la particule est alors paramétrisée sous la forme : $\vec{r} + s \vec{\Omega}$ où s est la distance de la particule par rapport à sa position de référence $\vec{r}$, le long de la direction $\vec{\Omega}$. L'équation (1.3) s'écrit alors sous la forme :

$$\frac{d}{ds} \phi(\vec{r} + s \vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) + \Sigma(\vec{r} + s \vec{\Omega}, E) \phi(\vec{r} + s \vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}) = Q(\vec{r} + s \vec{\Omega}, E, \vec{\Omega}). \quad (1.4)$$

1.1.2 Terme de densité de source neutronique

Le terme de source de fission, $Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, introduit dans l'équation de Boltzmann, se décompose lui aussi en plusieurs termes différents :

$$\begin{aligned} Q(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = & \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}') \cdot \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}') \\ & + \frac{1}{K_{\text{eff}}} Q^{fiss}(\vec{r}, E) \\ & + S_{ext}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (1.5)$$

avec $Q^{fiss}(\vec{r}, E)$ le terme de production par fission, supposé isotrope dans le référentiel du laboratoire :

$$Q^{fiss}(\vec{r}, E) = \frac{1}{4\pi} \sum_{j=1}^{J^{fiss}} \chi_j(\vec{r}, E) \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_{f,j}(\vec{r}, E') \cdot \phi(\vec{r}, E') \quad (1.6)$$

où l'on a :

- $\Sigma_s(\vec{r}, E \leftarrow E', \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}')$, la section efficace de diffusion de l'énergie E' vers E et de l'angle solide $\vec{\Omega}'$ vers $\vec{\Omega}$
- K_{eff} , le facteur de multiplication effectif, son origine est discutée par la suite
- $S_{\text{ext}}(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$, les sources de neutrons externes à la région considérée
- $\chi_j(\vec{r}, E)$, le spectre de fission, où la valeur $\chi_j(\vec{r}, E) \cdot dE$ correspond au nombre de neutrons émis à l'énergie E à dE près par l'isotope j
- J^{fiss} , le nombre total d'isotopes susceptibles de subir une fission
- ν , le nombre de neutrons émis lors d'une fission
- $\Sigma_{f,j}(\vec{r}, E')$, la section efficace macroscopique de fission
- $\phi(\vec{r}, E') = \int_{4\pi} d^2\Omega' \phi(\vec{r}, E', \vec{\Omega}')$, le flux intégré

En l'absence de sources externes ($S_{\text{ext}}(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = 0$), l'équation stationnaire présentée en (1.3) est dite aux valeurs propres : le nombre de neutrons émis à chaque instant dans le système est ajusté afin d'être identique au nombre de neutrons qui disparaissent dans le même temps grâce au facteur K_{eff} . Dans le cas général, le système n'est pas à l'état critique et l'équation de transport ne possède alors pas de solution autre qu'une solution où le flux est nul. La technique la plus utilisée pour forcer l'existence d'une solution est alors d'introduire un paramètre pour obtenir une équation aux valeurs propres, ce paramètre étant K_{eff} , le facteur de multiplication effectif. Il est possible de montrer que

$$K_{\text{eff}} = \frac{\text{nombre de neutrons émis à la génération } n+1}{\text{nombre de neutrons émis à la génération } n}.$$

1.1.3 Fermeture du problème

Pour que l'on puisse résoudre cette équation, il est nécessaire de lui ajouter des conditions de fermeture, qui sont ici des conditions aux frontières de notre région V considérée, de surface externe ∂V . Pour chaque point $\vec{r}_s \in \partial V$, on introduit le vec-

teur unitaire normal sortant $\vec{N}_{ext}(\vec{r}_s)$. Résoudre l'équation de Boltzmann nécessite de connaître la valeur du flux entrant $(\phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}))$ avec $\vec{\Omega}$ tel que $\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s) < 0$. Pour cela, il existe diverses façons de connaître le flux entrant, notamment à partir de la connaissance du flux sortant :

- une condition d'albedo à la frontière,

$$\phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = \beta \phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}')$$

où $\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s) < 0$, $\vec{\Omega}'$ est la direction de la particule sortante et β est le coefficient d'albedo, $\beta \in [0, 1]$. Certaines valeurs de β sont particulières :

- $\beta = 0$ correspond à des conditions de vide (flux entrant nul)
 - $\beta = 1$ correspond à des conditions de réflexion
 - $\beta = 1$, $\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s) = -\vec{\Omega}' \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s)$ et $(\vec{\Omega} \times \vec{\Omega}') \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s) = 0$ correspond à des conditions spéculaires (ou miroir)
- une condition de frontière blanche, pour laquelle on considère qu'une particule quittant V revient dans V avec une distribution angulaire isotrope,

$$\phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = \frac{1}{\pi} \int_{\vec{\Omega}' \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s) > 0} d^2\Omega' [\vec{\Omega}' \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s)] \phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}')$$

avec la condition : $\vec{\Omega} \cdot \vec{N}_{ext}(\vec{r}_s) < 0$ (flux entrant)

- une condition de frontière périodique, pour laquelle on considère que le flux en un point de la frontière est égal au flux sur une frontière parallèle sur un réseau périodique,

$$\phi(\vec{r}_s, E, \vec{\Omega}) = \phi(\vec{r}_s + \Delta\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

où $\Delta\vec{r}$ est le pas du réseau.

- une condition de flux nul à la frontière. Cette condition n'est pas physique, il est préférable d'utiliser la condition de vide.

1.1.4 L'approximation multigroupe

Pour résoudre l'équation de Boltzmann (1.3), deux méthodes sont envisageables :

1. les méthodes déterministes, basées sur la résolution numérique par discrétisation de l'équation du transport. Pour celles-ci, il est nécessaire de faire un certain nombre d'approximations afin d'arriver à la résolution du problème. Ces approximations concernent notamment la discrétisation des variables spatiales, angulaires et énergétiques, afin de rendre les problèmes solubles par un ordinateur.
2. les méthodes stochastiques, ou dites de Monte-Carlo, basées sur l'utilisation d'un *générateur de nombre aléatoires* et sur la simulation de millions de *marches aléatoires*, sans effectuer d'approximations. Dans ce cadre, on modélise le cheminement de particules à travers les milieux et on les suit. Ces méthodes convergent vers la solution exacte, pour peu que les interactions nucléaires soient correctement modélisées et que le nombre de particules simulées soit suffisant, ce qui impose un grand nombre de générations de neutrons. Elles sont très coûteuses en temps de calcul, et ne peuvent servir que pour des calculs de référence.

Une approximation nécessaire à la réalisation des calculs de type déterministes concerne la discrétisation de la variable énergie. Le continuum d'énergie est alors découpé en G groupes d'énergie, à l'intérieur desquels l'ensemble des paramètres et des variables est considéré comme constant (vitesse des neutrons, sections efficaces, etc). On utilise également la variable léthargie u , définie comme $u = \ln(E/E_0)$, où E_0 est une énergie de référence et telle que l'on ait :

$$W_g = \{u; u_{g-1} \leq u \leq u_g\} = \{E; E_g \leq E \leq E_{g-1}\}; \quad g = 1, G.$$

L'équation de transport en formalisme multi-groupe s'écrit alors :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) + \Sigma_g(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}). \quad (1.7)$$

$$\begin{aligned} \text{avec } Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = & \sum_{g'=1}^G \int_{4\pi} d^2\Omega' \Sigma_{s,g \leftarrow g'}(\vec{r}, \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}') \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \\ & + \frac{\chi_g(\vec{r})}{K_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu_{\Sigma_{f,g'}}(\vec{r}) \int_{4\pi} \frac{d^2\Omega'}{4\pi} \phi_{g'}(\vec{r}, \vec{\Omega}') \\ & + S_{\text{ext},g}(\vec{r}, \vec{\Omega}) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Il est fréquent de réaliser un développement en harmoniques sphériques de la section efficace macroscopique de diffusion. Dans de nombreux cas, nous ne considérerons dans cette partie des notions de transport neutroniques que le premier terme du développement. Cette section efficace s'écrit alors sous la forme :

$$\Sigma_{s,g \leftarrow g'}(\vec{r}, \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}') \approx \frac{1}{4\pi} \left[\Sigma_{s0,g \leftarrow g'}(\vec{r}) + 3\vec{\Omega} \cdot \vec{\Omega}' \Sigma_{s1,g \leftarrow g'}(\vec{r}) \right] \quad (1.9)$$

La forme caractéristique de l'équation de Boltzmann (1.4) s'écrit alors selon :

$$\frac{d}{ds} \phi_g(\vec{r} + s \vec{\Omega}, \vec{\Omega}) + \Sigma_g(\vec{r} + s \vec{\Omega}) \phi_g(\vec{r} + s \vec{\Omega}, \vec{\Omega}) = Q_g(\vec{r} + s \vec{\Omega}, \vec{\Omega}). \quad (1.10)$$

Une autre forme classique de l'écriture de l'équation de Boltzmann est l'écriture intégrale. En posant $\tau_g(s) = \int_0^s ds' \Sigma_g(\vec{r} + s' \vec{\Omega})$ le chemin optique, elle prend, dans le cas d'un domaine infini, la forme :

$$\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) = \int_0^\infty ds e^{-\tau_g(s)} Q_g(\vec{r} - s \vec{\Omega}, \vec{\Omega}). \quad (1.11)$$

Les données à partir desquelles sont effectués les calculs sont des variables continues. Il est donc nécessaire de déterminer l'ensemble des valeurs moyennes prises par ces grandeurs sur les différents groupes d'énergie. Celles-ci sont définies à partir de la conservation des taux de réaction après l'écriture en formalisme multigroupe. Le calcul des sections efficaces microscopiques prend alors la forme générale :

$$\Sigma_{\rho,g}(\vec{r}) = \frac{\langle \Sigma_{\rho}(\vec{r}, u) \phi(\vec{r}, u) \rangle_g}{\langle \phi(\vec{r}, u) \rangle_g} \quad (1.12)$$

Une difficulté provient du fait que l'on ne connaît pas le flux $\phi(\vec{r}, u)$ avant la résolution du problème. L'approche utilisée est alors de considérer un flux de référence $\phi_0(\vec{r}, u) \approx \phi_0(u)$ pour calculer ces valeurs moyennes. Ce sont les calculs d'auto-protection que nous présenteront par la suite qui permettent de calculer un flux de référence plus proche du flux réel. En dehors des résonances, on utilise un flux de pondération caractéristique du réacteur que l'on considère, sur tout le spectre énergétique. Sous cette condition, les sections efficaces s'écrivent alors :

$$\Sigma_s^{g \leftarrow g'} = \frac{\int_g du \int_{g'} du' \Sigma_s(u \leftarrow u') \phi_0(u')}{\int_{g'} du' \phi_0(u')} \quad \text{pour celles de diffusion} \quad (1.13a)$$

$$\Sigma_{\rho,g} = \frac{\int_g du \Sigma_{\rho}(u) \phi_0(u)}{\int_g du \phi_0(u)} \quad \text{pour les autres} \quad (1.13b)$$

1.1.5 Résolution de l'équation de transport

Si l'on ne tient pas compte de cas simplistes (géométrie peu complexe à une dimension généralement), l'équation de transport multigroupe n'est pas soluble analytiquement. Il faut donc, en plus de l'approximation multigroupe, effectuer d'autres approximations, spatiales et angulaires. Il existe différentes méthodes pour résoudre l'équation du transport :

- la méthode des probabilités de collision (méthode *CP*) résout le problème par la

discrétisation de l'équation sous sa forme intégrale (1.11), et est utilisée préférentiellement pour résoudre des problèmes avec des maillages non structurés et peu de régions (car elle produit des matrices de taille égale au nombre de régions au carré) (Carlvik, 1965).

- la méthode des courants d'interface (méthode *IC*), qui n'est pas entièrement une méthode mais représente une approximation à la méthode des probabilités de collision. Elle est généralement utilisée pour des calculs d'autoprotection, pour sa rapidité à résoudre le problème ; elle est aussi utilisée avec la génération actuelle d'outils de calculs de production pour obtenir le flux dans les régions de l'assemblage (Sanchez et McCormick, 1982).
- la méthode des caractéristiques (méthode *MOC*) résout le problème par la discrétisation de l'équation sous sa forme caractéristique (1.10). Cette méthode est itérative, comme la méthode S_N , et est utilisée grâce aux développements de son accélération et des capacités de calculs informatiques (Askew, 1972).
- la méthode aux ordonnées discrètes (méthode S_N) résout l'équation sous sa forme différentielle (1.7), la variable angulaire $\vec{\Omega}$ est discrétisée suivant un nombre donné de directions, et le flux de particule est calculé le long de ces directions (Carlson et Bell, 1958).
- la méthode des harmoniques sphériques (méthode P_N) résout elle aussi l'équation sous sa forme différentielle (1.7), le flux angulaire y est cette fois-ci représenté comme un développement limité en harmoniques sphériques réelles (Hébert, 2006).
- la méthode SP_N , qui n'est pas une méthode à part entière mais une méthode dérivée de la méthode P_N , basé sur les équations P_N simplifiées ; elle est très souvent utilisée pour des calculs de cœur (Pomraning, 1993).

Les méthodes utilisées dans ce projet sont la méthode des courants d'interface, la méthode des caractéristiques et la méthode SP_N , simplifiée en équation de la diffusion. Seules quelques données d'introduction sont présentées dans cette section,

pour plus d'information, la référence (Hébert, 2009) contient une description de l'ensemble des méthodes de manière plus détaillée.

1.1.5.1 La méthode des probabilités de collision

La méthode de probabilités de collision provient de la discrétisation spatiale et angulaire de l'équation de Boltzmann sous sa forme intégrale. Cette discrétisation peut être effectuée sur un domaine infini ou un domaine fini avec des conditions aux frontières. Le cas traité ici est le cas d'un domaine infini.

La première étape est d'intégrer l'équation (1.11) suivant la variable angulaire et de réaliser le changement de variable $\vec{r}' = \vec{r} - s\vec{\Omega}$ dans l'intégrale. On obtient alors :

$$\phi_g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \quad (1.14a)$$

$$\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty ds e^{-\tau_g(s)} Q_g(\vec{r} - s\vec{\Omega}) = \frac{1}{4\pi} \int_\infty d^3r' \frac{e^{-\tau_g(s)}}{s^2} Q_g(\vec{r}') \quad (1.14b)$$

Cette équation est généralement utilisée pour des pavages infinis d'une même région. Chacune de ses régions est découpée en volumes que l'on note V_i . L'ensemble de ces volumes V_i pour un i donné est noté V_i^∞ . Le découpage des régions est supposé suffisamment fin pour considérer l'approximation que chaque source de neutron $Q_{i,g}$ est constante dans chaque volume V_i . En multipliant l'équation (1.14) par $\Sigma_g(\vec{r})$ et en intégrant sur chaque volume V_i , on obtient :

$$\int_{V_j} d^3r \Sigma_g(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_j} d^3r \Sigma_g(\vec{r}) \sum_i Q_{i,g} \int_{V_i^\infty} d^3r' \frac{e^{-\tau_g(s)}}{s^2} \quad (1.15)$$

$$\text{avec } Q_{i,j} = \sum_h \Sigma_{s0,i,g \leftarrow h} \phi_{i,h} + \frac{1}{K_{\text{eff}}} \sum_{j=1}^{J^{fiss}} \chi_{j,g} \sum_{h=1}^G \nu \Sigma_{f,j,h} \phi_{i,h} \quad (1.16)$$

où j représente l'index sur les isotopes fissiles, $\Sigma_{s0,i,g \leftarrow h}$ la section efficace macroscopique isotropique de diffusion du groupe h vers le groupe g , $\chi_{j,g}$ le spectre de fission de l'isotope j dans le groupe d'énergie g et $\Sigma_{f,j,h}$ est la section efficace macroscopique de fission de l'isotope j pour les neutrons du groupe h .

Finalement, en posant :

$$\phi_{j,g} = \frac{1}{V_j} \int_{V_j} d^3r \phi_g(\vec{r}) \quad (1.17)$$

$$\Sigma_{j,g} = \frac{1}{V_j \phi_{j,g}} \int_{V_j} d^3r \Sigma_g(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) \quad (1.18)$$

$$P_{ij,g} = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} d^3r \Sigma_g(\vec{r}) \frac{e^{-\tau_g(s)}}{s^2} \quad (1.19)$$

on obtient l'équation (1.15) sous la forme :

$$\phi_{j,g} = \frac{1}{V_j} \frac{1}{\Sigma_{j,g}} \sum_i Q_{i,g} V_i P_{ij,g} \quad (1.20)$$

La donnée $P_{ij,g}$ est la donnée qui donne le nom à la méthode. C'est la probabilité pour un neutron créé de manière uniforme et isotropique dans une quelconque région V_i de subir sa première collision dans la région V_j du domaine étudié. Lorsque la discrétisation est suffisamment fine, on peut considérer que la grandeur $\Sigma_g(\vec{r})$ est constante dans chaque région j et égale à $\Sigma_{j,g}$. Dans notre cas, en définissant la probabilité réduite par $p_{ij,g} = P_{ij,g}/\Sigma_{j,g}$, l'équation (1.19) peut s'écrire :

$$p_{ij,g} = \frac{1}{4\pi V_i} \int_{V_i^\infty} d^3r' \int_{V_j} d^3r \frac{e^{-\tau_g(s)}}{s^2} \quad (1.21)$$

On observe alors les propriétés suivantes pour les probabilités réduites :

$$\text{réciprocité : } p_{ij,g} V_i = p_{ji,g} V_j \quad (1.22a)$$

$$\text{conservation : } \sum_j p_{ij,g} \Sigma_{j,g} = 1 ; \forall i \quad (1.22b)$$

ce qui permet de réécrire (1.20) en :

$$\phi_{i,g} = \sum_j Q_{j,g} p_{ij,g} \quad (1.23)$$

L'évaluation numérique de ces CP repose alors sur deux étapes de calcul :

- le réseau est découpé suivant un nombre de lignes d'intégration suffisamment important pour représenter de manière adéquate la géométrie. A deux dimensions, les lignes d'intégration sont paramétrées par deux valeurs : le nombre d'angles azimutaux, qui découpe le domaine angulaire et la densité de lignes, exprimée généralement en nombre de lignes par centimètre. Ce découpage sera par la suite appelé « tracking ». Les CP sont alors calculées le long de ces chemins optiques.
- un processus d'intégration numérique, nécessitant les informations sur le tracking et les sections efficaces dans chaque région.

Une fois que les CP ont été calculées, l'étape suivante est le calcul du flux intégré $\phi_{i,g}$ à l'aide d'une itération entre les équations (1.23) et (1.16). En règle générale, deux types d'itérations sont imposés au problème : des itérations multigroupes internes sur les sources de diffusion, qui permettent de converger vers la valeur du flux intégré et des itérations externes, qui permettent de converger vers la valeur de K_{eff} .

Le problème de la méthode des probabilités de collision est que l'on doit inverser une matrice de taille $n \times n$, où n est le nombre total de régions. Plus le nombre de régions est élevé, plus le temps de calcul sera imposant, l'inversion d'une matrice

étant un processus dont le temps varie de façon non linéaire avec n . Pour un grand nombre de régions (dépendant du nombre de groupes d'énergie) compris entre 1000 et 5000, le risque de dépasser les capacités de la mémoire est non négligeable, et l'on préférera utiliser d'autres méthodes.

1.1.5.2 La méthode à courants d'interface

Cette méthode tire partie de la méthode des probabilités de collision, mais permet d'économiser en temps de calcul avec l'introduction de nouvelles approximations. Elle a notamment été développée par Sanchez et McCormick (1982). Pour un assemblage composé d'un ensemble de cellules, on effectue premièrement un calcul de probabilités de collision indépendant sur chacune d'entre elles. Le flux intégré est ensuite reconstruit en utilisant les courants d'interface entre chaque cellule et le flux angulaire sortant de chaque cellule est calculé à l'aide d'une double expansion P_n . Ceci requiert de nouvelles probabilités de collision, qui sont définies suivant la méthode utilisée précédemment :

- p_{ij} : probabilité réduite pour un neutron créé de manière uniforme et isotropique dans la région i , de subir sa première collision dans le région j sans quitter la cellule
- $p_{S_\alpha j}^{(\rho)}$: probabilité réduite pour un neutron entrant de manière uniforme dans la cellule par la surface S_α avec une distribution angulaire $\psi_\rho(\vec{\Omega}, \vec{N}^-)$ de subir sa première collision dans le région j sans quitter la cellule
- $P_{iS_\beta}^{(\nu)}$: probabilité pour un neutron créé de manière uniforme et isotropique dans la région i , de quitter la cellule par la surface S_β avec une distribution angulaire $\psi_\nu(\vec{\Omega}, \vec{N}^+)$.
- $P_{S_\alpha S_\beta}^{(\rho\nu)}$: probabilité pour un neutron entrant de manière uniforme dans la cellule par la surface S_α avec une distribution angulaire $\psi_\rho(\vec{\Omega}, \vec{N}^-)$, de quitter la cellule par la surface S_β avec une distribution angulaire $\psi_\nu(\vec{\Omega}, \vec{N}^+)$.

Une fois ces probabilités calculées, on obtient des équations similaires à (1.23) et (1.16) mais sur un système réduit, ce qui permet d'accélérer considérablement le temps de calcul.

1.1.5.3 La méthode des caractéristiques

Comme nous l'avons vu, la méthode *CP* est rapidement limitée par le nombre de régions, tandis que la méthode *IC* donne des résultats avec une forte approximation. La méthode des caractéristiques a notamment été développée pour pallier ces problèmes (Askew, 1972). Comme son nom l'indique, elle débute par une discrétisation de l'équation du transport neutronique prise sous sa forme caractéristique (1.10). Elle consiste ensuite en un calcul itératif du flux de particules en résolvant l'équation du transport sur des lignes dites « trajectoires ». Les méthodes *MOC* et *CP* convergent vers la même solution numérique (Wu et Roy, 2003).

On considère dans le cadre de cette méthode que le domaine est divisé en N régions, dans lesquelles les sections efficaces sont constantes. Le tracking est constitué de lignes d'intégrations appelées caractéristiques. L'intersection entre une de ces lignes et le domaine de calcul est une trajectoire $\vec{T} = \vec{T}(\vec{\Omega}, \vec{p})$ où $\vec{\Omega}$ est l'orientation, ω_T le poids de la trajectoire, $\vec{p}$ son origine. Les trajectoires traversent K régions N_k dont les points d'intersection, situés aux interfaces entre deux régions sont positionnés en $\vec{r}_{k+1} = \vec{r}_k + L_k \vec{\Omega}$. Ainsi, $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_{K+1}$ sont les points d'entrée et de sortie du domaine. Le flux angulaire à l'un de ses points est donné par :

$$\phi_g^k(\vec{T}) = \phi_g(\vec{r}_k, \vec{\Omega}) \quad \text{avec } k \in [1, K]. \quad (1.24)$$

On considère ensuite que les sources totales $Q_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ sont constantes (sources de fission et de diffusion fixes) dans chaque région. Le chemin optique est alors défini

par $\tau_k = \sum_g^{N_k} L_k$. L'équation (1.10) peut alors être intégrée pour obtenir la relation entre les flux angulaires entrant et sortant :

$$\phi_g^{k+1}(\vec{T}) = \phi_g^k(\vec{T}) e^{-\tau_k} + \frac{1 - e^{-\tau_k}}{\sum_g^{N_k}} Q_g^{N_k}(\vec{T}) \quad (1.25)$$

L'équation (1.25) peut alors être intégrée sur chaque trajectoire puis sur chaque angle pour obtenir, où $\delta_j^{N_k}$ représente le symbole de Kronecker :

$$\phi_{j,g} = \frac{Q_{j,g}}{\Sigma_j} - \frac{1}{\Sigma_{j,g} V_j} \sum_T \omega_T \sum_k \delta_j^{N_k} (\phi_g^{k+1} - \phi_g^k). \quad (1.26)$$

La méthode *MOC* a pour avantage de résoudre l'équation du transport avec un processus d'ordre $N + M$ ou N est le nombre total de région et M le nombre total de surfaces, qui, pour un grand nombre de régions N , est meilleur que le processus d'ordre $N \times N$ trouvé lors de la présentation de la méthode *CP*. Les domaines peuvent donc être traités avec un grand nombre de régions. Comme dans le cas de la méthode *CP*, la résolution du problème se fait de manière itérative, avec des itérations sur le domaine spatial, le découpage énergétique et enfin sur la valeur propre du problème (K_{eff}). Cependant, alors que dans le cas de la méthode *CP*, une seule lecture du tracking est nécessaire pour le calcul de flux, il est nécessaire de lire le tracking à chaque itération interne dans le cas de la méthode *MOC*. Ceci alourdit fortement le temps de calcul, et des méthodes d'accélération sont donc nécessaires pour limiter le nombre de fois où le tracking est accédé (Le Tellier et Hébert, 2007b).

1.1.5.4 L'équation de la diffusion

La résolution de l'équation de Boltzmann dans un cœur de réacteur, avec de nombreuses régions n'est pas réalisable avec les capacités actuelles des ordinateurs. Il est donc nécessaire d'utiliser d'autres méthodes, afin d'arriver à calculer le flux neutronique sur un cœur complet. Le terme en $\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$ est le terme qui induit le plus de complexité dans le problème. Le but des approximations de la diffusion est donc de le simplifier.

Les approximations de la diffusion partent d'un développement en harmoniques sphériques de plusieurs grandeurs dans l'équation de Boltzmann : le flux et la section efficace de diffusion. La théorie de la diffusion provient directement de l'approximation P_1 (équivalente à l'approximation SP_1) (Pomraning, 1993). On appelle $\vec{J}_g(\vec{r})$ la densité de courant angulaire, défini par : $\vec{J}_g(\vec{r}) = \int_{4\pi} d^2\Omega \vec{\Omega} \cdot \phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega})$. La théorie de la diffusion propose de développer le flux neutronique en :

$$\phi_g(\vec{r}, \vec{\Omega}) \approx \frac{1}{4\pi} \left[\phi_g(\vec{r}) + 3\vec{\Omega} \cdot \vec{J}_g(\vec{r}) \right] \quad (1.27)$$

ainsi que la section efficace macroscopique de diffusion suivant l'équation (1.9).

En remplaçant ces deux termes et en les introduisant dans l'équation (1.7), ainsi qu'en réalisant une intégration sur l'angle solide, l'équation obtenue est une équation de bilan neutronique simplifiée :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_g(\vec{r}) + \Sigma_g(\vec{r})\phi_g(\vec{r}) = \sum_{g'=1}^G \Sigma_{s,g \leftarrow g'}(\vec{r})\phi_{g'}(\vec{r}) + \frac{\chi_g(\vec{r})}{K_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r})\phi_{g'}(\vec{r}) \quad (1.28)$$

Deux grandeurs sont inconnues dans l'équation (1.28) : le flux neutronique $\phi_g(\vec{r})$ et le courant neutronique : $\vec{J}_g(\vec{r})$. La deuxième équation que nous allons utiliser

regroupant ces deux grandeurs est la loi de Fick. Cette loi heuristique stipule que les particules circulent naturellement des zones à densité élevée vers des zones à densité plus faible. Elle s'écrit sous la forme :

$$\vec{J}_g(\vec{r}) = -D_g(\vec{r})\vec{\nabla}\phi_g(\vec{r}) \quad (1.29)$$

où $D_g(\vec{r})$ est un tenseur diagonal de dimension 3×3 contenant les coefficients de diffusion. Généralement, l'utilisation de coefficients non directionnels est suffisant pour bien modéliser le flux, et on suppose alors que les trois valeurs de la diagonale prennent la même et unique valeur. En supposant que le flux s'écrive sous la forme (voir la section 1.2.2) : $\phi_g(\vec{r}) = \varphi_g e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}}$ et $\vec{J}_g(\vec{r}) = \vec{I}_g e^{i\vec{B}\cdot\vec{r}}$ et en remplaçant dans (1.29), on obtient :

$$D_g(\vec{r}) = \frac{1}{\|\vec{B}\|} \frac{i \|\vec{I}_g\|}{\varphi_g}$$

En substituant (1.29) dans (1.28), on obtient :

$$-\vec{\nabla} \cdot D_g(\vec{r})\vec{\nabla}\phi_g(\vec{r}) + \Sigma_g(\vec{r})\phi_g(\vec{r}) = \sum_{g'=1}^G \Sigma_{s,g \leftarrow g'}(\vec{r})\phi_{g'}(\vec{r}) + \frac{\chi_g(\vec{r})}{K_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r})\phi_{g'}(\vec{r}) \quad (1.30)$$

En posant $\Sigma_{rg}(\vec{r}) = \Sigma_g(\vec{r}) - \Sigma_{s,g \leftarrow g}(\vec{r})$, section efficace de déplacement, on obtient alors l'équation de diffusion stationnaire de transport neutronique sous sa forme multigroupe :

$$-\vec{\nabla} \cdot D_g(\vec{r})\vec{\nabla}\phi_g(\vec{r}) + \Sigma_{rg}(\vec{r})\phi_g(\vec{r}) = \sum_{\substack{g'=1 \\ g' \neq g}}^G \Sigma_{s,g \leftarrow g'}(\vec{r})\phi_{g'}(\vec{r}) + \frac{\chi_g(\vec{r})}{K_{\text{eff}}} \sum_{g'=1}^G \nu \Sigma_{f,g'}(\vec{r})\phi_{g'}(\vec{r}) \quad (1.31)$$

Le problème obtenu à l'équation (1.31) est un problème à valeurs propres. Le flux nul, $\phi_g(\vec{r}) = 0$, $\forall \vec{r}$ est une solution triviale de ce problème. De nombreuses solu-

tions existent, ayant pour valeur propre $1/K_{\text{eff}}$. La solution qui donne la plus grande valeur pour K_{eff} correspond au *mode fondamental*, et est égale au facteur de multiplication effectif du système. Il est possible de montrer que pour cette valeur propre uniquement, le flux est entièrement positif ou nul sur le domaine considéré, en conséquence, seule la solution avec cette valeur propre a un sens physique. L'ensemble des solutions avec d'autres valeurs propres sont appelées *harmoniques* du flux de neutrons et donnent des flux qui oscillent entre valeurs positives et négatives. Ces solutions permettent de modéliser le flux dans le cadre de perturbations.

On peut noter que si $\phi_g(\vec{r})$ est solution, alors $C\phi_g(\vec{r})$, $\forall C \in \mathbb{R}$. Il convient donc d'introduire une normalisation du flux. La constante est généralement choisie pour obtenir la puissance totale du réacteur :

$$\sum_{g=1}^G \int_V d^3r H_g(\vec{r}) \phi_g(\vec{r}) = P \quad (1.32)$$

où V est le volume du domaine considéré, $H_g(\vec{r})$ est le coefficient de production d'énergie (principalement $\kappa\Sigma_{f,g}(\vec{r})$) et P la puissance totale du réacteur considéré.

Nous avons vu les équations régissant le flux et le courant neutronique avec une méthode de calcul par la diffusion. Comme précédemment, ce problème doit être fermé avec des conditions aux frontières. Le flux neutronique est une distribution continue de $\vec{r}$ et le courant qui lui est associé doit donc être lui aussi continu à travers toute surface imaginable possible. Prenons un plan infini d'abscisse x_0 et $\vec{N}$ sa normale. La continuité du flux et la continuité du courant s'écrivent alors :

$$\phi_g(x_0^-, y, z) = \phi_g(x_0^+, y, z) \quad \forall y, z \quad (1.33a)$$

$$\vec{J}_g(x_0^-, y, z) \cdot \vec{N} = \vec{J}_g(x_0^+, y, z) \cdot \vec{N} \quad \forall y, z \quad (1.33b)$$

En utilisant la loi de Fick sur l'équation (1.33b), on obtient :

$$-D_g(x_0^-, y, z) \frac{d}{dx} \phi_g(x, y, z)|_{x=x_0^-} = -D_g(x_0^+, y, z) \frac{d}{dx} \phi_g(x, y, z)|_{x=x_0^+} \quad (1.34)$$

Cette équation montre clairement que si l'on se situe à l'interface entre deux milieux pour lesquels le coefficient de diffusion est différent, il n'y a pas continuité du gradient du flux à ces interfaces. Les conditions aux frontières doivent être appliquées sur l'ensemble du domaine étudié, à moins qu'il n'existe des symétries dans le domaine, auquel cas elles peuvent n'être appliquées que sur la frontière ∂V du domaine symétrisé.

Une fois que le problème est intégralement posé, sa résolution est effectuée à l'aide d'un découpage de la géométrie du domaine, afin d'être résolue de façon numérique. Le choix de ce découpage, ainsi que des méthodes numériques, est très vaste, comme par exemple les méthodes des différences finies (centrées ou aux coins) ou des méthodes d'éléments finis.

1.2 Éléments de calculs neutroniques

1.2.1 Autoprotection des résonances

Cette section traite de l'autoprotection des résonances, sans rentrer dans des détails trop pointus. Une revue des différentes méthodes d'autoprotection peut être trouvée dans (Hfaiedh, 2006; Hébert, 2009). Dans le traitement multigroupe de l'équation de Boltzmann, nous avons considéré que chaque section efficace était constante au sein d'un groupe et nous avons vu que pour cela, il était nécessaire de calculer sa moyenne afin de conserver le taux de réaction sur le domaine considéré. Cependant, les sections efficaces de certains isotopes (notamment les isotopes fissiles et fertiles)

possèdent un grand nombre de résonances au sein d'un groupe d'énergie. Un modèle est donc nécessaire pour calculer la moyenne de cette section efficace sur le groupe d'énergie considéré (Reuss et Coste-Delclaux, 2003). En effet, dans le cas d'une énergie continue, lorsque l'on rencontre un endroit où l'absorption (via la section efficace) est très importante, le flux observé est fortement atténué. Un calcul effectué avec la valeur moyenne de la section efficace qui ne prendrait pas en compte cet effet de creusement du flux mènerait à une surestimation du taux de réaction local. Ce phénomène est appelé autoprotection des résonances.

Le processus d'autoprotection consiste à calculer les taux de réaction moyens et les flux moyens pour chaque isotope possédant des résonances et pour chaque groupe contenant des résonances, afin d'obtenir les sections efficaces autoprotégées de ces isotopes dans chaque groupe. L'interpolation directe de tables créées à partir des spectres continus en énergie de ces sections efficaces (créées notamment par le logiciel NJOY99) permettent de calculer ces valeurs moyennes. Le but du calcul d'autoprotection est alors de déterminer la constante multiplicative, appelée facteur d'équivalence, qui permet d'obtenir la section efficace réelle de notre milieu. L'objectif du calcul d'autoprotection est donc d'évaluer la valeur de chacune des sections efficaces $\tilde{\sigma}_{\rho,g}^y$, pour chaque isotope y , chaque réaction ρ et chaque groupe d'énergie g , de bornes en léthargie u_{g-1} et u_g :

$$\tilde{\sigma}_{\rho,g}^y = \mu_g \frac{\int_{u_{g-1}}^{u_g} du \sigma_{\rho}^y(u) \phi(u)}{\int_{u_{g-1}}^{u_g} du \phi(u)}. \quad (1.35)$$

Le problème de l'autoprotection réside dans le fait qu'à ce stade du calcul le flux neutronique n'a pas encore été évalué. Une nouvelle approximation doit donc être introduite afin d'obtenir une valeur approximative de ce flux. Différentes méthodes d'autoprotection sont implémentées dans le code DRAGON, basée sur un principe d'équivalence en dilution (mais un certain nombre d'autres méthodes sont envisa-

geables) :

- la méthode de Stamm’ler généralisée (Hébert et Marleau, 1991)
- la méthode des sous-groupes (Hébert, 2005; Hébert, 2009)

1.2.2 Modèles de fuite

Une fois les sections efficaces autoprotégées obtenues, il est possible de réaliser le calcul de flux. Cependant, pour les calculs concernant des assemblages ou des cellules dans des milieux finis, un modèle de fuite est nécessaire afin de prendre en compte les conditions aux frontières du réacteur. Les modèles de fuite généralement utilisés sont des modèles de fuite homogènes ou hétérogènes de type B_n (Petrovic et Benoist, 1996). Lors d’un calcul de flux tel que celui-ci, les conditions en dehors de la cellule ou de l’assemblage restent des inconnues. La meilleure approximation est donc de considérer que les cellules ou les assemblages en dehors de celui étudié sont identiques, et que l’on se situe dans un état stationnaire, afin de rechercher les fuites nécessaires pour obtenir un coefficient de multiplication (K_{eff}) égal à 1. Plusieurs conditions sont donc imposées :

1. le calcul à l’intérieur de la cellule ou de l’assemblage est considéré comme sans fuites
2. on impose ensuite $K_{\text{eff}} = 1$ en ajoutant un modèle de fuite, généralement réalisé à l’aide de l’approximation du mode fondamental, pour laquelle le flux est représenté comme le produit d’une distribution macroscopique $\psi(\vec{r})$ et d’un flux homogène ou périodique (de période correspondant aux dimensions de la cellule ou de l’assemblage) $\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$:

$$\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \psi(\vec{r}) \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$$

3. dans le cadre d’un réseau périodique de cellules ou d’assemblages, la distri-

bution macroscopique $\psi(\vec{r})$ est supposée être une propriété du cœur complet et être une solution de l'équation de Laplace $\nabla^2 \psi(\vec{r}) + B^2 \psi(\vec{r}) = 0$ où le laplacien B^2 permettant d'ajuster $\psi(\vec{r})$ est calculé afin d'obtenir $K_{\text{eff}} = 1$.

Le laplacien peut être positif ou négatif suivant que le réacteur est localement sur-critique ou sous-critique. La théorie du mode fondamental homogène est basé sur le fait que le flux $\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ est homogène ($\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \varphi(E, \vec{\Omega})$) alors que dans le cas où il est périodique, on parle de théorie du mode fondamental hétérogène. Sans connaître la valeur du flux dans l'ensemble du domaine considéré, on part du principe que l'on peut écrire $\psi(\vec{r})$ sous la forme :

$$\psi(\vec{r}) = \psi_0 e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}} \text{ avec } \vec{B} \text{ tel que } \vec{B} \cdot \vec{B} = B^2 \quad (1.36)$$

Le flux neutronique s'écrit alors sous la forme : $\phi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) = \varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega}) e^{i\vec{B} \cdot \vec{r}}$ avec $\varphi(\vec{r}, E, \vec{\Omega})$ une valeur *a priori* complexe. L'équation (1.3) s'écrit alors dans le cas d'un calcul homogène :

$$\begin{aligned} [\Sigma(E) + i \vec{B} \cdot \vec{\Omega}] \varphi(E, \vec{\Omega}) &= \int_{4\pi} d^2\Omega' \int_0^\infty dE' \Sigma_s(E \leftarrow E', \vec{\Omega} \leftarrow \vec{\Omega}') \varphi(E', \vec{\Omega}') \\ &+ \frac{\chi(E)}{4\pi K_{\text{eff}}} \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(E') \varphi(E') \end{aligned} \quad (1.37)$$

La section efficace de diffusion est développée en polynômes de Legendre (voir l'équation (1.9)). L'équation (1.37) est alors d'une part directement intégrée, puis une seconde intégration est pratiquée en ajoutant le poids : $\frac{1}{\Sigma(E) + i \vec{B} \cdot \vec{\Omega}}$. On obtient alors :

$$\begin{aligned} [\Sigma(E) + d(B, E) B^2] \varphi(E) &= \int_0^\infty dE' \Sigma_{s,0}(E \leftarrow E') \varphi(E') \\ &+ \frac{\chi(E)}{K_{\text{eff}}} \int_0^\infty dE' \nu \Sigma_f(E') \varphi(E') \end{aligned} \quad (1.38)$$

avec $d(B, E) = \frac{i}{B^2 \varphi(E)} \vec{B} \cdot \int_{4\pi} d^2\Omega \vec{\Omega} \varphi(E, \vec{\Omega})$, appelé coefficient de fuite. L'ensemble de ces équations peut facilement être considéré suivant le formalisme multigroupe.

Pour calculer la valeur du coefficient de diffusion $d(B, E)$, différentes hypothèses peuvent être utilisées :

- l'hypothèse B_0 homogène dans laquelle la section efficace de diffusion est isotrope ($\Sigma_{s,1}(E \leftarrow E') = 0$), et le coefficient de fuite est indépendant de la région
- l'hypothèse B_1 homogène dans laquelle la section efficace de diffusion est anisotrope ($\Sigma_{s,1}(E \leftarrow E') \neq 0$), et le coefficient de fuite est indépendant de la région
- l'hypothèse B_1 hétérogène dans laquelle la section efficace de diffusion est anisotrope ($\Sigma_{s,1}(E \leftarrow E') \neq 0$), et le coefficient de fuite est dépendant de la région

1.2.3 Condensation/Homogénéisation et équivalence

L'étape précédente a permis de calculer le flux neutronique dans chaque région discrétisée de notre domaine considéré. Ceci permet donc de calculer des taux de réaction dans chacune de ces régions, et ceci pour chaque groupe d'énergie. L'étape suivante étant généralement un calcul de cœur complet, il est nécessaire de réaliser une condensation (diminution du nombre total de groupes d'énergie, généralement entre deux et vingt) et une homogénéisation (diminution du nombre de régions considérées pour les regrouper en des macro-régions) (Hébert et Benoist, 1991). Partant de données sur N régions et G groupes d'énergie, on arrive après homogénéisation et condensation à des données sur M régions et K groupes d'énergie. Ainsi, pour chaque indice $k \in [1, K]$ il existe un ensemble G_k d'indices $g \in [1, G]$ correspondant et pour chaque indice $m \in [1, M]$ il existe un ensemble N_m d'indices $n \in [1, N]$.

Les différentes grandeurs physiques sont alors calculées en suivant une homogénéisation de type flux/volume, où les données $\mu_{m,k}$ sont les coefficients d'équivalence :

$$\text{-- Volumes :} \quad V_m = \sum_{i \in N_m} V_i \quad (1.39a)$$

$$\text{-- Flux :} \quad \phi_{m,k} = \frac{1}{\mu_{m,k} V_m} \sum_{i \in N_m} \sum_{g \in M_k} V_i \phi_{i,g} \quad (1.39b)$$

$$\text{-- Sections efficaces totales :} \quad \Sigma_{m,k} = \frac{\mu_{m,k}}{V_m \phi_{m,k}} \sum_{i \in N_m} \sum_{g \in M_k} V_i \Sigma_{i,g} \phi_{i,g} \quad (1.39c)$$

$$\text{-- Sections efficaces de diffusion :} \quad \Sigma_{s,m,k \leftarrow l} = \frac{\mu_{m,k}}{V_m \phi_{m,l}} \sum_{i \in N_m} \sum_{g \in M_k} \sum_{h \in M_l} V_i \Sigma_{s,i,g \leftarrow h} \phi_{i,h} \quad (1.39d)$$

$$\text{-- Sections efficaces de fission :} \quad \nu \Sigma_{f,m,k} = \frac{\mu_{m,k}}{V_m \phi_{m,k}} \sum_{i \in N_m} \sum_{g \in M_k} V_i \nu \Sigma_{f,i,g} \phi_{i,g} \quad (1.39e)$$

$$\text{-- Spectres de fission :} \quad \chi_{m,k} = \frac{\sum_{i \in N_m} \sum_{j=1}^{Jfiss} \sum_{g \in M_k} \chi_{j,g} \sum_{h=1}^G V_i \nu \Sigma_{f,i,h,j} \phi_{i,h}}{V_m \sum_{j=1}^{Jfiss} \sum_{h=1}^K \nu \Sigma_{f,m,h,j} \phi_{m,h}} \quad (1.39f)$$

$$\text{-- Coefficients de diffusion :} \quad D_{m,k} = \frac{\mu_{m,k}}{V_m \phi_{m,k}} \sum_{g \in M_k} d_g(B) \sum_{i \in N_m} V_i \phi_{i,g} \quad (1.39g)$$

Dans le cadre de ce projet, trois types de condensation seront effectués : une condensation à 26 groupes d'énergie, une condensation à 2 groupes d'énergie, pour la comparaison des résultats sur les assemblages (le groupe avec les énergies les plus élevées sera appelé groupe rapide, l'autre groupe étant appelé groupe thermique) et une

condensation à un groupe d'énergie, pour les résultats sur le cluster d'assemblages.

En prenant comme base les sections efficaces homogénéisées et condensées pour refaire un calcul de transport ou de diffusion, on n'obtiendra généralement pas les mêmes flux que ceux trouvés lors de la condensation : les taux de réaction ne sont pas conservés lors du processus d'homogénéisation et condensation. La différence s'explique par le fait que l'équation de transport n'est pas linéaire par rapport aux sections efficaces. Ainsi pour s'assurer de conserver les taux de réactions entre les résultats avant et après le processus d'homogénéisation/condensation, il est nécessaire de calculer des facteurs d'équivalence (Hébert, 1993). Il existe deux types de calculs d'équivalence : les équivalences transport-transport lorsque les coefficients d'équivalence sont calculés pour conserver les taux de réaction lorsque le calcul à suivre est un calcul en transport, et les équivalences transport-diffusion, lorsque les coefficients d'équivalence sont calculés pour conserver les taux de réaction dans un futur calcul en diffusion. Un algorithme et des précisions sur le calcul des coefficients d'équivalence sont présentés dans la section 3.1.2.

1.2.4 Calculs d'évolution isotopique

L'exposition permanente des différents isotopes présents dans la géométrie à un flux a pour conséquence la réalisation d'un grand nombre de réactions nucléaires, ce qui a pour effet de modifier à chaque instant les concentrations isotopiques des éléments présents. De plus, certains éléments sont instables, et sont donc susceptibles de subir une réaction de décroissance radioactive. Ces différents types d'évolution isotopiques doivent donc être pris en compte pour l'ensemble des isotopes présents dans le réacteur, et en particulier pour les isotopes lourds, dont une partie est le moteur de la production d'énergie. Ainsi, les concentrations isotopiques des différents milieux évoluent et les propriétés macroscopiques de ces milieux sont donc

changées en conséquence. L'état du combustible est défini suivant un paramètre appelé burnup et noté $B(t)$, un paramètre qui décrit au cours du temps la puissance intégrée sur le temps (ou l'énergie) par rapport à la masse initiale de masse de noyaux lourds M , dans le volume V . Ce paramètre, servant à représenter l'état de combustion, est souvent exprimé en MWj/t et calculé selon :

$$B(t) = \frac{V}{M} \int_0^t dt' \langle H\phi(t') \rangle \text{ avec } H \text{ décrit en (1.32)} \quad (1.40)$$

Différents termes viennent contribuer à l'évolution isotopique d'un élément donné k (on se place dans le cas général d'un élément fissile et instable) :

- l'absorption de neutrons par cet élément :

$$\left. \frac{dN_k}{dt} \right|_{abs} = -\langle \sigma_{a,k}(t)\phi(t) \rangle$$

- sa décroissance radioactive :

$$\left. \frac{dN_k}{dt} \right|_{dec} = -\lambda_k N_k$$

- sa création en tant que produit de fission des isotopes fissiles m , pour $m \in [1, M]$:

$$\left. \frac{dN_k}{dt} \right|_{pf} = + \sum_{m=1}^M Y_{k,m} \langle \sigma_{f,m}(t)\phi(t) \rangle N_m(t)$$

où $Y_{k,m}$ est le rendement de fission de l'isotope k par l'isotope fissile m et $\sigma_{f,m}$ la section efficace de fission de l'isotope m

- sa création en tant que produit lors d'une réaction autre que de la fission (α , β , (n, xn) , etc) d'un isotope l pour $l \in [1, L]$:

$$\left. \frac{dN_k}{dt} \right|_{pr} = + \sum_{l=1}^L c_{k,l} N_l(t)$$

où $c_{k,l}$ correspond soit à la constante de décroissance pour les réactions de décroissance, soit au terme $\langle \sigma_{x,l}(t)\phi(t) \rangle$, taux de la réaction x de l'isotope l .

L'ensemble de ces termes de création et de disparition se met alors sous la forme d'une équation de bilan, appelée équation de Bateman (Bateman, 1910) :

$$\frac{dN_k}{dt} + \Lambda_k(t)N_k(t) = S_k(t) \quad \forall k \in [1, K] \quad (1.41)$$

L'ensemble des équations (1.41) forme un système linéaire d'équations, qui peut être résolu par des méthodes usuelles de résolution de systèmes linéaires, telle que la méthode de la transformée de Laplace, les méthodes numériques de type Runge-Kutta, ...

La solution dépend de la méthode choisie pour normaliser le flux dans le réacteur. Il est en effet possible de normaliser ce flux à la seule puissance émise par les réactions de fission, mais également à la puissance émise sur l'ensemble du réacteur (prenant donc en compte les radiations γ). De plus, il est possible de faire un calcul en considérant que le flux est constant entre les deux pas de burnup, où alors que la puissance relâchée est constante, ce qui ne mènera pas au même résultat.

L'équation (1.40) est ajoutée au système afin de calculer précisément le burnup $B(t)$ à chaque calcul. La donnée de l'ensemble de ces pas de burnup permet ensuite de réaliser un maillage qui pourra être utilisé en tant que paramètre pour la base de données multiparamétrée utilisée lors d'un calcul de cœur complet.

1.3 Présentation du code DRAGON, autres codes utilisés

1.3.1 Le code de réseau DRAGON

La quasi-totalité des calculs de réseau effectués au cours de ce projet ont été effectués à l'aide du code DRAGON Version 4 dans sa version 4.0.2 (Marleau et al., 2009). Le code DRAGON a été créé dans le but d'unifier un ensemble de codes déjà utilisés pour la résolution de l'équation de Boltzmann et est développé à l'Institut de Génie Nucléaire de l'École Polytechnique de Montréal. Le code DRAGON est un ensemble de plusieurs modules reliés entre eux via le programme de contrôle généralisé du GAN (Groupe d'Analyse Nucléaire), échangeant les informations via des fichiers de données dans un format normalisé afin de faciliter le développement et l'implémentation de nouveaux modèles (Roy et Hébert, 2000). La plupart des routines est écrite en langage FORTRAN-77.

Ces différents modules sont regroupables en plusieurs catégories :

- le module **GEO**: qui permet de créer un très grand spectre de géométries
- les modules qui permettent de générer des lignes d'intégration (tracking) qui seront utilisés lors du calcul de flux, distingués suivant la méthode qu'ils utilisent, **SYBILT**: pour la méthode *IC*, **NXT**: pour la méthode *CP*, **MCCGT**: , associé à **NXT**: pour la méthode *MOC*, **SNT**: pour la méthode *SN*, **TRIVACT**: pour les méthodes de diffusion ou *SPN*
- le module **LIB**: qui permet d'accéder aux bibliothèques de données isotopiques (sections efficaces, masse, rendements de fission, ...) obtenues à partir du traitement des évaluations nucléaires, et de faire des interpolations sur les sections efficaces
- les modules qui calculent les sections efficaces autoprotégées : **SHI**: , utilisant la méthode de Stamm'ler généralisée, **USS**: utilisant des méthodes de sous-groupes

- (méthodes de Ribon et Ribon modifiée, ...)
- le module **ASM**: qui calcule les probabilités de collision ou l'ensemble des matrices ne demandant pas la connaissance de la solution (suivant la méthode de résolution du flux)
 - le module **FLU**: qui calcule le flux, avec un grand nombre de modèles de fuites avec Laplacien imposé ou calculé (dans ce cas, le K_{eff} est imposé)
 - le module **EDI**: qui réalise l'homogénéisation et le condensation des résultats multigroupes obtenus avec le module **FLU**:, en réalisant un calcul d'équivalence si nécessaire
 - le module **EVO**: qui permet de calculer l'évolution des concentrations isotopiques au cours de la combustion de la matière fissile
 - les modules **CP0**: et **COMP0**: qui permettent de stocker des bases de données mono ou multiparamétrées

Le code DRAGON permet d'accéder aux bibliothèques stockées sous un grand nombre de formats, tels que MATXS (MacFarlane, 1984), WIMS-D4 (Askew et al., 1966), WIMS-AECL (Donnelly, 1986), APOLLO (Hoffman et al., 1973). Il a aussi la capacité de créer ses propres bibliothèques, stockées dans le format DRAGLIB, à partir du code NJOY (MacFarlane et Muir, 2000) et du module **DRAGR** (Hébert et Karthikeyan, 2005). Ce module crée des bibliothèques à partir des données PENDF et GENDF générées par le code NJOY. Le format DRAGLIB offre un accès direct aux informations qui y sont stockées, permettant ainsi un gain de temps lors du traitement des données de la bibliothèque.

1.3.2 Autres codes utilisés

Dans le cadre d'un stage effectué à EDF R&D, certaines comparaisons de calculs dans ce projet sont faites avec des résultats obtenus par le code APOLLO2 (Sanchez

et al., 1988; Sanchez et al., 1999). Ce code est, comme le code DRAGON, un code de réseau déterministe qui permet la résolution de l'équation de transport via un grand nombre de méthodes. APOLLO2 est développé par le laboratoire du CEA à Saclay et est écrit avec le langage ESOPE, basé sur le langage FORTRAN-77. Le code APOLLO2 ne permet de lire que les bibliothèques développées par le CEA, stockées dans le format APOLIB. La bibliothèque utilisée dans le cadre de ce travail est une bibliothèque à 281 groupes, basée sur l'évaluation des données nucléaires JEFF-3.1.

Le modèle d'autoprotection implémenté dans APOLLO2 est un modèle d'équivalence en dilution, cependant il est différent du modèle de Stamm'ler généralisé et porte le nom de méthode de Sanchez-Coste (Coste-Delclaux, 2006). Elle repose sur l'utilisation de deux modèles pour représenter les résonances : le modèle statistique dans les groupes d'énergie où les résonances sont étroites et approximativement statistiquement distribuées dans le groupe et le modèle « Wide Resonance » ou « résonance large », qui suppose que la largeur de la résonance est grande devant la taille du groupe d'énergie. Notons cependant que le modèle WR n'est pas utilisé lorsque les APOLIBS sont en format SHEM-281 (Hfaiedh, 2006), car l'autoprotection n'est effectuée qu'au delà de 22.5 eV dans ce cas. Les différents modules présentés dans DRAGON ont leur équivalent dans APOLLO2.

Enfin, le dernier code utilisé est le code de cœur COCAGNE, développé chez EDF à Clamart (Plagne et Ponçot, 2005). Celui-ci permet la réalisation de calculs de cœur complet en trois dimensions, à partir de bibliothèques de données obtenues à l'aide d'un code de réseau. Une description plus détaillée de ce code et de ses capacités est donnée dans le chapitre 3.

CHAPITRE 2

PRÉSENTATION DES SCHÉMAS À DOUBLE NIVEAU

Ce chapitre a pour but de présenter les schémas double niveau dans les réacteurs à eau sous pression et de valider les options choisies afin de les appliquer pour créer des bases de données qui seront utilisées dans des calculs ultérieurs (calcul de cluster et calcul de cœur complet notamment). Ce chapitre se découpe en trois parties. La première partie reprend le concept des schémas à double niveau et les acquis actuels sur ce type de schéma. La deuxième partie traite du schéma tel qu'il a été développé précédemment à l'Institut de Génie Nucléaire à l'Ecole Polytechnique de Montréal et de ses insuffisances pour l'application à un calcul de cœur précis. Enfin, la dernière partie présente les résultats de l'amélioration du schéma de calculs proposé, ainsi que sa validation.

2.1 Généralités

Les efforts actuels dans la réalisation et l'amélioration des schémas de calculs portent principalement sur la diminution des temps de calcul sans perte de précision des résultats. Comme présenté dans (Le Tellier, 2006), les schémas de calculs à double niveau, utilisant la méthode des caractéristiques, sont une des solutions envisageables au problème posé. Dans le cadre de tels schémas, il s'agit de réaliser dans un premier temps le calcul du flux multigroupe avec un maillage énergétique fin et un découpage géométrique grossier, puis dans un deuxième temps de condenser les résultats fins vers un maillage énergétique plus grossier (de l'ordre d'une vingtaine de groupes) et de calculer à nouveau le flux multigroupe sur ce maillage

grossier, mais une discrétisation géométrique plus détaillée. Notre choix porte sur la réalisation d'un calcul à l'aide de la méthode des caractéristiques, car elle permet de discrétiser plus finement qu'une méthode Pij, pour laquelle les limites en mémoire peuvent être atteintes. Dans le cadre de ce mémoire, la référence utilisée sera un calcul à simple niveau, effectué intégralement grâce à la méthode des caractéristiques.

Les options de calculs qui ont été retenues dans le travail (Le Tellier et Hébert, 2007a) en particulier sont les suivantes :

- une autoprotection des résonances à l'aide de la méthode des courants d'interface, avec regroupements de certaines régions géométriques
- un calcul de flux au premier niveau avec là encore la méthode des courants d'interface
- une condensation à 26 groupes d'énergie sans faire d'équivalence énergétique
- un calcul de flux au second niveau avec la méthode des caractéristiques.

Le schéma de ce projet a été développé dans le but de l'utiliser à la fois pour des calculs d'assemblage UOX et pour des calculs d'assemblage MOX. Les assemblages modélisés sont des assemblages de réacteurs à eau sous pression comportant un maillage de 17×17 crayons. Un tel type d'assemblage est visible sur la figure 2.1. Le type d'UOX considéré est un UOX enrichi en ^{235}U à 3.70%. Dans le cas du MOX, on utilise un assemblage dit 'tri-zoné'. Le pourcentage d'enrichissement du MOX en ^{239}Pu n'y est pas constant au sein de l'assemblage, mais est distribué selon trois zones (figure 2.2) :

- une zone centrale fortement enrichie en plutonium (bleu et vert d'eau sur la figure 2.2)
- une zone intermédiaire reprenant les crayons de bord d'assemblage et quelques crayons intérieurs moyennement enrichie (jaune et orange clair)
- une zone reprenant les crayons du coin pour laquelle l'enrichissement est plus

faible (orange foncé et rouge)

La gaine utilisée pour les calculs est une gaine en zircaloy, composée de zirconium naturel, de fer naturel, de chrome, d'étain naturel et d'oxygène. Ce type de matériau présente des caractéristiques neutroniques très avantageuses (faible absorption neutronique). Le modérateur considéré est de l'eau légère pure, dans lequel est ajoutée une proportion de bore naturel. Dans le cadre des calculs nominaux des assemblages, on considère ici une concentration de 500 ppm de bore naturel. La température du combustible est considérée comme étant à 800 K alors que celle du modérateur est de 600 K.

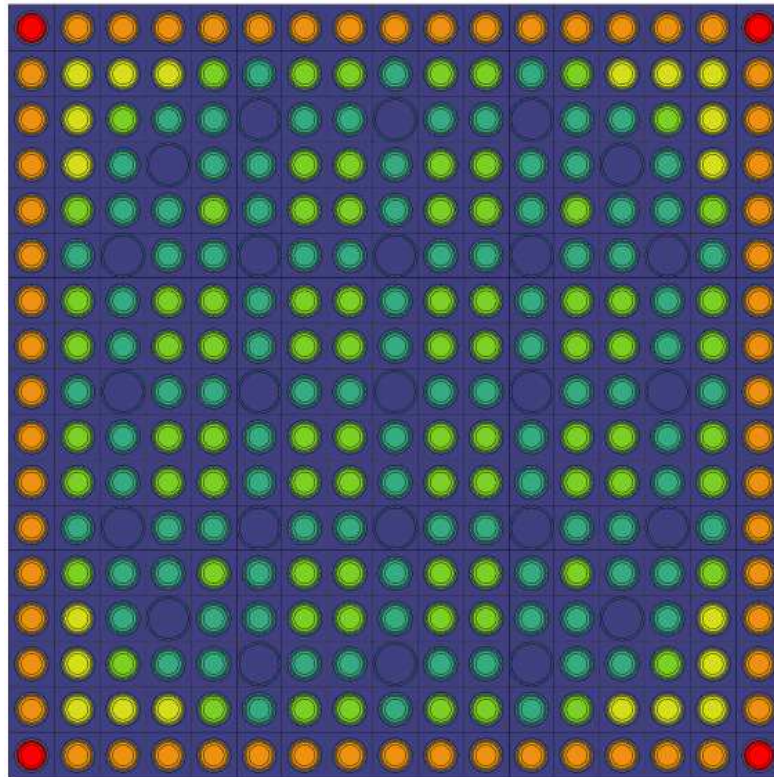


FIGURE 2.1 : Assemblage de réacteur à eau sous pression, cas des regroupements de l'UOX

Les hypothèses de géométrie sont les suivantes :

- le pas du crayon dans l'assemblage est de 1.26 cm
- l'épaisseur de la demi lame d'eau est de 0.04 cm

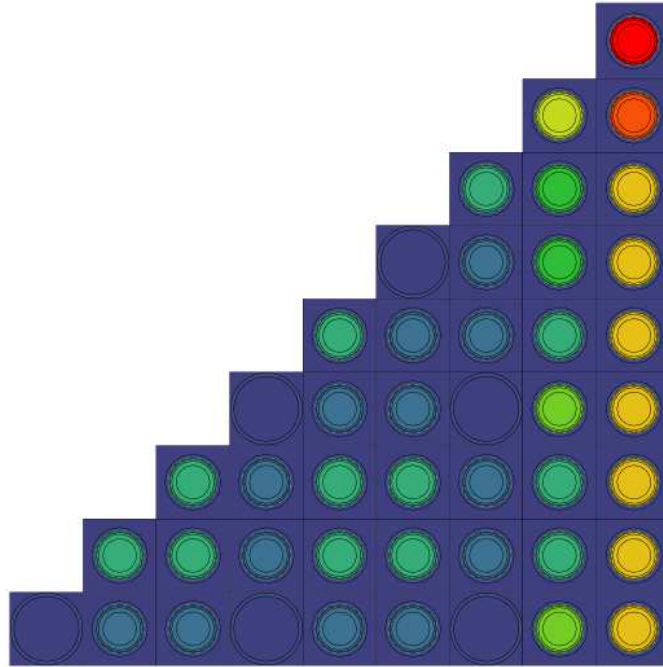


FIGURE 2.2 : Assemblage de réacteur à eau sous pression, cas des regroupements du MOX, représentation de la géométrie 1/8^e

- le rayon de la pastille combustible est de 0.41 cm
- le rayon externe de la gaine combustible est de 0.48 cm
- le rayon interne des gaines des tubes guide et d'instrumentation (ce type de cellule sera appelé par la suite trou d'eau) est de 0.56 cm
- le rayon externe des gaines des tubes guide et d'instrumentation est de 0.62 cm

Les dimensions utilisées ici sont des dimensions représentatives d'un assemblage REP type. Pour des raisons de symétrie, les géométries seront systématiquement traitées en ne considérant qu'un huitième de l'assemblage (figure 2.2). Les trous d'eau sont des zones dans lesquelles les hétérogénéités sont fortes, et nécessiteront donc un traitement géométrique particulier.

2.1.1 Bibliothèque utilisée et Calculs d'autoprotection

Dans ce projet, la bibliothèque utilisée est la bibliothèque DRAGLIB créée à partir de l'évaluation JEFF 3.1 (sauf pour l'isotope de ^{237}Np où l'évaluation JEFF 3.0 a été choisie). Cette bibliothèque a été synthétisée à l'aide du code NJOY99 version up252+upnea (MacFarlane et Muir, 2000) et du module DRAGR (Hébert et Karthikeyan, 2005), permettant de créer des bibliothèques spécifiques au logiciel DRAGON. Le maillage énergétique utilisé est le maillage SHEM, développé par le CEA, pour lequel le domaine énergétique est découpé en 281 groupes (Hfaiedh, 2006). L'avantage du format SHEM est de présenter un maillage énergétique raffiné pour les énergies en dessous de 22.5 eV, contrairement au maillage XMAS à 172 groupes utilisé dans (Le Tellier et Hébert, 2007a). Ce raffinement permet de s'affranchir de l'étape d'autoprotection pour les données de sections efficaces en dessous de 22.5 eV.

Les isotopes à autoprotéger dans notre cas sont ceux de l'uranium (^{235}U , ^{236}U , ^{238}U) et ceux du plutonium (^{239}Pu , ^{240}Pu , ^{241}Pu , ^{242}Pu) dans le cas des isotopes fissiles et ceux du zirconium (^{90}Zr , ^{91}Zr , ^{92}Zr , ^{94}Zr et ^{96}Zr) dans le cas des isotopes de la gaine de zircaloy. La méthode d'autoprotection que nous allons appliquer à ces isotopes est la méthode des sous groupes « physiques », calculée à l'aide du module USS : de DRAGON, pour les énergies supérieures à 22.5 eV. Cette méthode d'autoprotection est similaire à celle utilisée dans les codes HELIOS (Casal et al., 1991) et WIMS-7 (Halsall, 1995).

La discrétisation spatiale utilisée pour l'autoprotection est la méthode dite à courants d'interface. Dans le cadre de cette méthode on procède à des regroupements au sein de l'assemblage, les cellules regroupées partageant alors les mêmes caractéristiques physiques et les mêmes flux. Le flux de neutrons aux interfaces entre les cellules est calculé avec l'approximation DP01 (les composantes linéaires ani-

sotropes des courants d'interface sont utilisées). La géométrie d'autoprotection est la même que l'on considère un assemblage UOX ou un assemblage MOX. Ce qui diffère entre les deux est le regroupement des cellules entre elles.

Dans le cas de l'UOX, tous les crayons ont initialement la même composition isotopique. En conséquence, il s'agit dans ce cas de faire un découpage des différentes régions au niveau de tout l'assemblage. Les options retenues sont légèrement différentes de celles proposées dans (Le Tellier et Hébert, 2007a). Elles sont présentées à la figure 2.1. On observe que l'on a les différentes régions suivantes : les crayons qui sont face à un trou d'eau, les crayons qui ont au moins un trou d'eau dans un coin, les crayons qui sont à l'intérieur de l'assemblage mais sans contact avec un trou d'eau, les crayons de bord d'assemblage, dans lesquels est incluse la fine lame d'eau et enfin les crayons de coin, qui ont une lame d'eau sur deux côtés et un coin d'eau supplémentaire.

Dans le cas du MOX, les regroupements se font suivant les mêmes idées, sauf que dans ce cas, différents milieux combustibles sont présents dans l'assemblage. Les regroupements sont présentés à la figure 2.2. Voici les différentes régions : les crayons à forte teneur face à un trou d'eau, les crayons à forte teneur qui partagent un coin avec un trou d'eau, les crayons à forte teneur à l'intérieur de l'assemblage sans contact avec un trou d'eau, les crayons à moyenne teneur face à un trou d'eau, les crayons à moyenne teneur à l'intérieur de l'assemblage sans contact avec un trou d'eau, les crayons à moyenne teneur au bord de l'assemblage (avec la lame d'eau), les crayons à faible teneur au bord de l'assemblage et les crayons à faible teneur de coin de l'assemblage. Huit différents regroupements sont donc réalisés. Appliqués à l'UOX, ces regroupements recoupent les cinq régions précédemment décrites. Ce regroupement peut donc aussi être utilisé pour l'UOX.

La géométrie a été précisée précédemment, sans toutefois mentionner les dis-

crétisations du modérateur et du combustible. Dans le cas de l'autoprotection, le modérateur n'est pas découpé et l'on garde une seule région de modérateur pour les crayons combustible et deux dans le cas des tubes guides ou d'instrumentation (à l'intérieur et à l'extérieur de la gaine). Dans le cas du combustible, la recette dite « Santamarina » (Santamarina et al., 2004) est ici utilisée. Les crayons sont donc découpés en quatre régions représentant 50%, 30%, 15% et 5% du crayon en volume (ci-après appelées couronnes, présenté à la figure 2.3). Ce découpage particulier, appliqué notamment à l'isotope d' ^{238}U , permet de prendre en compte l'effet dit de pelure d'oignon, spécifique à cet isotope (Hébert, 2009). Au premier niveau, le nombre total de milieux représentés par un flux lors du calcul est de 49 dans le cas de l'UOX et de 73 dans le cas du MOX.

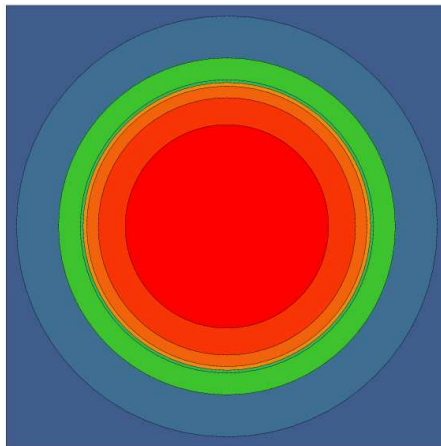


FIGURE 2.3 : Découpage d'une cellule de combustible au premier niveau, dans le cas de l'autoprotection, le modérateur n'est pas découpé

Au niveau des options liées au module d'autoprotection, tout comme dans Le Tellier, on choisit de faire un calcul avec correction de transport de type APOLLO et traitement isotrope de la diffusion. Dans un premier temps, on garde deux itérations externes pour le premier pas de calcul d'autoprotection, et une seule lors des calculs d'autoprotection aux pas suivants. L'étude de l'impact de ce choix est présenté par la suite. Tous les isotopes sont considérés comme ayant la même va-

leur d'autoprotection dans toutes les couronnes et dans tous les crayons. Seul l' ^{238}U subit un traitement différent lié au découpage en pelure d'oignon.

Dans le cas de l'UOX, on a deux fois quatre régions distinctes : les crayons face à un trou d'eau et les autres (chaque couronne de ces types de crayon représente une région d'autoprotection différente). Là encore, l'impact de ces choix est discuté par la suite. L'option ARM, qui active les itérations flux-courants lors du calcul d'autoprotection a été utilisée ici. Elle permet de réduire sensiblement le temps requis pour les calculs d'autoprotection.

Dans le cas du MOX, aucune région de l'isotope d' ^{238}U n'est regroupée, la précision est donc maximale (pour nos regroupements liés au calcul à courants d'interface) pour celui-ci. L'ensemble des autres isotopes est là encore regroupé pour n'avoir qu'une seule région d'autoprotection.

2.1.2 Présentation du calcul de flux et de l'évolution

Le calcul de flux se découpe en trois étapes différentes : calcul de flux au premier niveau, condensation à 26 groupes d'énergie, calcul de flux au second niveau, éventuelle condensation et homogénéisation pour la création d'une base de données multiparamétrée et enfin, calcul d'évolution.

Le calcul de premier niveau reste relativement peu différent du calcul d'autoprotection, à la différence près que cette fois-ci le modérateur est légèrement discrétisé (figure 2.3). Lors du calcul de flux, le modérateur est découpé en deux : une région comprise entre la gaine et un rayon donné (dans notre cas, le rayon est de 0.60 cm) et une région comprise entre ce rayon et les bords du crayon (les bords du crayon ne sont pas physiques, mais sont modélisés lors du calcul). Ce découpage permet de calculer plus précisément le flux au sein du modérateur, notamment les

remontées de flux lorsque l'on s'éloigne du combustible. Les mêmes options que lors de l'autoprotection (regroupement des crayons, DP01 et ARM) sont utilisées pour le calcul de flux. Le modèle de fuites utilisé est un modèle de type B1 homogène.

La condensation à 26 groupes est l'étape suivante. Lors de cette condensation, seuls les milieux du premier niveau de calcul (donc ceux partageant les mêmes propriétés physiques) sont homogénéisés ; ces milieux sont donc conservés tels quels pour le calcul de second niveau, mais l'ensemble des sections efficaces est condensé à partir du flux de premier niveau. Cette étape permet la création d'une bibliothèque multigroupe pour l'ensemble des milieux utilisés au premier niveau. Dans le cadre du développement de ce schéma double niveau, pour lequel le maximum de compatibilité (suivant le type de combustible choisi) est souhaité, le maillage à 26 groupes Santamarina (Santamarina et al., 2004) est utilisé à la fois pour les UOX et pour les MOX. Ce maillage 26 groupes a été obtenu à partir du maillage à 20 groupes, dans lequel le groupe contenant la résonance thermique du ^{240}Pu a été découpé en sept afin de réduire les écarts observés.

Une question importante concerne l'intérêt ou non de l'utilisation d'une équivalence SPH en énergie lors de cette condensation, afin de s'assurer de la bonne conservation des taux de réaction au sein de l'assemblage. Le Tellier et Santamarina n'ont pas trouvé d'intérêt à en faire une, cependant cette option a été étudiée dans ce projet. Cette équivalence possible est une équivalence de type transport-transport. Elle se fait là encore à l'aide d'un tracking obtenu à partir du module SYBILT : (résolution du flux à partir de la méthode des courants d'interface) et utilise les mêmes options et la même géométrie que le calcul de premier niveau. L'option ARM, qui active les itérations flux-courants, permet là encore de faire des gains non négligeables sur le temps de calcul total.

Le calcul de second niveau vient suite au calcul de condensation. Après un calcul

fin en énergie et grossier en espace (calcul de premier niveau), on réalise dorénavant un calcul fin en espace et plus grossier en énergie. L'utilisation de la méthode des caractéristiques permet de décrire avec précision les homogénéités de l'assemblage et de calculer précisément les remontées du flux dans le modérateur. La géométrie utilisée pour les cellules combustible est celle présentée à la figure 2.4. Elle reprend là encore le découpage du combustible en pelures d'oignon. C'est le découpage du modérateur qui est très différent, afin de calculer avec précision le flux dans celui-ci. Ce découpage essaie de reprendre le maillage « moulin à vent » utilisé par le CEA (Vidal et al., 2007). Pour les cellules combustibles, ce maillage découpe le modérateur autour de la gaine en 8 régions d'un volume assez proche et 4 régions dans les coins de chaque cellule (en dehors de tout contact avec du combustible). Le découpage du modérateur dans les tubes guides est représenté à la figure 2.5 et est lui aussi fortement discrétisé pour prendre en compte les variations du flux en son sein. Le nombre total de régions géométriques est alors de 924 sur le huitième d'assemblage modélisé.

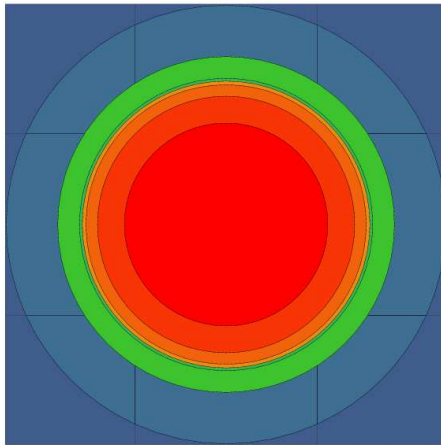


FIGURE 2.4 : Découpage d'une cellule de combustible au second niveau

Les options de calculs retenues dans Le Tellier, à savoir un nombre d'angles azimutaux de 20, une densité de tracking de 10.0 cm^{-1} et un nombre d'angles polaires de 2 ont été retenues dans un premier temps. Une rapide étude paramétrique ne

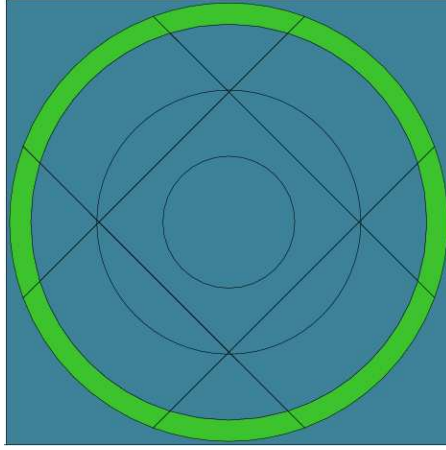


FIGURE 2.5 : Découpage d'une cellule trou d'eau au second niveau

montre pas d'influence majeure lorsque l'on passe à 24 angles azimutaux et/ou 3 ou 4 angles polaires. On garde donc ces paramètres. En revanche, afin de pouvoir calculer les facteurs de Selengut (Selengut, 1960) et les facteurs de Selengut généralisés (Courau et al., 2008), nous avons besoin de connaître avec précision le flux surfacique au bord de l'assemblage, qui est ici considéré comme le flux neutronique dans la lame d'eau. Le tableau 2.1 montre les écarts maximaux sur la réactivité entre différentes options de tracking. Les écarts sur les taux et les flux sont relativement mieux calculés dans le cas à 15 cm^{-1} . Afin de réaliser un bon tracking de cette région, la densité de tracking a donc été légèrement augmentée à 15 cm^{-1} par rapport au travail de Le Tellier. De même, afin d'avoir un calcul précis au niveau de cette lame d'eau, le tracking de la géométrie retenu est spéculaire et non isotrope (l'impact d'un choix de tracking spéculaire ou isotrope est discuté par la suite).

TABLEAU 2.1 : Résultats des écarts en temps et en réactivité sur une évolution (référence $d = 100.0 \text{ cm}^{-1}$)

	$d = 10.0 \text{ cm}^{-1}$	$d = 15.0 \text{ cm}^{-1}$
Temps de calcul (base 1.0)	0.19	0.23
Écarts (pcm)	1 à 2 pcm	< 1 pcm

Une question qui se pose est de savoir quelle est la meilleure façon de calculer

les fuites dans un calcul à double niveau. Il existe pour cela trois solutions : elles peuvent être calculées soit à la fois au premier et au second niveau, soit uniquement au premier niveau et imposées dans le calcul du second niveau, soit uniquement au second niveau. Le code DRAGON permet d'étudier ces trois cas, mais dans le cadre de ce travail, seule la première et la deuxième option de calculs a été étudiée. Les écarts entre les deux sont très faibles, et sont présentés dans l'annexe A. Étant donné que les écarts ne sont pas significatifs, on peut considérer que l'on garde l'une ou l'autre des options. Dans la suite du travail, on gardera les fuites du premier niveau, parce qu'elles sont calculées à l'aide d'un maillage fin en énergie. Le modèle de fuites utilisé au second niveau est identique à celui du premier niveau (à savoir B1 homogène).

L'étape suivante au cours du calcul consiste à réaliser une homogénéisation des résultats obtenus, ainsi qu'une condensation à deux groupes d'énergie. Le maillage à deux groupes est découpé suivant que les énergies sont supérieures ou inférieures à 0.625 eV. Deux types d'homogénéisation existent : une homogénéisation par cellule (dans le cas d'un huitième d'assemblage, on a donc 45 cellules à indiquer) et une homogénéisation complète de l'assemblage. On parlera ensuite dans le code de cœur de calcul hétérogène et calcul homogène respectivement. Dans le cas d'une homogénéisation par cellule, on considère que la lame d'eau est incluse dans la dernière rangée de calcul, ce qui fait que ces cellules ont des volumes légèrement différents de celles à l'intérieur de l'assemblage. Le calcul de deux facteurs supplémentaires est nécessaire : le facteur de Selengut et le facteur de Selengut généralisé. Le calcul d'équivalence, nécessaire lors d'une telle condensation/homogénéisation, sera effectué par le code de cœur. Ce sont ces données que l'on stocke et que l'on utilise par la suite pour un calcul de cœur, et ce sont ces données qui nous serviront à faire des comparaisons des taux de réaction par la suite.

Enfin, la dernière étape consiste à faire une évolution des différents milieux. Seuls

les milieux contenant du combustible sont considérés comme évoluant. En particulier, le modérateur et la concentration en bore n'évoluent pas. Dans ce projet, on considère une évolution à puissance dégagée constante. Les pas de temps sont similaires à ceux de (Le Tellier et Hébert, 2007a) et permettent de prendre en compte à la fois l'apparition initiale des produits de fission et les spécificités de l'évolution des combustibles UOX et MOX.

2.1.3 Présentation du calcul de référence

Afin de réaliser une comparaison de nos résultats à un calcul plus précis (mais donc nécessairement plus coûteux en temps de calcul), nous allons utiliser dans ce projet un calcul qui sera considéré comme notre référence. Ce calcul de référence reprend un certain nombre de caractéristiques du schéma double niveau, mais se distingue aussi par quelques spécificités.

L'autoprotection est dans ce cas réalisée à partir d'un tracking calculé avec la méthode des caractéristiques. La géométrie d'autoprotection reste la même (modérateur non découpé, combustible découpé en pelure d'oignon). Une autre différence utilisée ici est le fait que l' ^{238}U possède une section différente dans chaque région d'autoprotection (et non plus suivant les regroupements, comme dans le cas du schéma double niveau soient 39×4 régions — 39 crayons combustible et 4 couronnes par crayon — au lieu de 5×4 ou 8×4 régions dans le calcul double niveau, pour l'UOX et le MOX respectivement). Le solveur de flux dans le cas du schéma de référence est là encore la méthode des caractéristiques, utilisée directement avec la bibliothèque autoprotégée à 281 groupes et la géométrie ainsi que le tracking du second niveau du schéma à double niveau. La résolution de l'équation de Boltzmann et le calcul des taux de réaction se fait donc directement à partir d'un maillage raffiné en énergie et d'un découpage fin en géométrie.

Suite au calcul de flux, on réalise les deux homogénéisations/condensations (hétérogène et homogène) à deux groupes d'énergie pour pouvoir comparer les résultats aux calculs double niveau. Le calcul d'évolution se fait suivant les mêmes modalités que dans le cas du calcul à double niveau, sauf que contrairement au cas précédent, chaque région physique (chaque couronne de combustible) évolue séparément.

2.2 Résultats et limites du schéma Le Tellier

Les résultats du calcul simple niveau sur la réactivité pour l'UOX et le MOX sont présentés à la figure 2.6. Pour les deux calculs, on peut observer que la bascule vers un assemblage sous-réactif a lieu vers 28000 MWj/t.

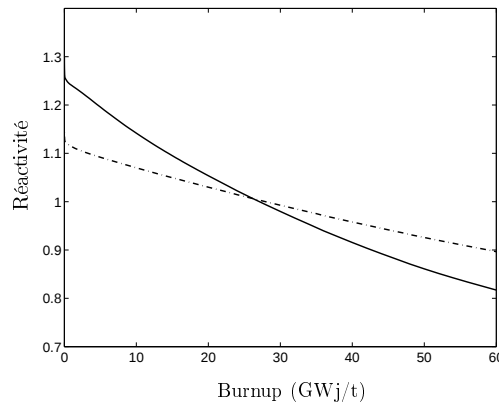


FIGURE 2.6 : Réactivité dans le cas de l'UOX (trait plein) et du MOX (pointillés) pour le calcul de référence

2.2.1 Étude paramétrique

Dans un premier temps, nous nous attardons ici sur l'étude des options de calculs retenues pour les différents schémas (schémas à simple et à double niveau). Dans le cas du schéma à double niveau, les différents paramètres étudiés ont été les suivants : choix des options d'autoprotection (regroupement de certains isotopes ou

non, nombre d'itérations d'autoprotection, fréquence des pas de nouvelle autoprotection) et impact du choix du tracking de second niveau (isotrope ou spéculaire). Pour le schéma de référence, étant donné le choix des options déjà effectué, la seule différence qui a été étudiée est l'impact de la densité de tracking sur le résultat final (que ce soit lors de l'autoprotection ou lors du calcul de flux).

Options d'autoprotection Les résultats des options d'autoprotection pour le schéma à double niveau sont présentées dans le tableau 2.2. Les écarts les plus importants observés le sont pour les regroupements liés au MOX. Ils sont principalement liés au fait que l'on regroupe les différents plutoniums pour ne calculer qu'une seule autoprotection par isotope sur l'assemblage complet. Un choix plus judicieux (en affectant une valeur d'autoprotection par isotope et par région d'enrichissement en plutonium) permet de réduire cet écart à des valeurs proches de celles des cas liés à l'UOX mais augmente le temps de calcul. Comme le temps d'autoprotection a un poids non négligeable avec la méthode USS:, le choix s'est donc porté sur le fait de conserver les options originales pour la suite du calcul.

TABLEAU 2.2 : Résultats des écarts en réactivité au cours de l'évolution de certaines options d'autoprotection (par rapport au cas avec regroupements d'isotopes, deux itérations puis une seule pour les calculs d'autoprotection)

	Sans regroupements pour les isotopes	Trois itérations pour la 1 ^{ère} autoprotection	Deux itérations pour les suivantes
UOX	< 1 pcm	< 1 pcm	< 1 pcm
MOX	$-4 < \epsilon < 8$ pcm	< 1 pcm	< 1 pcm

Fréquence des pas d'autoprotection Le tableau 2.3 présente le poids du calcul d'autoprotection. Celui-ci demande un calcul de flux à double niveau avant et après la nouvelle autoprotection lorsque l'on arrive à un pas où l'on a une nouvelle autoprotection. On observe que la nouvelle autoprotection fait baisser la réactivité totale d'une valeur d'environ 15 pcm pour 4000 MWj/t dans le cas de l'UOX et de

10 à 15 pcm pour 4000 MWj/t dans le cas du MOX. Il est donc important d'avoir un certain nombre d'autoprotection successive, pour éviter d'avoir un résultat qui devie trop. La plus grande concentration des pas de réautoprotection en début de cycle est liée à l'apparition des produits de fission et donc des changements de propriétés neutroniques au sein de l'assemblage. Il est donc important de réaliser des autoprotections plus fréquentes, pour prendre en compte ce phénomène.

TABLEAU 2.3 : Différence de réactivité avant et après l'autoprotection (en pcm)

Burnup (GWj/t)	0	4	8	12	24	36	48	60
UOX	—	-15	-15	-15	-44	-45	-46	-47
MOX	—	-10	-11	-12	-38	-42	-45	-46

Options de tracking de second niveau, cas de l'UOX On traite maintenant l'impact de l'option du tracking de second niveau sur les résultats du calcul. Nous allons donc observer l'impact sur la réactivité ainsi que sur le flux et la puissance locale $P_{g,c}$ à deux groupes, g se réfère au groupe et c à la cellule considérée. Cette puissance locale est définie selon :

$$P_{g,c} = \sum_{g'=i_g}^{j_g} \int_{V_c} d^3r H_{g'}(\vec{r}) \phi_{g'}(\vec{r}) \quad (2.1)$$

avec i_g et j_g les limites du groupe g , V_c le volume de la cellule et $H_{g'}$ défini à l'équation (1.32).

Rappelons que le cas spéculaire représente la réalité physique (un neutron qui arrive au bord avec un angle d'incidence α rentre à nouveau dans l'assemblage avec un angle égal à $\pi - \alpha$) alors que le cas isotrope n'est qu'une approximation dans laquelle un neutron qui arrive est réémis vers l'assemblage avec une distribution d'angle équiprobable. Le traitement de cette approximation est moins demandeur en temps de calcul mais induit des différences, notamment au niveau des crayons

de bord, ce qui induit un impact sur les facteurs de Selengut.

La figure 2.7 présente les écarts de réactivité entre un calcul de flux isotrope et un calcul de flux spéculaire dans le cas de nos deux assemblages (UOX et MOX). On observe que le cas spéculaire est systématiquement plus réactif que le cas isotrope. La valeur dans l’UOX reste approximativement constante (entre -28 et -40 pcm d’écart) alors que dans le cas du MOX, elle varie un peu plus en commençant à -60 pcm pour finir à -30 pcm. L’écart en réactivité entre les deux types de calcul n’est donc pas négligeable, surtout dans le cas du MOX.

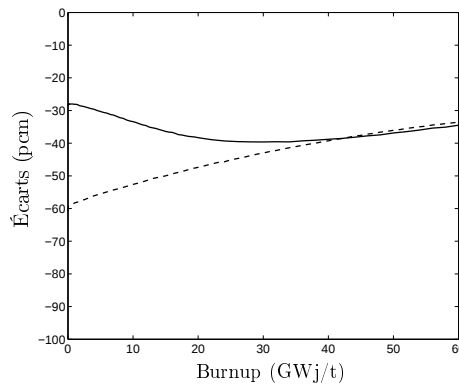


FIGURE 2.7 : Écarts de réactivité entre les calculs isotropes et spéculaires dans le cas de l’UOX (trait plein) et du MOX (pointillés), référence spéculaire

Dans la suite du document, les résultats de l’UOX et du MOX étant relativement similaires (dans le cadre de l’étude de l’influence du tracking), nous ne présenterons graphiquement que le cas de l’UOX. Le cas du MOX sera traité rapidement à la fin de la section. La référence pour l’ensemble de ces figures est le calcul spéculaire. Bien que les calculs aient été menés jusque 60000 MWj/t, nous prendrons comme valeur de fin de cycle un burnup de 48000 MWj/t, qui correspond plus à des conditions standards d’utilisation. Les écarts sur les flux à burnup nul (donc à concentrations isotopiques identiques) et en fin de cycle (donc à 48000 MWj/t) sont présentés à la figure 2.8. Dans les deux cas (isotrope et spéculaire), le flux est normalisé pour obtenir la même puissance totale. On observe donc des écarts moyens sur

l'assemblage très proches de 0 dans les deux groupes d'énergie (un maximum de $+0.03\%$ au cours de l'évolution). Les deux flux sont en moyenne plus élevés dans le cas isotrope.

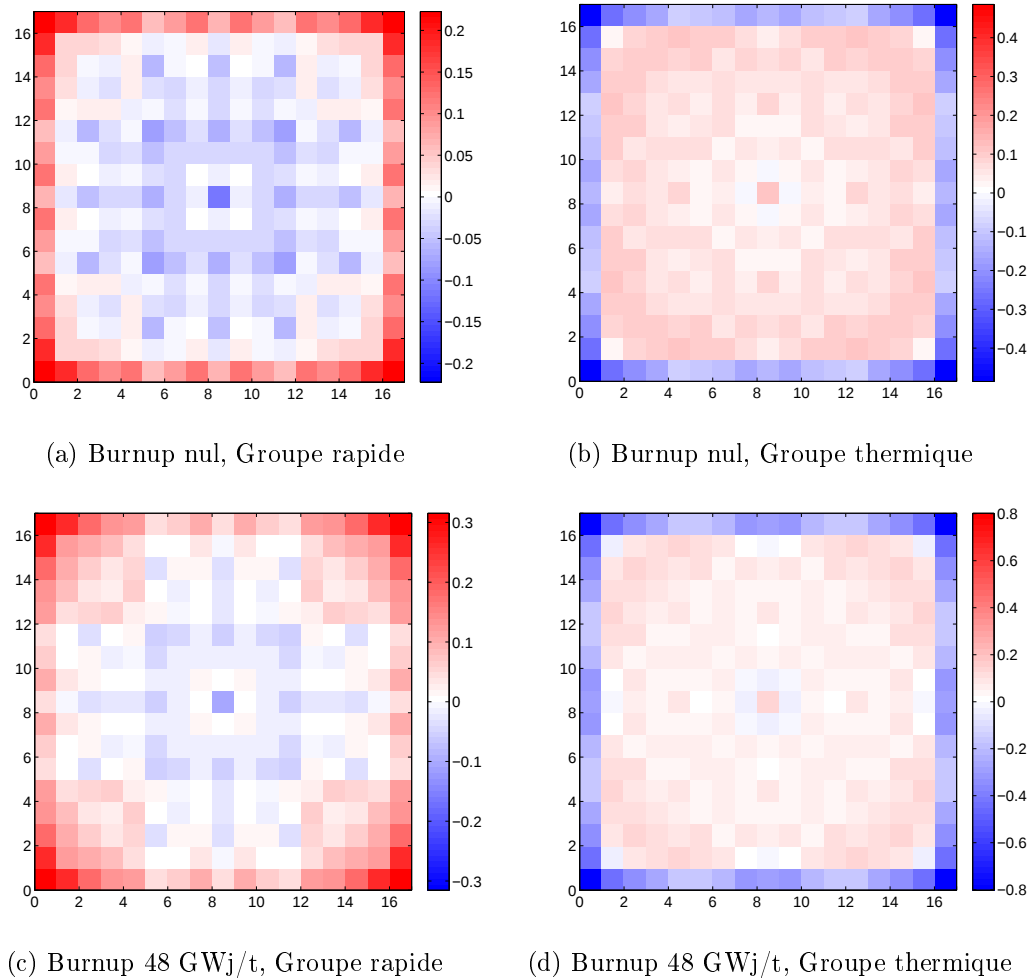


FIGURE 2.8 : Écarts des flux en pourcentage entre les cas isotropes et spéculaires

Il faut ici comprendre l'effet de prendre un flux spéculaire plutôt que de prendre un flux isotrope. Lorsque l'on a un flux isotrope, on considère que l'on est dans un cas où l'ensemble des crayons de l'assemblage émet de telle manière que l'on ait des impacts isotropes sur le bord (ce qui n'est physiquement pas le cas). Ce serait éventuellement le cas si l'ensemble du bord de l'assemblage était constitué d'une

lame de combustible (et non pas de crayons ponctuels de combustible), comme présenté à la figure 2.9a. Or ce n'est pas le cas (figure 2.9b), en conséquence on induit un biais qui est ici en défaveur de la présence de combustible. Il y a ainsi plus d'eau qu'il n'y en aurait s'il n'y avait que du combustible, donc les neutrons sont plus ralentis sur les bords de l'assemblage dans un cas spéculaire que dans un cas isotrope. C'est ce qui explique que le flux thermique est plus important dans le cas spéculaire que dans le cas isotrope (de -0.49% dans le coin de l'assemblage à burnup nul jusque -0.80% à 48000 MWj/t). A l'inverse, le flux rapide est donc plus important dans le cas isotrope que dans le cas spéculaire (de $+0.22\%$ dans le coin de l'assemblage à burnup nul jusque $+0.32\%$ à 48000 MWj/t). Le reste de l'assemblage possède un comportement inverse de celui observé aux bords (pour permettre de compenser la différence liée aux flux de bord et assurer une puissance totale constante).

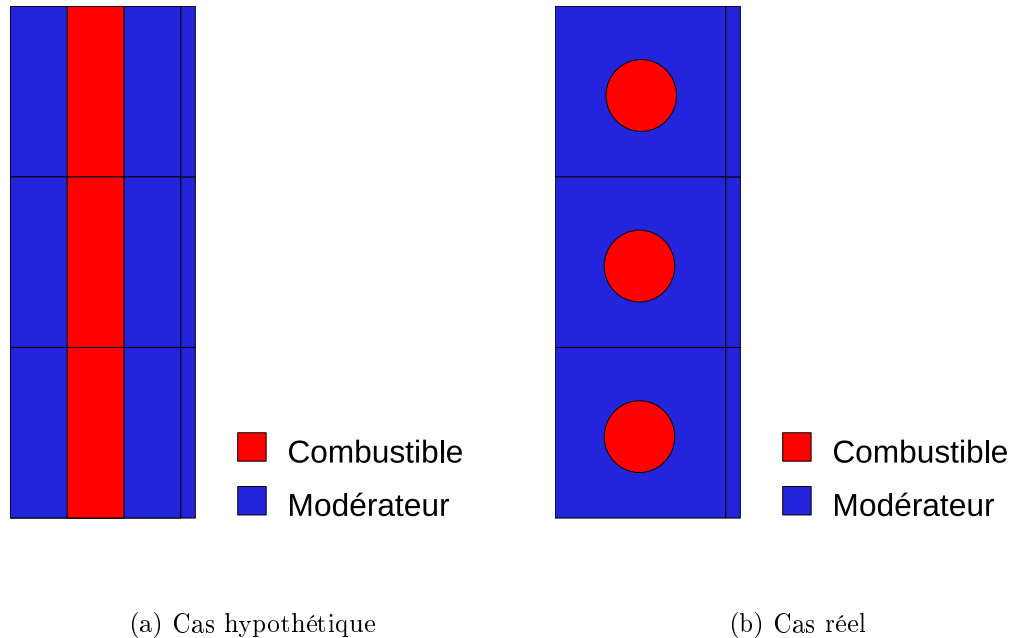


FIGURE 2.9 : Rangée de trois cellules le long du bord de l'assemblage pour représenter un cas menant hypothétiquement à un flux isotrope au bord

La figure 2.10 présente les écarts observés en fin de cycle pour les concentrations de différents isotopes (^{235}U , ^{239}Pu et ^{238}U). On observe que plus d' ^{235}U est présent au bord dans le cas isotrope que dans le cas spéculaire, et moins à l'intérieur. Pour l' ^{238}U , les écarts sont minimales et vraiment disparates. Enfin, on observe une production plus élevée de ^{239}Pu sur les bords, et plus particulièrement dans les coins (très peu d'écarts au centre) dans le cas isotrope (+0.40% dans le coin et +0.16% sur les autres crayons de bord). Ainsi, dans le cas isotrope, on consomme moins d' ^{235}U et on fabrique plus de ^{239}Pu sur les bords qu'en spéculaire, et on consomme plus d' ^{235}U au centre, tandis que la fabrication de ^{239}Pu reste approximativement la même. Ce comportement s'explique par le fait que le flux est plus thermalisé sur les bords de l'assemblage dans le cas spéculaire, ce qui implique une plus grande consommation d' ^{235}U et une plus grande synthèse du ^{239}Pu dans le cas isotrope. Pour l' ^{238}U , les écarts observés restent relativement faibles (dix fois moins importants que pour les écarts double niveau - simple niveau que nous verrons par la suite).

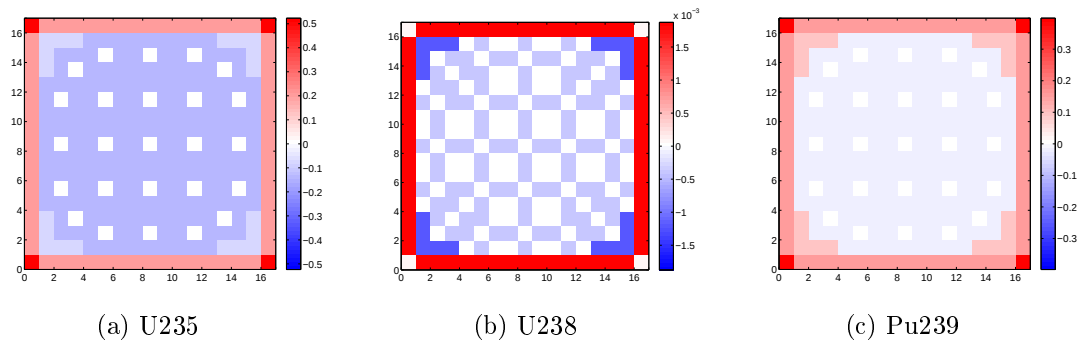


FIGURE 2.10 : Écarts de concentrations de certains isotopes en pourcentage entre les cas isotropes et spéculaires

La figure 2.11 présente les écarts observés sur les puissances locales $P_{g,c}$. On peut y voir que dans le groupe rapide, les écarts sont globalement homogènes (la puissance locale est nulle dans les trous d'eau) et de l'ordre de -0.10%. Ce comportement est globalement observé lors de l'évolution, sauf pour les coins de l'assemblage, pour lesquels la puissance locale est sur-évaluée dans le cas isotrope. Cette différence est

à mettre en relation avec la plus grande présence d'isotopes fissiles dans ces coins, ainsi que de la surestimation du flux rapide au bord de l'assemblage. Les écarts augmentent légèrement, mais restent inférieurs à 0.25% dans la quasi-totalité des crayons.

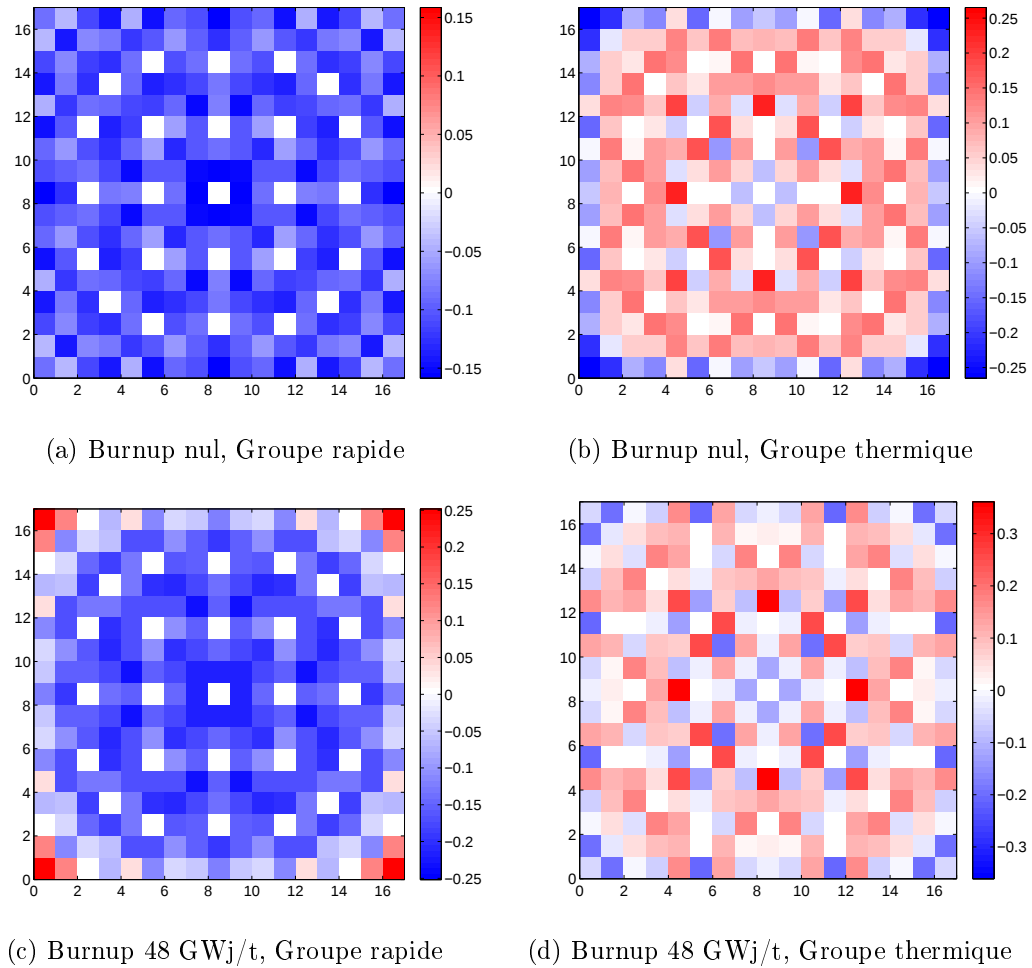


FIGURE 2.11 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre les cas isotropes et spéculaires

Dans le groupe thermique, les écarts sont légèrement plus hétérogènes, que ce soit à burnup nul, ou au cours de l'évolution. Les écarts maximaux analysés crayon par crayon restent constants, et limités à 0.7%. A burnup nul, on peut observer que la puissance locale est légèrement sous-évaluée dans le cas isotrope le long du bord

de l'assemblage, ce qui est à mettre en relation avec le fait que le flux thermique y est lui aussi sous-évalué. Cet écart au bord a tendance à diminuer avec le temps.

Options de tracking de second niveau, cas du MOX Les résultats observés pour le flux neutronique dans le cas du MOX sont globalement similaires à ceux observés dans le cas de l'UOX (carte d'hétérogénéité avec un bord plus élevé en rapide et moins élevé en isotrope qu'en spéculaire). Les écarts moyens sont plus mitigés : +0.05% dans le groupe rapide et -0.08% dans le groupe thermique. Aux bords de l'assemblage, les écarts vont de +0.29% à burnup nul et descendent à +0.22% à 48000 MWj/t dans le groupe rapide. Ceci peut être comparé aux résultats dans le groupe thermique où les écarts de -1.07% à burnup nul se tassent à -0.97% à 48000 MWj/t.

Du point de vue isotopique, le ^{239}Pu est plus consommé dans les crayons de bord dans le cas spéculaire que dans le cas isotrope, à cause notamment d'une plus grande thermalisation des neutrons (jusque +0.47% de présence dans le cas isotrope). Au centre de l'assemblage, les valeurs restent cependant relativement hétérogènes. Les crayons de coin (faible teneur isotopique en Pu) présentent moins de disparités au cours de l'évolution. En moyenne, les écarts sont de +0.03% à 48000 MWj/t (c'est à dire que dans le cas spéculaire, on a consommé plus de ^{239}Pu que dans le cas isotrope). L' ^{235}U a un comportement similaire à celui du ^{239}Pu , à savoir une consommation plus importante dans les crayons de bord au centre dans le cas spéculaire que dans le cas isotrope et l'inverse dans les crayons de coin. Pour l' ^{238}U : les écarts restent dans l'ensemble globalement très faibles (inférieurs à 0.01%), les valeurs maximales étant observées sur les bords de l'assemblage.

Dans le cas du MOX, les résultats sur la puissance locale sont similaires à ceux obtenus avec l'UOX. La puissance issue du groupe rapide est initialement homogène,

et tend à devenir sur-évaluée dans le cas isotrope le long du bord de l'assemblage au cours de l'évolution. La puissance issue du groupe thermique est plus hétérogène, mais les écarts maximaux observés restent constants au cours de l'évolution, et sont identiques à ceux de l'UOX.

Options de tracking du calcul de référence Ce paragraphe traite des options de tracking possibles pour le calcul de référence. On reprend pour cela la base du calcul simple niveau. Pour le temps de calcul du premier pas de burnup, on a étudié l'influence de prendre différentes valeurs de densité de tracking. Les écarts les moins importants par rapport à un calcul où la densité de tracking était de 40.0 cm^{-1} pour l'autoprotection et le calcul de flux en divisant par deux le temps de calcul ont été obtenus avec les options suivantes : densité de calcul de 15.0 cm^{-1} pour le calcul d'autoprotection et de 30.0 cm^{-1} pour le calcul de flux. Ces options sont celles qui ont été gardées pour la suite du calcul. Les études menées sur le nombre d'angles azimutaux et polaires n'ont pas montré de grande influence (les écarts sont dispersés dans l'assemblage). Les options retenues pour le nombre d'angles lors du calcul final sont donc identiques à celles du calcul double niveau.

2.2.2 Résultats des calculs sans équivalence

Cette section traite des résultats de calculs double niveau sans équivalence SPH. Ces calculs sont comparés au calcul de référence et les écarts entre ces deux calculs sont présentés dans cette partie. Les résultats de l'UOX et du MOX restent assez similaires, cependant, étant donné que les comportements isotopiques et les regroupements liés au tri-zonage sont différents, chaque cas sera étudié séparément.

2.2.2.1 Cas de l'UOX

La figure 2.12 présente l'écart de réactivité entre le schéma de type Le Tellier et le schéma simple niveau. Le schéma double niveau est moins réactif d'environ 300 pcm à burnup nul et plus réactif d'environ 30 pcm à 48000 MWj/t.

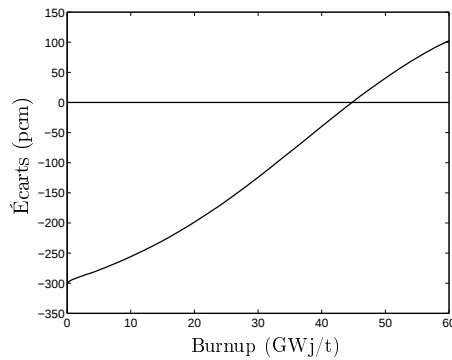


FIGURE 2.12 : Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier et la référence, cas de l'UOX

Les résultats observés sur le flux sont présentés à la figure 2.13. Dans le cas du groupe rapide, le flux à burnup nul présente assez peu de disparités locales sur l'ensemble de l'assemblage pour un écart en homogène de +0.14%. On observe ensuite une déviation de la valeur du flux dans les crayons au bord de l'assemblage, pour laquelle le flux du schéma double niveau devient moins élevé que le flux du schéma simple niveau. En fin de vie, le centre possède un flux plus élevé dans le cas double niveau (+0.20% environ) alors que le phénomène observé dans les crayons de coin est opposé (-0.25% environ). D'un écart moyen de +0.13% à 24000 MWj/t, on passe à un écart de l'ordre de -0.00% en fin de cycle.

Dans le cas du groupe thermique, on observe que les écarts sont exactement inversés par rapport à ceux observés dans le groupe rapide. A burnup nul, on a un flux moins élevé dans le double niveau de l'ordre de -0.15% sur l'ensemble de l'assemblage qui est globalement homogène. Cet écart augmente progressivement pour atteindre une valeur de l'ordre de -1.58% à 48000 MWj/t. Comme dans le cas du groupe

rapide, les écarts sont hétérogènes entre le centre et les coins en fin de vie (près de -2.30% pour les crayons centraux contre -0.50% dans les crayons de coin), alors qu'ils semblaient en première approximation homogènes en début de cycle.

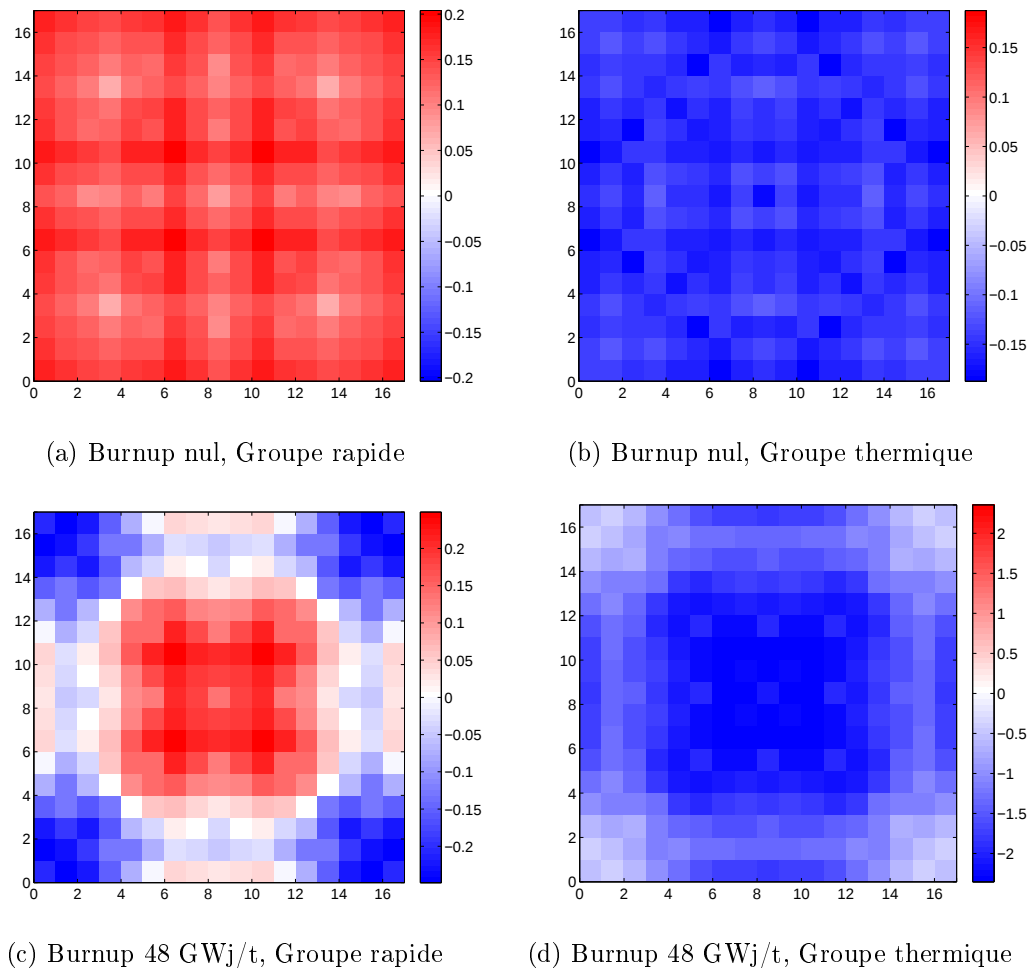


FIGURE 2.13 : Écarts des flux en pourcentage entre le schéma Le Tellier et la référence, cas de l'UOX

La figure 2.14 présente l'évolution isotopique de certains isotopes pour les deux calculs considérés. Dans le cas de l' ^{235}U (2.14a), on observe que dans une couronne (la couronne de crayons voisine de la dernière rangée), ainsi que dans les crayons de coin, le schéma simple niveau consomme moins d' ^{235}U que le schéma double niveau. Les isotopes fissiles étant plus présents dans le schéma simple niveau que dans le

schéma double niveau, la puissance locale $P_{g,c}$ attendue sera plus élevée dans ces crayons. Les écarts en isotopie sont importants : jusque près de 3% d'écart d'inventaire dans cette couronne en fin de vie. A l'intérieur des crayons de cette couronne on observe le phénomène contraire : la concentration isotopique est plus élevée dans le double niveau que dans le simple niveau, ce qui implique une puissance locale plus élevée aussi. Un type de crayon de l'assemblage focalise lui aussi l'attention : il s'agit du crayon coincé à la diagonale de deux trous d'eau. Nous l'appellerons par la suite le crayon en position P55 (position qu'il occupe sur la géométrie du 1/8e d'assemblage). L'écart en fin de vie pour ce type de crayon est de près de 9%. On peut noter dès maintenant les faiblesses du schéma double niveau de type Le Tellier : en effet, l'ensemble des crayons de la dernière couronne (sauf les coins) ne sont modélisés que par une valeur de concentration (par couronne de combustible dans les crayons) au cours de l'évolution dans ce schéma. On a donc une évolution en moyenne, ce qui implique que dans certaines régions, on sur-estime les valeurs d'un isotope donné (à l'intérieur de l'assemblage) et dans d'autres régions, on les sous-estime (sur la couronne interne de l'assemblage). En moyenne en fin de vie, bien que l'on observe de fortes disparités dans l'assemblage, la quantité d' ^{235}U n'est que légèrement surestimée dans le cas à double niveau. On trouve une valeur de +1.07% d'écart entre les deux schémas.

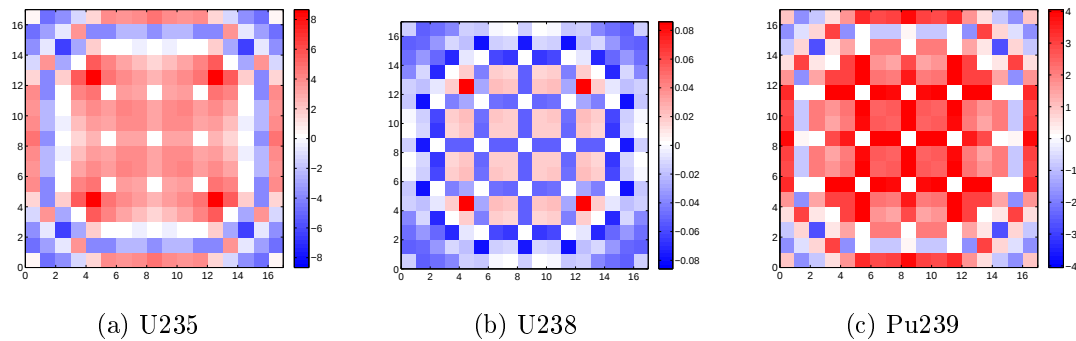


FIGURE 2.14 : Écarts de concentrations de certains isotopes en pourcentage entre le schéma Le Tellier et la référence, cas de l'UOX

Pour ce qui est de l' ^{238}U (2.14b), les écarts sont relativement faibles (à cause notamment de la grande quantité d'isotopes présents initialement par rapport aux autres isotopes). Cependant, on peut noter que les crayons face aux trous d'eau possèdent moins d'isotopes dans le cas double niveau que dans le cas simple niveau : ceci est à mettre en relation avec la plus grande proportion de ^{239}Pu dans ces crayons spécifiques (voir paragraphe suivant). Les crayons en coin d'un trou d'eau ont une tendance inversée à ceux face aux trous d'eau : la quantité d' ^{238}U est plus grande dans le schéma double niveau que dans le schéma simple niveau. On peut remarquer que le crayon P55 prend là encore les valeurs les plus élevées sur l'assemblage, avec un écart de $+0.09\%$ à 48000 MWj/t. En moyenne les écarts restent peu significatifs, avec une légère sous estimation de la quantité en fin de vie dans le cas double niveau de l'ordre de -0.02% .

Dans un assemblage UOX, le ^{239}Pu n'est pas un isotope fissile présent au début du cycle. Il est synthétisé au cours de la vie de l'assemblage, et est en partie utilisé en tant que combustible. Pour cette isotope, (2.14c), on peut observer qu'en moyenne, le ^{239}Pu est plus synthétisé dans le schéma double niveau que dans le schéma simple niveau ($+1.18\%$ à 24000 et $+1.67\%$ à 48000 MWj/t). On peut noter que cette différence est principalement observable au centre de l'assemblage. Les crayons face à des trous d'eau sont ceux qui prennent les valeurs les plus élevées, avec un pourcentage pouvant aller jusqu'à $+4.05\%$ à 48000 MWj/t.

L'autre point important que l'on étudie est la puissance locale $P_{g,c}$, condensée à deux groupes elle aussi. Elle reprend généralement les résultats observés dans le cas du flux et des concentrations isotopiques. Ces résultats sont présentés à la figure 2.15. Pour les deux groupes, il faut distinguer les résultats à burnup nul des résultats en évolution. A burnup nul, dans le groupe rapide, la puissance est sur-estimée dans le cas du schéma double niveau (de l'ordre de $+0.39\%$ en moyenne), pour l'ensemble de l'assemblage. Dans le groupe thermique, le résultat est en moyenne sous estimé

(-0.12% en moyenne), au centre de l'assemblage.

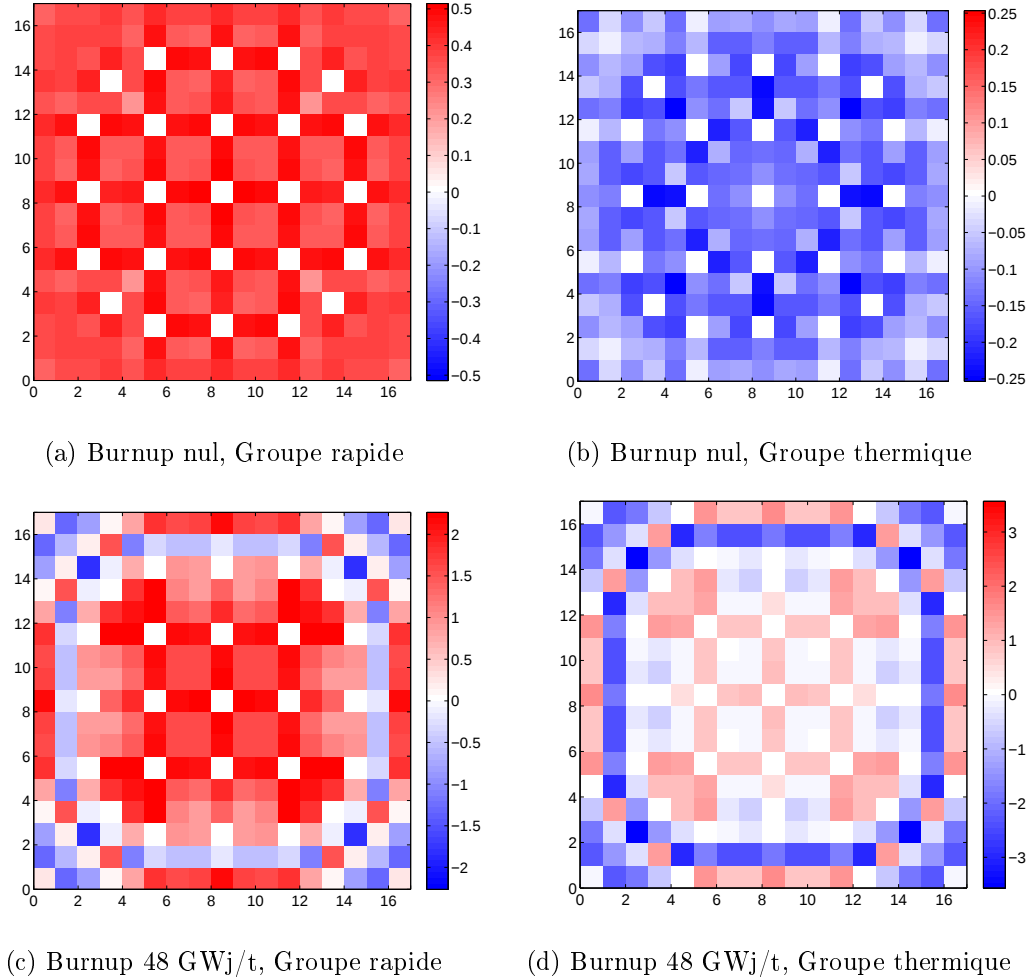


FIGURE 2.15 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre le schéma Le Tellier et la référence, cas de l'UOX

Pour les pas de burnup suivants, les phénomènes observés se propagent au cours de l'évolution pour les deux groupes. Dans le groupe rapide, l'écart en moyenne entre les deux schémas de calcul s'accroît progressivement (de l'ordre de +0.66 à +0.86% d'écart entre les deux calculs), mais on peut observer de fortes disparités locales, notamment entre les crayons face à des trous d'eau et les crayons de la dernière couronne qui est voisine de la dernière rangée, comme pour le cas du flux neutronique. Dans ces crayons, la puissance est sous évaluée dans le schéma double

niveau (de -0.20% à près de -1.10% en évolution contre +2.26% dans les crayons face à un trou d'eau). A l'intérieur de cette couronne, la puissance locale est elle aussi sur-estimée dans le schéma double niveau, les écarts maximaux étant aussi notamment obtenus au niveau des crayons autour de P55 (de +0.22% à +2.11% en évolution). Dans le groupe thermique, on observe globalement le même phénomène de couronne que dans le groupe rapide, cependant, les écarts sont légèrement décalés (-2.20% à 48000 MWj/t dans les crayons de l'avant dernière couronne, +0.90% pour les faces face aux trous d'eau). En moyenne sur l'assemblage, les résultats sont peu fluctuants et de l'ordre de -0.20%.

On peut observer un phénomène courant lors de l'étude d'un assemblage UOX : on a une bascule de la réactivité (un cas devient plus réactif que l'autre au cours de l'évolution). Ce phénomène s'explique simplement par le fait que le schéma de référence brûle plus d' ^{235}U que le double niveau, qui « utilise » ses neutrons pour synthétiser plus de ^{239}Pu à partir de l' ^{238}U . Une plus grande quantité d' ^{235}U et de ^{239}Pu en fin de cycle font que le schéma double niveau devient légèrement plus réactif que le schéma simple niveau.

2.2.2.2 Cas du MOX

La figure 2.16 présente l'écart de réactivité entre le schéma de type Le Tellier et le schéma simple niveau. Le schéma double niveau est moins réactif d'environ 250 pcm à burnup nul et reste moins réactif d'environ 110 pcm à 48000 MWj/t.

Les résultats observés sur le flux sont présentés à la figure 2.17. Comme dans le cas de l'UOX, à burnup nul, les résultats sont inversés entre les deux groupes d'énergie (+0.12% en moyenne dans le groupe rapide, -0.46% dans le groupe thermique). Dans le groupe rapide, lors de l'évolution, le flux est en moyenne plus élevé en

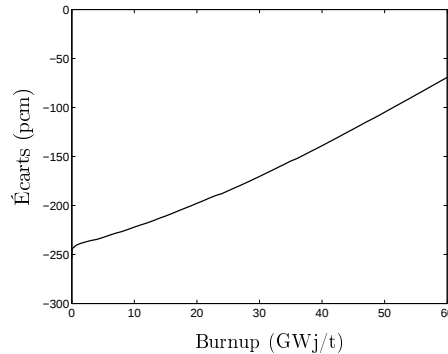


FIGURE 2.16 : Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier et la référence, cas du MOX

dehors d'un grand losange au centre de l'assemblage dans le schéma à double niveau, par rapport au schéma simple niveau (jusque $+0.20\%$ au cours de l'évolution dans ces crayons). A l'intérieur de ce losange, le flux moyen rapide est dans l'ensemble bien calculé à 24000 MWj/t et présente un écart plus important de -0.15% à 48000 MWj/t (maximum de -0.20%).

Dans le groupe thermique, en évolution, on observe un comportement différent de ce que l'on a pu observer auparavant : le flux au centre de l'assemblage semble être bien calculé dans le calcul double niveau ($+0.2\%$ à 24000 et $+0.5\%$ à 48000 MWj/t), puis les résultats se dégradent au fur et à mesure que l'on s'approche des coins (jusque -1.27% puis -2.18%).

Du point de vue de l'évolution des concentrations isotopiques, le MOX a un comportement différent de celui de l'UOX. Dans notre MOX, on a l'évolution générale suivante : l' ^{235}U (présent en très faible quantité au début du cycle) et le ^{239}Pu (combustible) sont consommés, le ^{239}Pu étant à la fois utilisé comme combustible et étant synthétisé à partir de l' ^{238}U , alors que les autres plutoniums sont plutôt légèrement produits au cours de l'évolution. La figure 2.18 présente les écarts de concentrations isotopiques en fin de cycle entre le schéma double niveau et le schéma simple niveau.

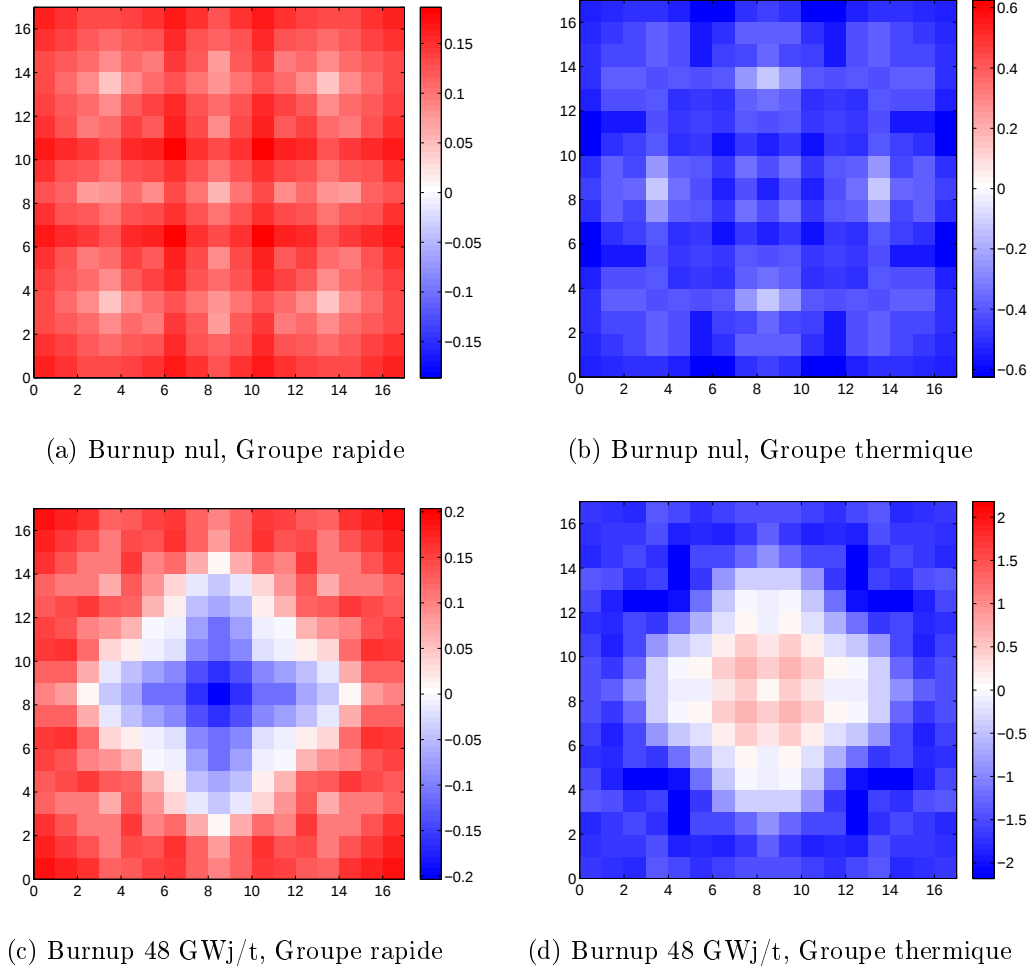


FIGURE 2.17 : Écarts des flux en pourcentage entre le schéma Le Tellier et la référence, cas du MOX

Comme dans le cas de l'UOX, les évolutions isotopiques des isotopes fissiles (dans notre cas le ^{239}Pu et l' ^{235}U) seront à mettre en relation avec les résultats obtenus pour la puissance locale $P_{g,c}$. Globalement, on observe pour ces deux isotopes, que leur concentration est moins élevée dans le schéma à double niveau que dans les schémas à simple niveau pour les 25 crayons centraux puis on observe une bascule jusque dans les crayons proches de P55. Les écarts de concentration dans ces trois crayons sont les plus importants de l'assemblage, et vont jusque $+6.5\%$ pour le ^{239}Pu et jusque 3.1% pour l' ^{235}U à 48000 MWj/t . Les différences de concentration en bord d'assemblage sont moins significatives. En moyenne la présence de ^{239}Pu dans le schéma double niveau est surévaluée d'environ $+1.08\%$ à 48000 MWj/t . Dans le cas de l' ^{238}U , on observe le même comportement que pour l'UOX, avec des écarts globalement faibles, liés à la forte présence initiale de l'isotope, et les points où sont enregistrés les écarts les plus forts sont les crayons face aux trous d'eau d'une part (-0.07% à 48000 MWj/t), et le crayon P55 d'autre part ($+0.07\%$ à 48000 MWj/t). Les autres crayons ayant en coin un trou d'eau sont dans l'ensemble bien représentés. Pour tous les isotopes, les crayons de coin sont bien représentés. Ceci est lié au fait que les crayons en P99 et en P98 (sur le bord d'assemblage) sont tous deux à faible teneur en plutonium et possèdent leur évolution propre (ils ne sont pas regroupés avec d'autres crayons et évoluent donc séparément).

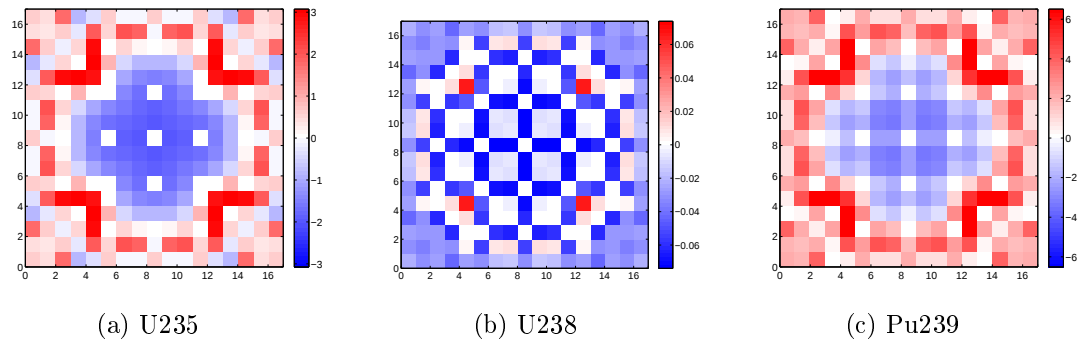
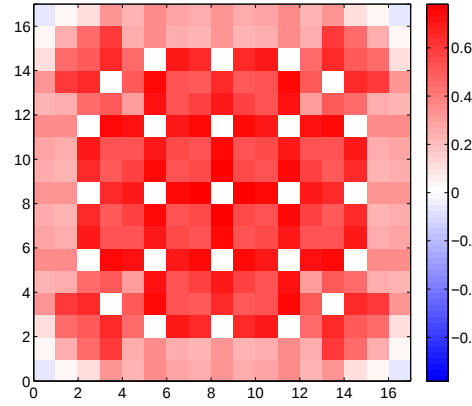


FIGURE 2.18 : Écarts de concentrations de certains isotopes en pourcentage entre le schéma Le Tellier et la référence, cas du MOX

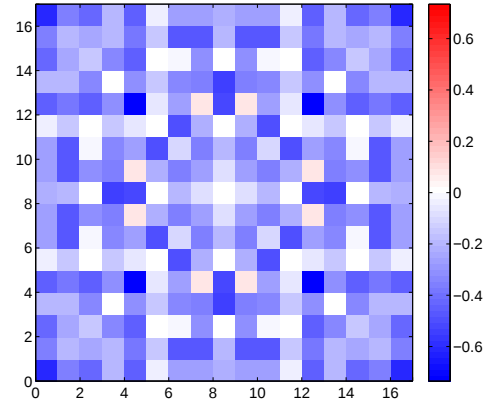
Pour les écarts sur la puissance locale, présentés à la figure 2.19, comme dans le cas de l'UOX, on distingue les cas burnup nul et en évolution. A burnup nul, la puissance moyenne du schéma double niveau est globalement sur-estimée dans le groupe rapide (d'une valeur d'environ $+0.5\%$), à l'exception des bords, mieux représentés, alors que dans le groupe thermique, elle est sous-estimée (écart de -0.3% en moyenne), même si elle présente quelques hétérogénéités.

En évolution dans le groupe rapide, les résultats sont différents de ceux obtenus avec l'UOX (figure 2.15c). Au centre de l'assemblage (25 crayons centraux), on observe que la puissance locale est légèrement plus faible dans le schéma double niveau que dans le schéma simple niveau (en moyenne -0.75% pour ces 25 crayons à 48000 MWj/t). On a ensuite une bascule progressive dans les diagonales pour atteindre des crayons qui sont moins bien représentés. Ces crayons qui présentent une différence la plus importante sont ceux qui sont proches de nombreux trous d'eau, à savoir notamment P55, P65 et P75 (notation assemblage 1/8e). Ici, la puissance calculée avec le schéma double niveau est plus importante qu'avec le schéma simple niveau d'une valeur comprise entre $+2.03$ et $+2.75\%$ à 48000 MWj/t. Pour les autres crayons, on observe une légère sur-production. Les résultats globaux sont à mettre en relation avec la forme des écarts sur le flux rapide.

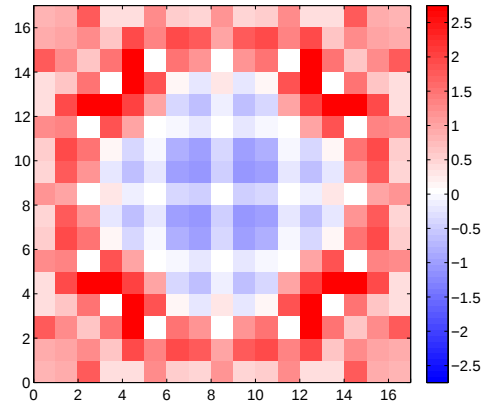
Dans le groupe thermique du MOX, on observe une puissance locale globalement inférieure pour le double niveau sur l'ensemble de l'assemblage, de l'ordre de -0.43% à 48000 MWj/t. Cependant, il existe quelques hétérogénéités au sein de l'assemblage, qui sont directement liées aux différences observées dans les concentrations isotopiques vues précédemment (centre possédant moins d'isotopes fissiles, donc étant moins productif, crayons proches de P55 pour lesquels la concentration est surévaluée donc le taux de production aussi). Dans le groupe thermique on observe cependant moins l'impact du flux que dans le groupe rapide sur la puissance locale (on observe plus l'impact des concentrations).



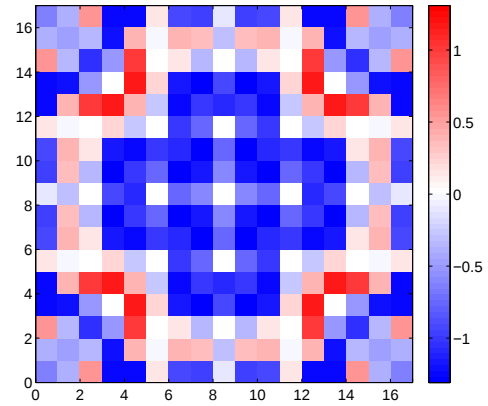
(a) Burnup nul, Groupe rapide



(b) Burnup nul, Groupe thermique



(c) Burnup 48 GWj/t, Groupe rapide



(d) Burnup 48 GWj/t, Groupe thermique

FIGURE 2.19 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre le schéma Le Tellier et la référence, cas du MOX

L'ensemble de ces résultats obtenus avec un schéma de calcul similaire à celui proposé par Romain Le Tellier (Le Tellier et Hébert, 2007a) donne, comme l'on peut s'y attendre, des résultats très proches de ceux obtenus et présentés dans cette référence. L'impact de l'ajout d'une équivalence entre le premier et le second niveau y a aussi été étudié. Les résultats obtenus sont dans l'ensemble mitigés. Ce point est aussi étudié dans (Vidal et al., 2007). Là encore, l'ajout d'une équivalence énergétique n'est pas recommandé, ceci est soutenu par le fait que le découpage énergétique à 26 groupes est optimisé afin d'éviter cette étape. La prochaine partie traite des résultats obtenus avec l'ajout d'une équivalence.

2.2.3 Résultats avec équivalence SPH lors de la condensation

Les résultats sont grandement améliorés par une équivalence SPH lors de la condensation énergétique. Il s'agit donc ici de voir en détail quelle est son influence sur l'ensemble des paramètres étudiés précédemment et son impact sur le temps total de calcul. Le cas de l'UOX et le cas du MOX seront traités séparément dans cette partie.

2.2.3.1 Cas de l'UOX

La réactivité est présentée à la figure 2.20. Les écarts en réactivité sont approximativement divisés par deux. Initialement, le schéma simple niveau est plus réactif d'environ 170 pcm (contre environ 300) et en fin de cycle (à 48000 MWj/t), c'est le schéma double niveau qui est plus réactif de l'ordre de 40 pcm (contre 30). La bascule entre le schéma avec équivalence et la référence a lieu un peu plus tôt dans le cycle (vers 39000 MWj/t contre 45000 MWj/t), mais la pente de celle-ci est plus faible que dans le cas sans équivalence.

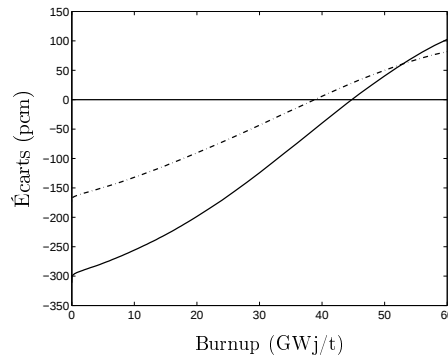


FIGURE 2.20 : Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier avec (pointillés) ou sans (trait plein) équivalence et la référence, cas de l'UOX

La tendance générale de l'amélioration des résultats à l'échelle de l'assemblage se confirme lorsque sont étudiés les flux neutroniques, les concentrations isotopiques et les puissances locales (figures suivantes). Les résultats à burnup nul sont présentés à la figure 2.21. Dans le cas du groupe rapide, on garde une certaine homogénéité des résultats par rapport au schéma sans équivalence, cependant, les maxima sont divisés par un facteur proche de deux. L'ajout de l'équivalence SPH implique aussi des changements de comportement dans les trous d'eau. En effet, on peut observer que pour cinq d'entre eux, le flux rapide est sous évalué dans le cas à double niveau avec équivalence alors qu'il était sur-évalué dans le cas sans équivalence. Pour ce qui est du groupe thermique, les résultats du calcul double niveau avec équivalence sont plus proches des résultats du calcul simple niveau, et il est remarquable de noter que l'écart moyen sur l'assemblage ne prend une valeur que de 0.02%, contre -0.15% dans le cas sans équivalence. On peut là encore remarquer que ce sont dans les trous d'eau que l'on a les plus grands écarts de calcul.

La figure 2.22 présente les mêmes comparaisons que précédemment en fin de cycle. La première remarque porte sur le fait qu'il semblerait que les calculs avec équivalence n'apportent pas autant d'améliorations qu'à burnup nul (une observation rapide montre que les échelles d'extrema restent similaires). Il n'en est en fait rien. Même si les extrema restent importants, ces valeurs ne sont obtenues que dans

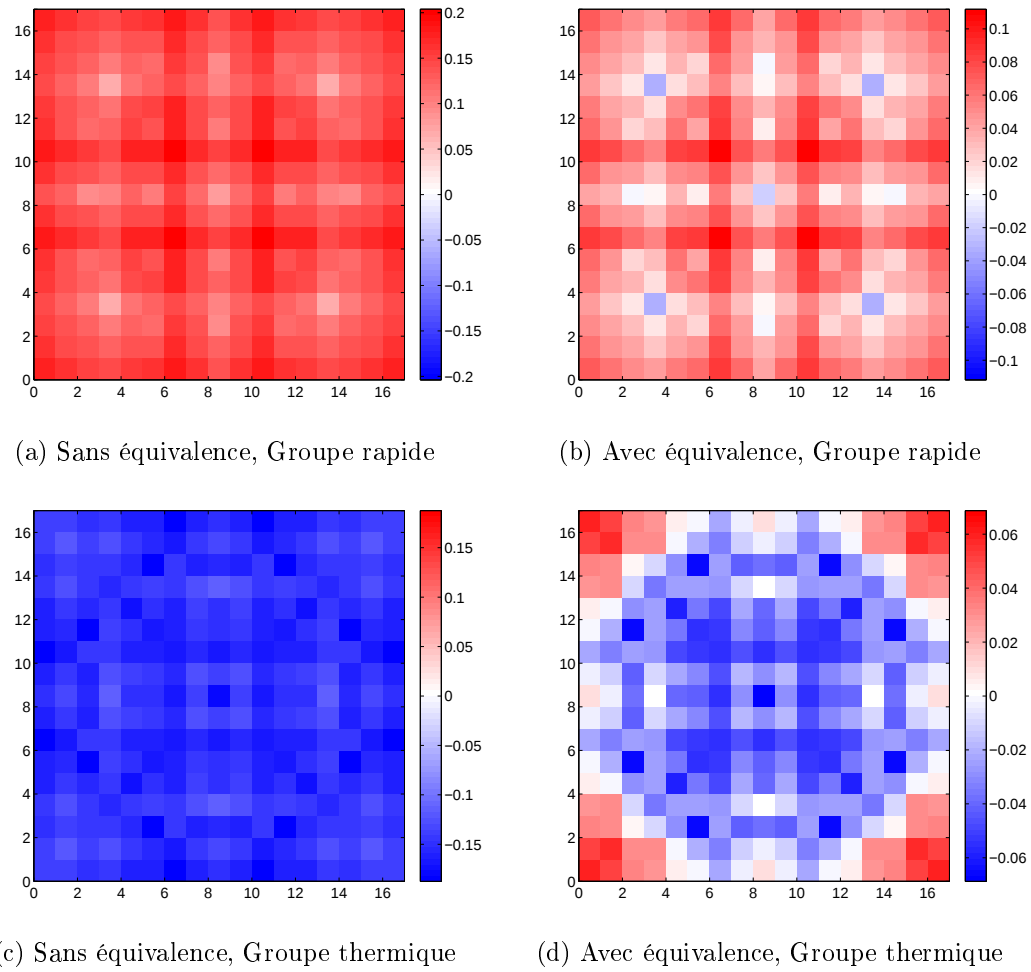


FIGURE 2.21 : Écarts des flux neutroniques en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul, cas de l'UOX

certaines crayons du combustible. Les résultats homogènes, c'est à dire sur l'ensemble de l'assemblage, sont eux, soit quasiment inchangés dans le cas du groupe rapide (les résultats étaient déjà corrects sans équivalence), soit améliorés (près d'une division par deux) dans le cas du groupe thermique en passant de -1.58% à -0.84% . L'équivalence SPH au cours de l'évolution améliore donc les résultats de notre calcul.

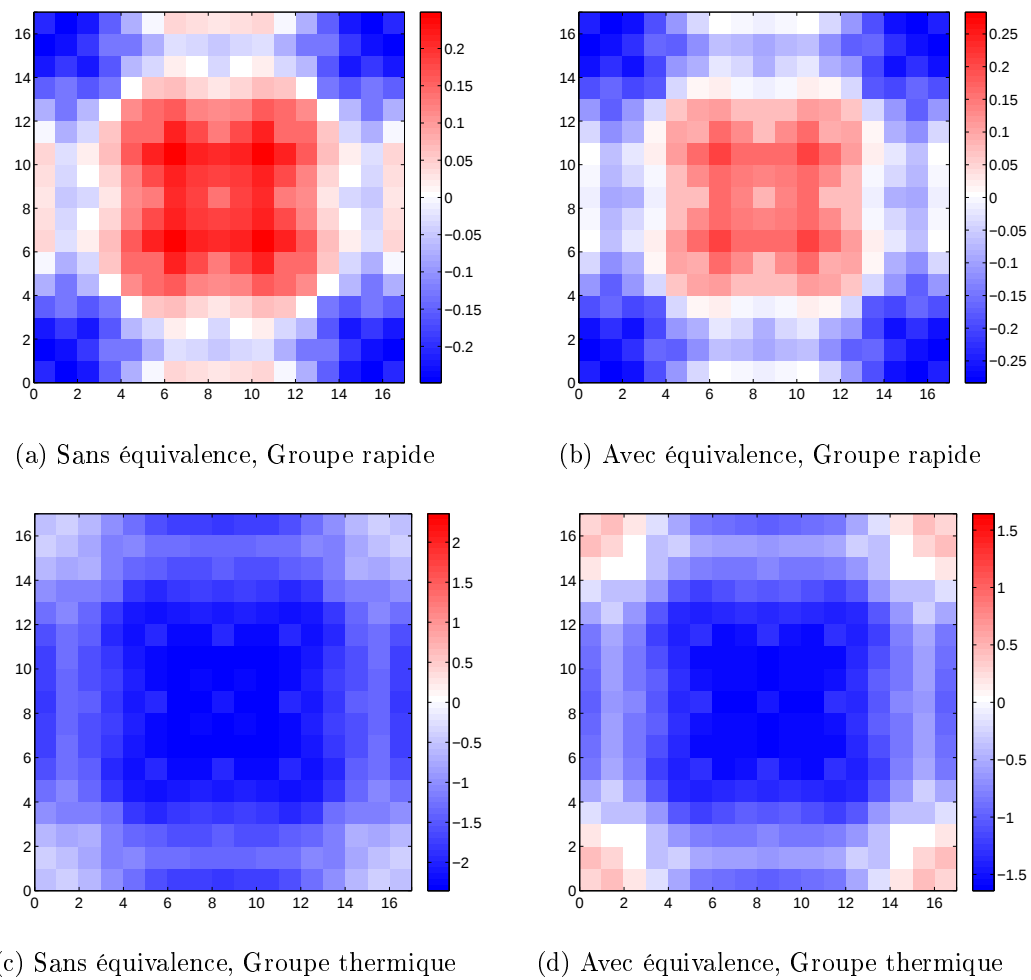


FIGURE 2.22 : Écarts des flux neutroniques en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle, cas de l'UOX

Le point suivant que nous étudions est l'impact de l'équivalence sur les concentrations en fin de cycle (voir la figure 2.23). L'allure globale des écarts locaux reste

identique dans le cas de l' ^{235}U (figures 2.23a et 2.23b). Ce sont les extremas locaux qui sont légèrement diminués, au profit d'une amélioration globale des résultats. En effet, en moyenne sur l'assemblage, les écarts passent de $+1.07\%$ avec le calcul sans équivalence à $+0.65\%$ avec équivalence. Le cas de l' ^{238}U est intéressant aussi. Les écarts restent approximativement les mêmes, mais on observe un meilleur calcul au niveau des crayons en face d'un trou d'eau. L'ajout d'une équivalence permet donc un meilleur traitement de certaines données au niveau des crayons face à un trou d'eau. La moyenne sur l'assemblage varie de façon peu significative (elle passe de -0.02% à -0.01%). Les résultats sur le ^{239}Pu confirment les résultats observés sur les deux précédents isotopes. Synthétisé à partir de l' ^{238}U , les écarts au niveau des crayons face à un trou d'eau sont diminués (passant d'une valeur d'environ 4% à 3% au cœur de l'assemblage), et la moyenne est améliorée (passant d'une valeur de $+1.67\%$ à $+0.89\%$).

Le dernier paramètre que nous allons étudier ici est l'impact de l'équivalence sur la puissance locale $P_{g,c}$. Les écarts à burnup nul sont présentés à la figure 2.24. Ici, et encore plus que dans le cas des autres comparaisons, les extremas sont fortement diminués, et on peut observer, notamment dans le cas du groupe thermique, que la carte des écarts est assez faible et fortement hétérogène, ce qui montre que l'on s'approche du calcul de référence. Les écarts homogènes passent de $+0.39\%$ à $+0.05\%$ dans le groupe rapide et de -0.12% à -0.02% dans le groupe thermique.

La dernière figure présentée dans le cas de l'UOX (figure 2.25) concerne la puissance locale en fin de cycle. Dans ce dernier cas, la carte des écarts, comme dans le cas du flux, reste similaire que l'on ait ou non une équivalence. Cependant, les améliorations sont à observer du côté des résultats homogènes : dans le groupe rapide, les écarts sont diminués de $+0.86\%$ à $+0.30\%$ tandis que dans le groupe thermique, ils passent de -0.26% à -0.09% .

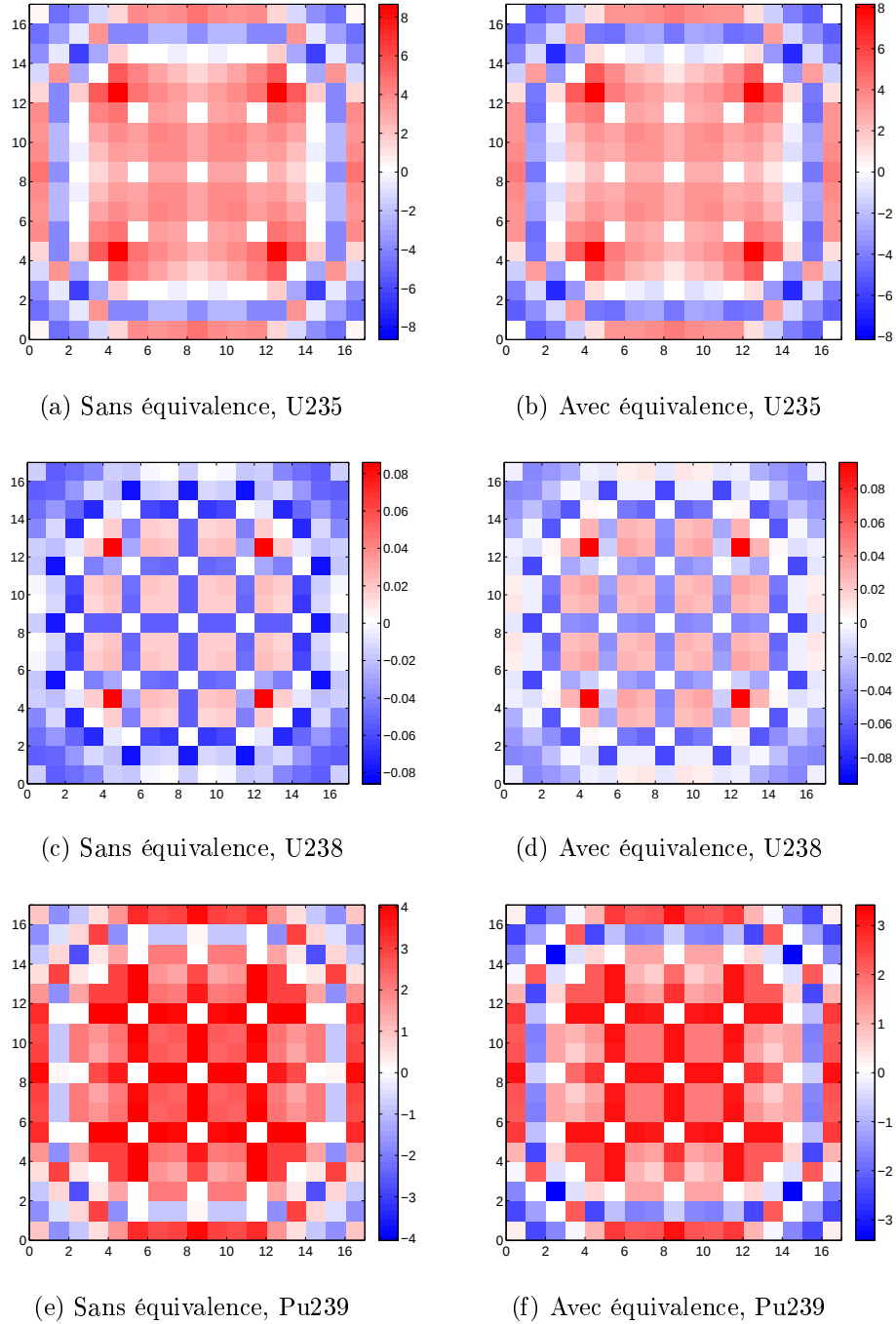
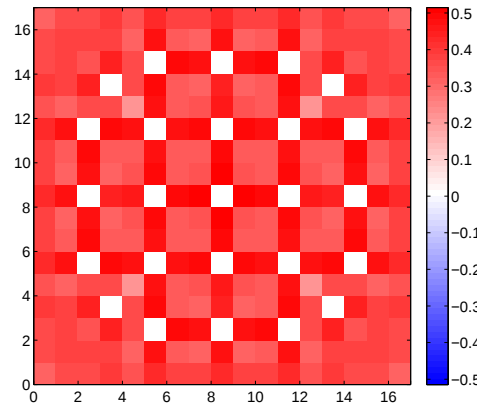
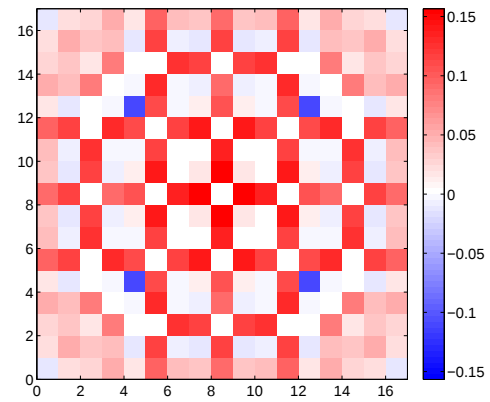


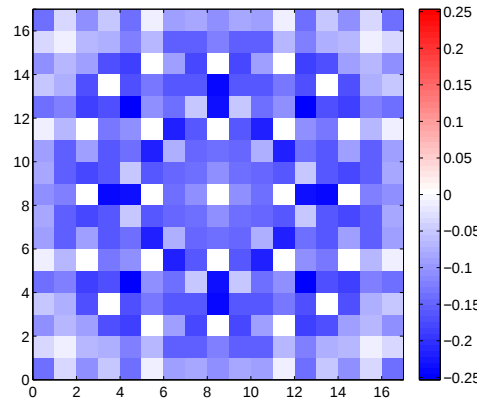
FIGURE 2.23 : Écarts des concentrations isotopiques en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle, cas de l'UOX



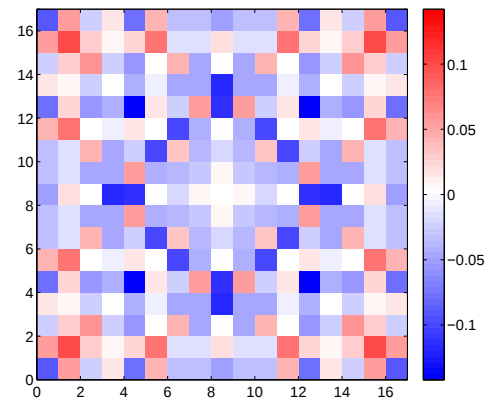
(a) Sans équivalence, Groupe rapide



(b) Avec équivalence, Groupe rapide



(c) Sans équivalence, Groupe thermique



(d) Avec équivalence, Groupe thermique

FIGURE 2.24 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul, cas de l'UOX

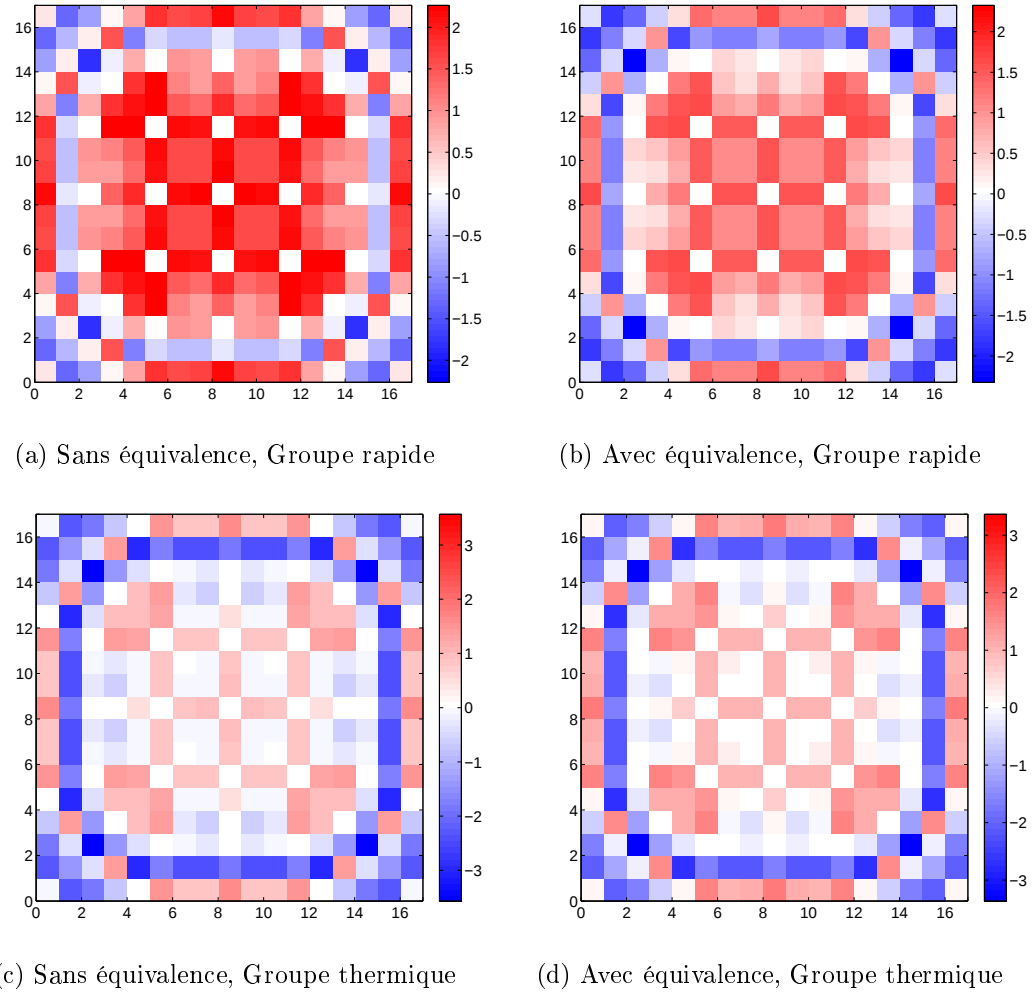


FIGURE 2.25 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle, cas de l'UOX

L'ajout d'un calcul d'équivalence lors de la condensation à 26 groupes d'énergie permet donc d'améliorer les résultats homogènes sur l'assemblage. Le traitement des crayons face à un trou d'eau, qui posait problème précédemment est amélioré grâce à cette équivalence. Cependant, bien que l'on diminue légèrement les extremas locaux, le calcul d'équivalence ne les améliore pas sensiblement. Dans le cadre du schéma Le Tellier, de forts écarts sur les concentrations isotopiques sont toujours observés, ce qui peut poser des problèmes lorsque l'on souhaite faire un inventaire en fin de vie crayon par crayon.

2.2.3.2 Cas du MOX

La réactivité est présentée à la figure 2.26. Les écarts en réactivité sont approximativement divisés par deux. Initialement, le schéma simple niveau est plus réactif d'environ 150 pcm (contre environ 250) et en fin de cycle (à 48000 MWj/t), la sur-réactivité du schéma simple niveau est de l'ordre de 45 pcm (contre 110). La pente de la bascule entre les deux schémas est plus faible dans le cas avec équivalence que dans le cas sans équivalence.

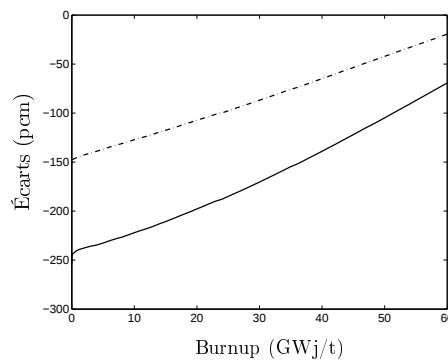


FIGURE 2.26 : Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier avec (pointillés) ou sans (trait plein) équivalence et la référence, cas du MOX

L'amélioration des résultats à l'échelle de l'assemblage se confirme aussi dans le cas du MOX lorsque sont étudiés les flux neutroniques, les concentrations isotopiques

et les puissances locales (figures suivantes). Les résultats pour le flux neutronique à burnup nul sont présentés à la figure 2.27. Dans le cas du groupe rapide, comme pour l'UOX, on garde une certaine homogénéité des résultats par rapport au schéma sans équivalence, cependant, les extremas sont diminués. L'ajout de l'équivalence SPH apporte encore une différence de comportement au niveau des trous d'eau. Pour ce qui est du groupe thermique, les résultats sont encore une fois de très bonne qualité. L'écart moyen passe à -0.04% , contre -0.46% dans le cas sans équivalence.

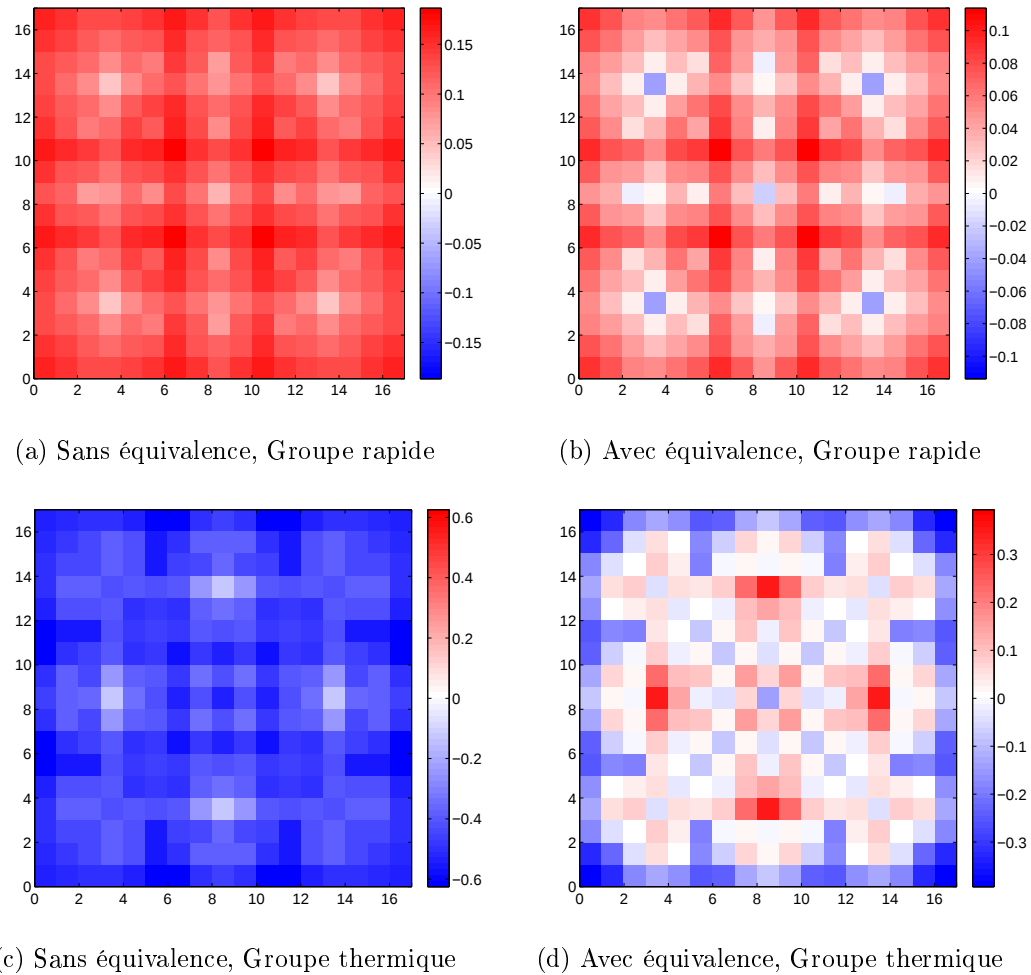


FIGURE 2.27 : Écarts des flux neutroniques en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul, cas du MOX

La figure 2.28 présente les mêmes comparaisons que précédemment en fin de cycle.

Comme pour l'UOX, la carte des écarts reste semblable avec et sans équivalence. Cependant, les résultats homogènes sont eux, diminués dans les deux groupes. L'équivalence SPH au cours de l'évolution améliore donc les résultats de notre calcul.

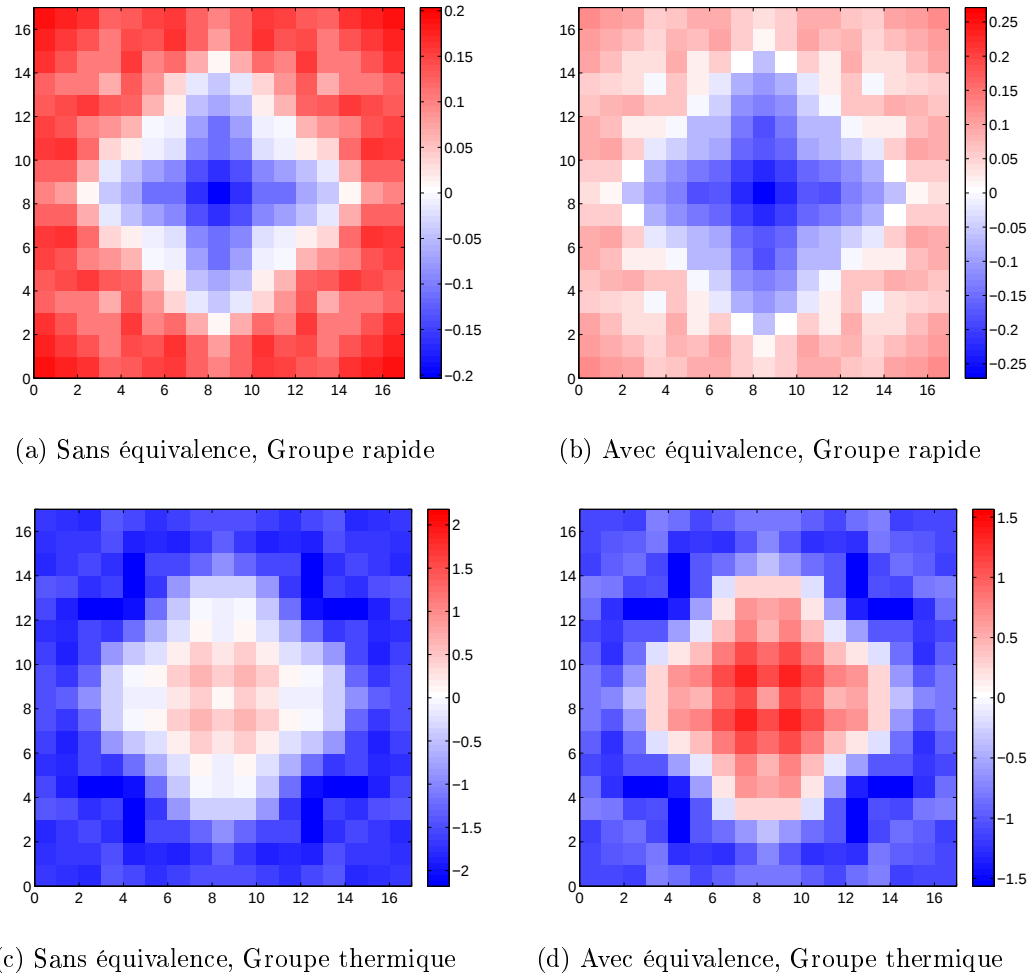


FIGURE 2.28 : Écarts des flux neutroniques en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle, cas du MOX

La figure suivante (figure 2.29) traite des écarts en concentration en fin de cycle . Comme pour l'UOX (figure 2.23), l'allure globale reste identique pour l'évolution des trois isotopes que nous observons. On peut toutefois noter que l'écart moyen diminue légèrement (notamment pour le ^{239}Pu qui passe de $+1.08\%$ à $+0.60\%$).

Le cas de l' ^{238}U est là encore intéressant. On observe, comme pour l'UOX, que le calcul des concentrations est légèrement amélioré au niveau des crayons en face d'un trou d'eau. L'ajout d'une équivalence améliore donc les données au niveau de ces crayons.

Les écarts sur les puissances locales à burnup nul sont présentés à la figure 2.30. Les extremas sont fortement diminués dans les deux groupes. Dans le cas du groupe thermique, la carte des écarts est assez faible et fortement hétérogène, s'approchant ainsi du calcul de référence. Les écarts homogènes passent de $+0.48\%$ à $+0.07\%$ dans le groupe rapide et de -0.28% à -0.04% dans le groupe thermique.

La dernière figure présentée dans le cadre de l'étude de l'intérêt d'une équivalence SPH est la figure 2.31. Elle présente la puissance locale en fin de cycle pour les deux groupes. Les cartes sont relativement semblables, mais les écarts en homogène sont tout de même diminués, ce qui apporte donc un intérêt non négligeable au calcul d'équivalence ; dans le groupe rapide, les écarts sont diminués de $+0.79\%$ à $+0.24\%$ tandis que dans le groupe thermique, ils passent de -0.43% à -0.13% .

Les résultats du MOX confirment donc que l'ajout d'un calcul d'équivalence lors de la condensation à 26 groupes d'énergie améliore les résultats homogènes sur l'assemblage et aussi les résultats dans les crayons face à un trou d'eau.

2.2.3.3 Temps de calcul

Nous venons donc de voir qu'ajouter une équivalence énergétique entre le premier et le second niveau lors de la condensation améliore une partie des résultats du premier schéma de calculs proposé. Cependant, ajouter cette équivalence n'est pas entièrement gratuit en temps de calcul. L'ensemble des temps de calcul est présenté à la partie 2.3.3. Dans le cas de l'UOX, la convergence du calcul des facteurs SPH

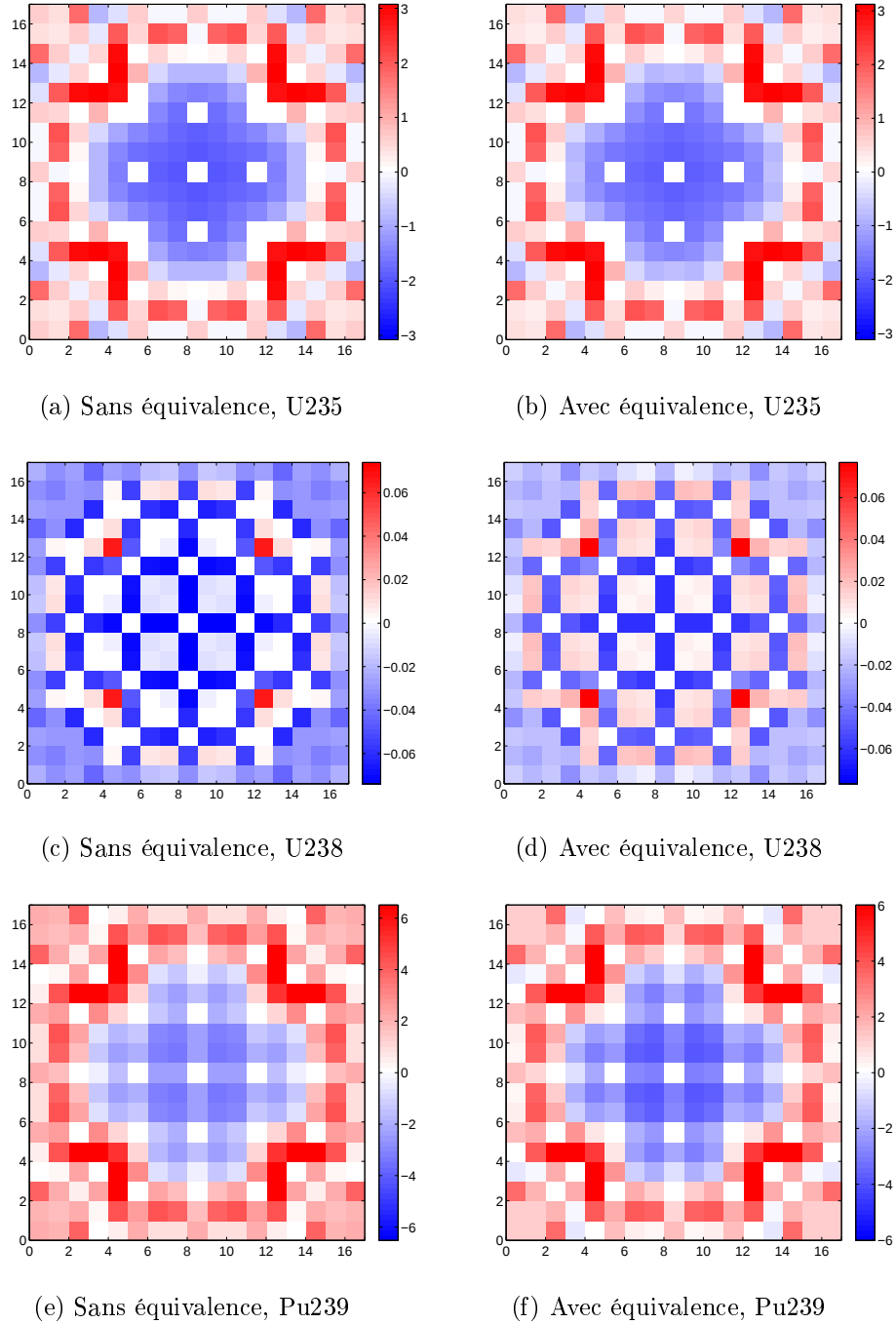


FIGURE 2.29 : Écarts des concentrations isotopiques en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle, cas du MOX

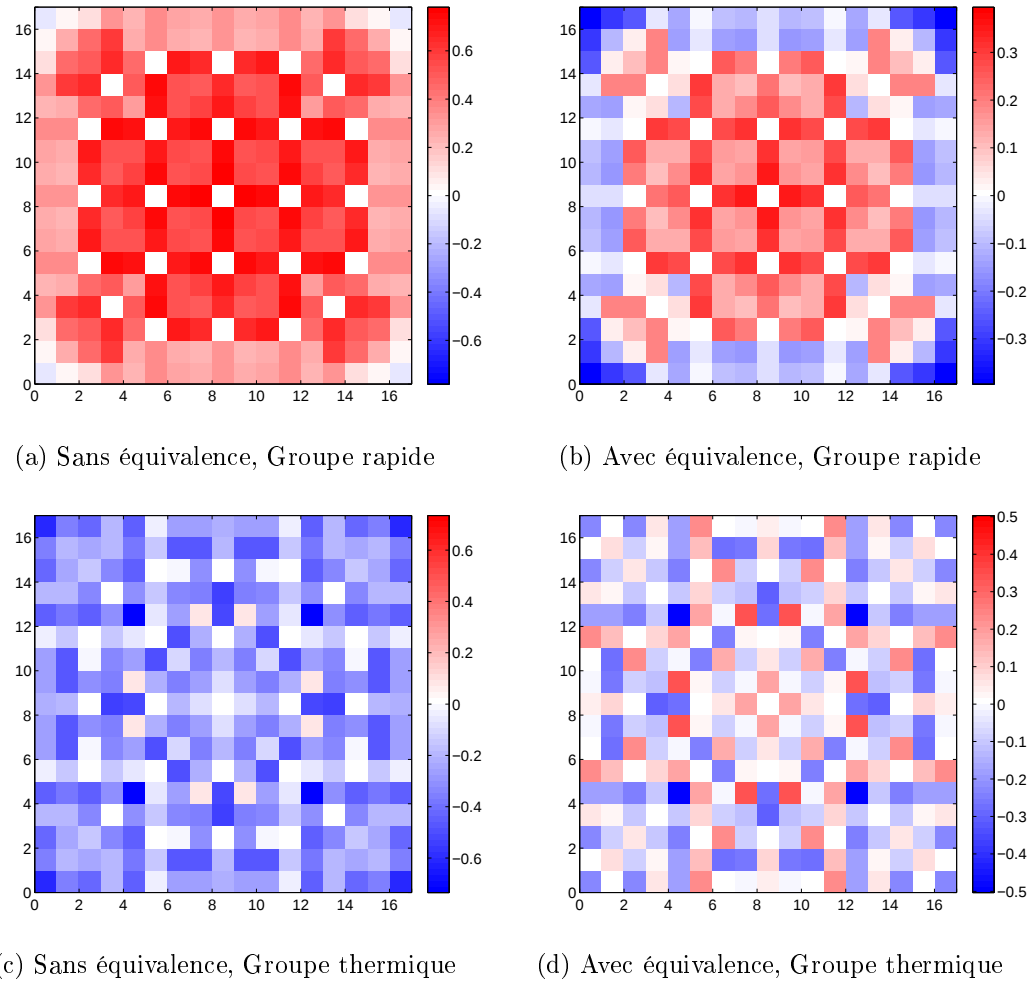
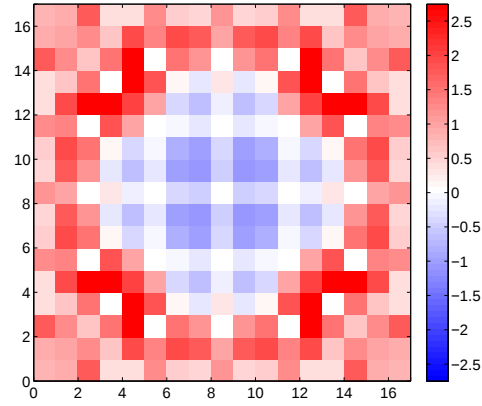
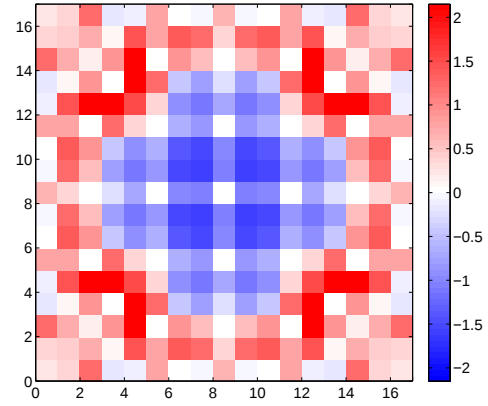


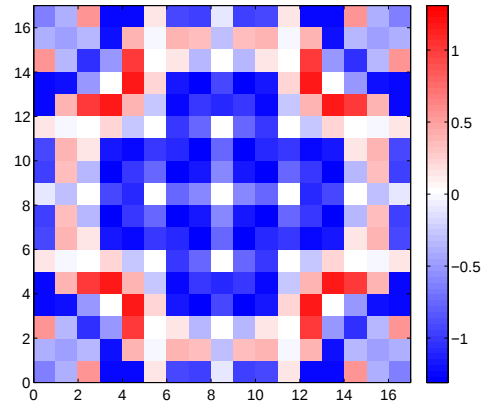
FIGURE 2.30 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence à burnup nul, cas du MOX



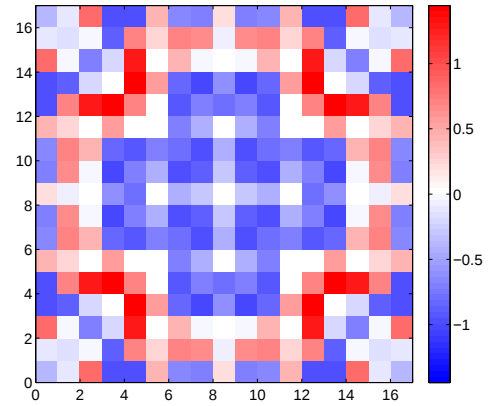
(a) Sans équivalence, Groupe rapide



(b) Avec équivalence, Groupe rapide



(c) Sans équivalence, Groupe thermique



(d) Avec équivalence, Groupe thermique

FIGURE 2.31 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre les schémas Le Tellier sans ou avec équivalence et la référence en fin de cycle, cas du MOX

est atteinte en une vingtaine d'itérations ce qui représente un temps de calcul supplémentaire de l'ordre d'une quinzaine de seconde par pas de burnup.

Dans le cas du MOX, les critères par défaut, à savoir un critère de convergence de 10^{-4} pour l'ensemble des facteurs SPH impose un nombre d'itérations de calcul des facteurs de l'ordre de 150 à 200 itérations (soit approximativement 200 secondes de calcul supplémentaire par pas de burnup). En étudiant le phénomène, on peut observer que certains coefficients (en nombre minoritaire) sont très éloignés de 1 (de 0.5 à 1.6). Cet éloignement impose alors un grand nombre d'itérations pour arriver à convergence. Le cas où le critère de convergence passe à 5.0×10^{-4} a été alors proposé pour accélérer les calculs. Le nombre d'itérations est, dans ce cas, fortement diminué, pour tomber à une valeur située entre 20 et 30 suivants les cas. Le temps de calcul ajouté est d'environ 25 secondes par pas de burnup. Une étude un peu plus poussée des facteurs montre alors que l'on a obtenu la convergence (c'est à dire que l'on retombe sur les mêmes valeurs que lorsque le critère de convergence est plus élevé) pour la majorité des coefficients proches de 1. Les écarts sur les facteurs se situent donc au niveau des facteurs éloignés de 1. Les écarts de réactivité entre les deux critères de convergence sont inférieurs à 1 pcm et les résultats sur la plupart des flux, taux, puissances ou concentrations isotopiques en fin de cycle inférieurs à 0.2% (moins de 0.05% dans le cas du ^{239}Pu qui est l'isotope fissile). Il a donc été fait le choix de garder ce critère de convergence par la suite.

L'ajout d'une équivalence de type transport-transport lors de la condensation à 26 groupes permet donc d'améliorer les résultats de manière notable, sans pour autant trop dégrader le temps de calcul. Ce faible temps de calcul pour déterminer la valeur des facteurs d'équivalence est notamment explicable par l'utilisation du mot clé ARM, qui permet d'activer les itérations flux-courants lors de la résolution de l'équation de Boltzmann par la méthode des courants d'interface. Alors que (Le Tellier et Hébert, 2007a) précise qu'il n'y a pas d'intérêt *a priori* à ajou-

ter d'équivalence lors de la condensation, les résultats obtenus ici sont meilleurs avec une telle équivalence. Il faut toutefois préciser que des améliorations et des rectifications ont été ajoutées au module **EDI** : , permettant de calculer les facteurs d'équivalence, depuis le travail de Romain Le Tellier, ce qui pourrait expliquer que de tels écarts soient observés.

2.3 Vers une amélioration du schéma Le Tellier et résultats

Comme nous avons pu le voir dans la section précédente, le problème principal réside dans le traitement des concentrations des différents isotopes au cours de l'évolution. Au premier ainsi qu'au second niveau certains crayons sont regroupés, et chaque couronne des crayons regroupés conserve ses propres valeurs de concentration isotopiques. Afin de réduire cet écart, l'idée consiste à considérer une évolution séparée pour chaque couronne de chaque crayon combustible, même si certains crayons sont regroupés lors du calcul de flux de premier niveau. L'amélioration consiste donc à ajouter quelques étapes au calcul à double niveau présenté précédemment. Dans la suite du projet, ce schéma portera le nom de schéma de type « Le Tellier étendu ».

La première étape qu'il faut ajouter au schéma est une multiplication des milieux présents au second niveau, à partir de la bibliothèque à 26 groupes créée après la condensation qui fait suite au calcul de premier niveau. On passe ainsi de 20 milieux évoluant au premier niveau dans le cas de l'UOX (32 dans le cas du MOX) à 156 milieux évoluant au second niveau. Chaque couronne se voit attribuer un jeu de sections efficaces correspondant à celui obtenu au premier niveau dans son regroupement. Au premier pas de burnup, les concentrations sont correctes, car elles n'ont pas encore évolué. Pour tous les autres cas, l'étape suivante est de mettre à jour les concentrations de chaque isotope avec celles obtenues à la

fin du calcul d'évolution du pas précédent. Ensuite, on réalise le calcul de flux avec la méthode des caractéristiques comme précédemment. L'étape d'évolution est légèrement modifiée : dans ce cas, l'ensemble des milieux combustibles évolue avec le flux calculé au second niveau. La bibliothèque après évolution est donc une bibliothèque à 26 groupes et 156 milieux combustibles évolués. Une étape d'homogénéisation est ensuite ajoutée, pour obtenir les concentrations et les milieux du premier niveau. On met alors à jour la bibliothèque de premier niveau à 281 groupes et on peut enfin repartir pour un calcul complet au pas suivant.

Nous avons vu dans la partie précédente que l'ajout d'une équivalence énergétique entre le premier et le second niveau améliorerait grandement les résultats du calcul. Seuls les écarts entre le calcul de type Le Tellier étendu avec équivalence et le calcul de référence est présenté par la suite. Les résultats sans équivalence sont présentés à l'annexe A.

2.3.1 Résultats avec équivalence

La première différence à constater est l'écart de réactivité entre les calculs de type Le Tellier et les calculs de type Le Tellier étendu. Ils sont présentés à la figure 2.32. On observe que les écarts restent très faibles, et que donc le comportement général (du point de vue de l'assemblage) n'est pas profondément modifié par ce nouvel aspect du calcul. On s'attend en effet plutôt à observer des changements à l'échelle du crayon, et non de l'assemblage.

2.3.1.1 Cas de l'UOX

La figure 2.33 présente l'écart entre les schémas de type Le Tellier étendu avec ou sans équivalence par rapport au calcul de référence. On observe, comme dans le cas

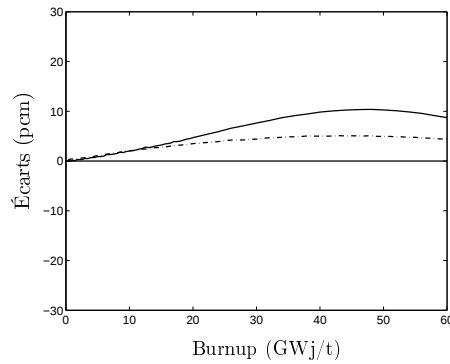


FIGURE 2.32 : Écarts de réactivité entre le schéma de calcul Le Tellier et le schéma Le Tellier étendu, cas UOX (trait) et cas MOX (pointillés)

des calculs de type Le Tellier, que les résultats sont fortement améliorés grâce à l'équivalence énergétique. Dans le cas avec équivalence, le double niveau est moins réactif initialement de -170 pcm, puis on a une bascule pour terminer à environ 30 pcm.

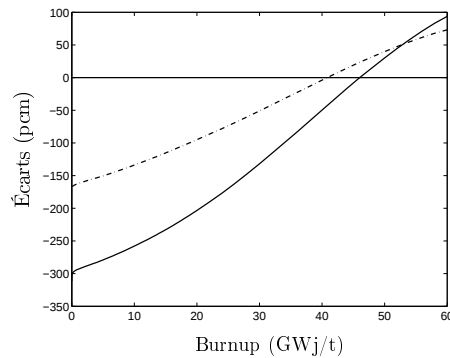


FIGURE 2.33 : Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier étendu avec équivalence (pointillés) et sans équivalence (trait plein), cas UOX

Les écarts portant sur le flux à burnup nul sont strictement identiques à ceux présentés aux figures 2.21b et 2.21d. En effet, à burnup nul, il est normal que les deux schémas de calculs proposés donnent les mêmes résultats, car même si le calcul en lui même est différent, les données physiques sont elles identiques. On s'intéressera donc ici au résultat en fin de cycle, c'est à dire à 48000 MWj/t. Ils sont présentés à la figure 2.34. Dans le cas du groupe rapide, le flux en fin de cycle

du calcul Le Tellier étendu (2.34b) présente une différence locale bien plus faible que dans le cas du calcul Le Tellier (2.34a). Cependant, les écarts homogènes sur l'assemblage restent similaires et du même ordre de grandeur (à savoir, de l'ordre de -0.03%). L'amélioration du calcul à l'échelle des crayons est encore plus visible dans le groupe thermique. Dans ce groupe, l'écart de flux entre un calcul de type Le Tellier étendu et la référence est globalement homogène et de l'ordre de -0.80% sur l'ensemble de l'assemblage. Dans le cas du calcul Le Tellier, les disparités étaient fortes, mais l'écart moyen était du même ordre de grandeur (-0.84%).

Contrairement au schéma de type Le Tellier, les différences observées sont globalement monotones et ne présentent pas de disparités fortes au sein même de l'assemblage, et ceci quelque soit le moment dans le cycle où l'on regarde les données. On voit donc ici un premier intérêt à traiter les concentrations isotopiques de chaque crayon individuellement et non en moyenne pour un ensemble de crayons.

Un autre résultat très intéressant se situe au niveau des écarts de concentrations isotopiques. Ces écarts sont présentés (avec les écarts du schéma de type Le Tellier) à la figure 2.35. Dans le cas de l' ^{235}U pour le schéma de type Le Tellier étendu (figure 2.35b), les résultats donnent pour tous les pas de burnup une consommation moindre de l' ^{235}U dans le schéma double niveau que dans le schéma simple niveau. Les écarts sont globalement homogènes et tendent à s'accroître avec le burnup, pour atteindre +1.10% localement à 48000 MWj/t. On reste cependant très éloigné des quelques 8% locaux que l'on a pu observer avec un schéma de type Le Tellier avec équivalence. La concentration des crayons face aux trous d'eau, est celle qui montre le plus d'écarts pour tous les isotopes. Les écarts homogènes restent relativement similaires (de l'ordre de 0.65%).

Dans le cas de l' ^{238}U , les résultats obtenus sont toujours relativement faibles. On observe que ce sont dans les crayons face aux trous d'eau que les écarts sont les

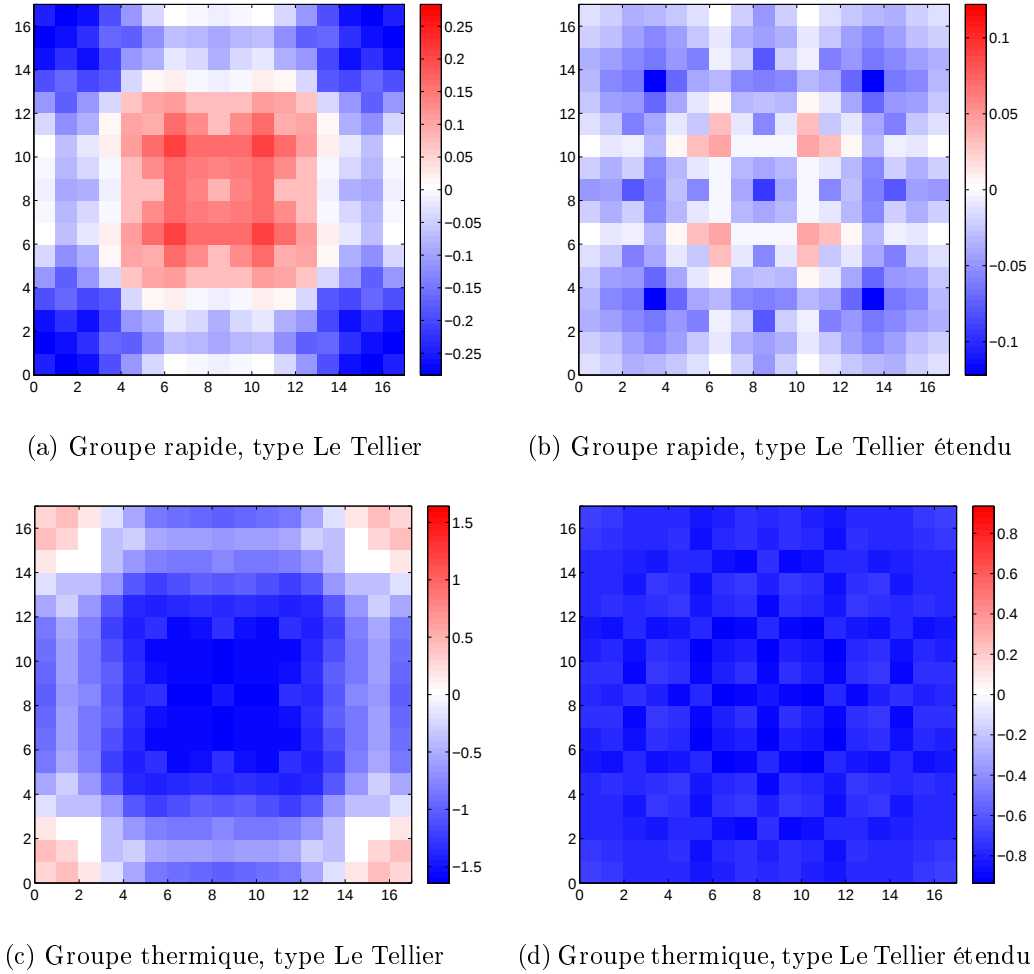
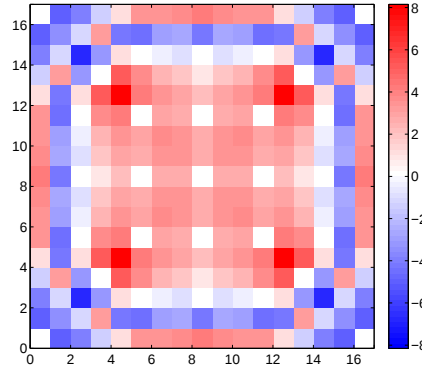


FIGURE 2.34 : Écarts des flux en pourcentage entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t, cas UOX

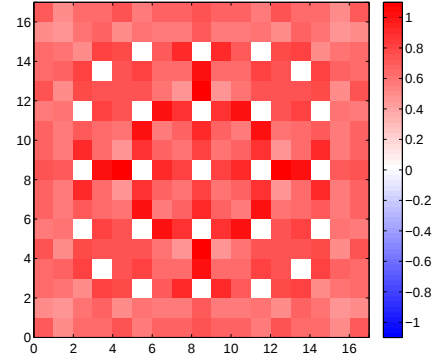
plus importants (à mettre en relation avec la formation de ^{239}Pu). On y observe moins d'isotopes dans le schéma double niveau que dans le schéma simple niveau. On observe une disparité dans le crayon P55 (il y reste plus d'isotopes d' ^{238}U dans le double niveau que dans le simple niveau), mais celle-ci est plus faible que dans le schéma de type Le Tellier (+0.05% contre +0.10%). Cette observation de différences entre les schémas double niveau et simple niveau, pour les crayons face à un trou d'eau, laisse présumer que le traitement des données en double niveau est mal pris en compte pour l'évolution de l' ^{238}U dans P55. Les résultats locaux sont, dans l'ensemble, deux fois moins élevés que dans le schéma à double niveau de type Le Tellier.

Enfin, dans le cas du ^{239}Pu , on observe là encore une formation plus importante dans le schéma double niveau que dans le schéma simple niveau. Ce sont là aussi les crayons qui sont face aux trous d'eau qui prennent des valeurs d'écarts les plus importantes au niveau de l'assemblage, allant jusque +2.0% à 48000 MWj/t. Encore une fois, l'inventaire isotopique local est plus proche du schéma simple niveau que le calcul de type Le Tellier (où l'on avait presque +3.5% pour les crayons face aux trous d'eau), mais les écarts moyens sont proches (de l'ordre de +0.9%).

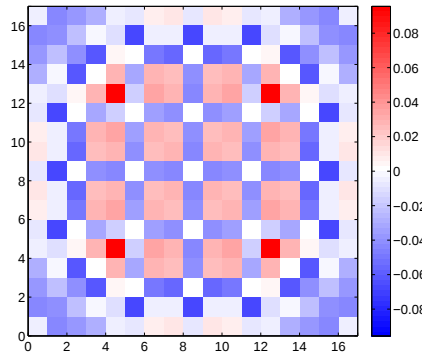
Les écarts observés entre le nouveau schéma et la référence pour la puissance locale $P_{g,c}$ sont globalement moins hétérogènes que dans le cas du schéma de type Le Tellier (figure 2.36). Dans le groupe rapide, on trouve une puissance locale plus importante dans le cas du schéma à double niveau que dans le cas du schéma à simple niveau. Cet écart va progressivement en augmentant, passant d'une valeur en homogène de +0.05% à +0.32% en fin de vie. On peut observer quelques disparités locales, notamment dans le crayon P55 qui a un comportement différent dans les deux schémas. Les écarts locaux sont quasiment tous divisés par deux dans le schéma Le Tellier étendu par rapport au schéma Le Tellier classique. Dans le groupe thermique, on peut observer que la différence est inversée (puissance locale moins



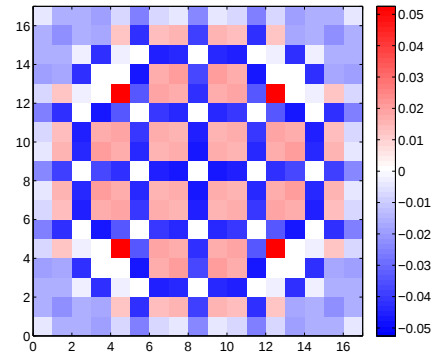
(a) U235, schéma Le Tellier



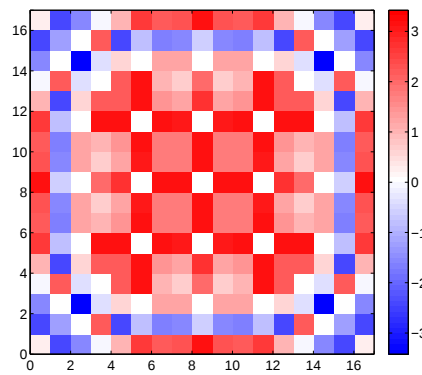
(b) U235, schéma Le Tellier étendu



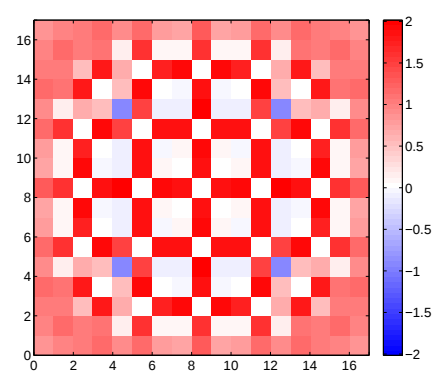
(c) U238, schéma Le Tellier



(d) U238, schéma Le Tellier étendu



(e) Pu239, schéma Le Tellier



(f) Pu239, schéma Le Tellier étendu

FIGURE 2.35 : Écarts de concentrations de certains isotopes en pourcentage entre les calculs double niveau et la référence, cas UOX

élevée en double niveau qu'en simple niveau de -0.02% à -0.10%) en moyenne pour un assemblage, mais une tendance contraire est observée pour les crayons face à un trou d'eau, prenant dans ces crayons des valeurs jusque $+0.63\%$ en fin de vie. On peut supposer que cette puissance locale plus élevée est directement liée à une présence plus grande d'isotopes fissiles dans ces crayons de l'assemblage (^{235}U à la figure 2.39b et ^{239}Pu à la figure 2.39f). Cette valeur reste faible, contrairement au schéma de type Le Tellier où l'on a observé des différences allant jusque $+1.77\%$.

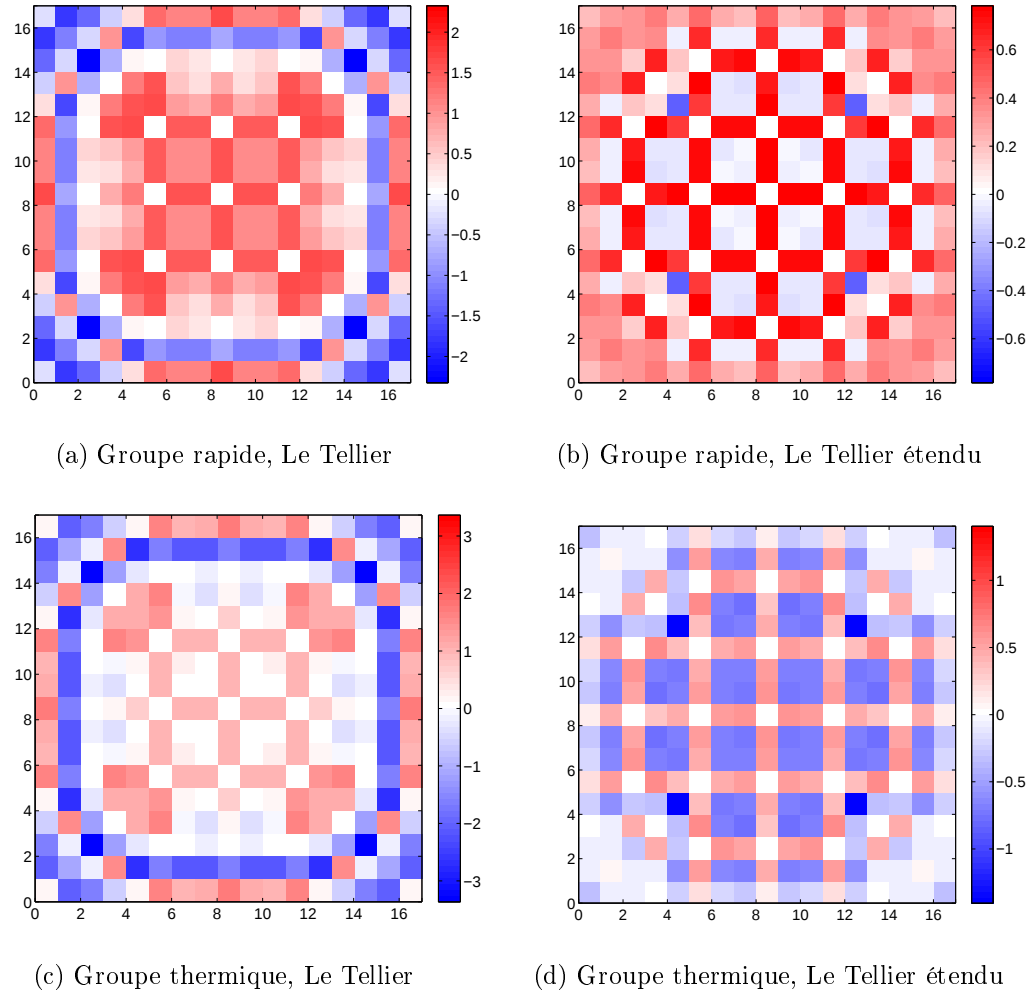


FIGURE 2.36 : Écart des puissances locales en pourcentage entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t, cas UOX

2.3.1.2 Cas du MOX

La figure 2.37 présente l'écart de réactivité entre les schémas de type Le Tellier étendu avec ou sans équivalence par rapport au calcul de référence. On observe, comme dans le cas des calculs de type Le Tellier, que les résultats sont fortement améliorés grâce à l'équivalence énergétique. Dans le cas avec équivalence, le double niveau est moins réactif initialement de -150 pcm, puis on a une bascule pour terminer à environ -50 pcm.

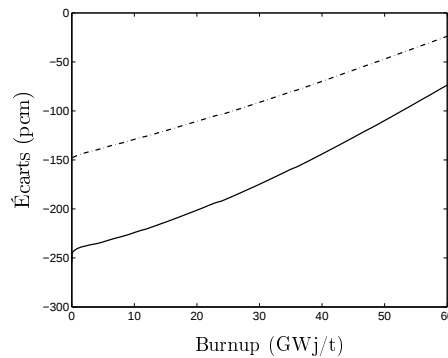


FIGURE 2.37 : Écarts de réactivité entre le calcul de type Le Tellier étendu avec équivalence (pointillés) et sans équivalence (trait plein), cas MOX

Les résultats que l'on a observés concernant le flux pour l'UOX sont conservés pour le MOX. Les résultats à burnup nuls sont similaires à ceux des calculs de type Le Tellier. Dans le cas du groupe rapide, le flux à burnup nul est plus élevé dans le schéma à double niveau (écart homogène de +0.05%). On observe ensuite un tassement de la valeur moyenne de l'écart, qui passe à +0.04% et qui termine à +0.01% en fin de vie. Les valeurs crayon par crayon sont près de deux fois plus faibles que dans le cas Le Tellier (figures 2.38a à 2.38d). Dans le groupe thermique, on observe dès le début (burnup nul) que le flux thermique est plus faible dans le double niveau par rapport au simple niveau (écart de l'ordre de -0.04%). Cet écart augmente progressivement sur l'ensemble de l'assemblage, jusque atteindre environ -0.51% à 48000 MWj/t. L'écart se répartit de manière homogène sur l'ensemble

de l'assemblage, contrairement au cas Le Tellier qui présente le même type d'écart homogène, mais pour lequel la répartition locale est beaucoup plus hétérogène.

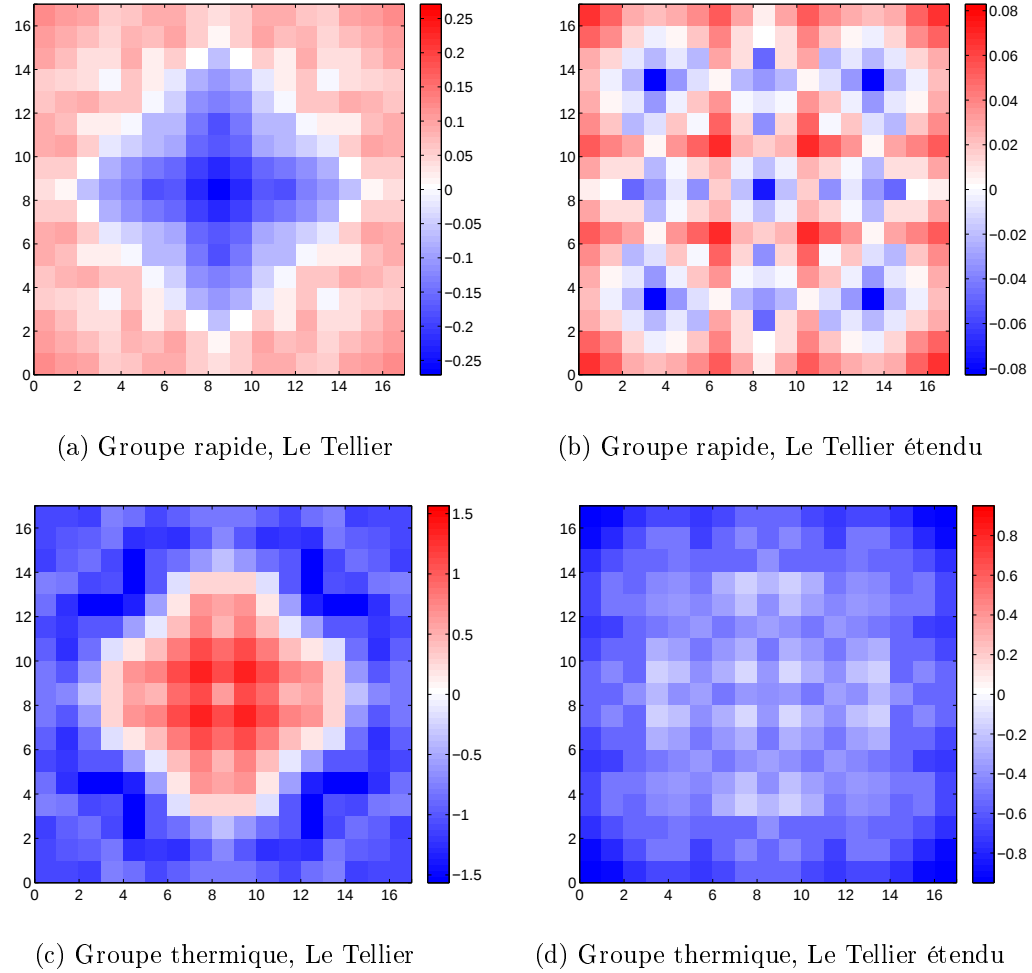


FIGURE 2.38 : Écarts des flux en pourcentage entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t, cas MOX

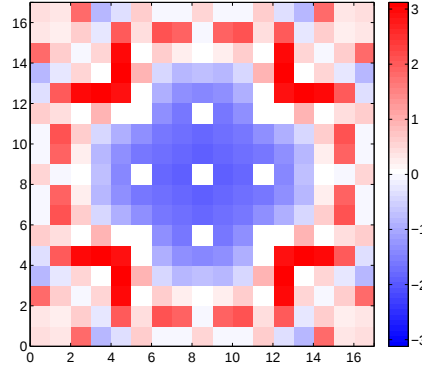
Au niveau des concentrations isotopiques, on observe là encore que les résultats sont grandement améliorés localement, sans pour autant avoir d'incidence sur la moyenne sur l'assemblage (figure 2.39). Pour l' ^{235}U , à 48000 MWj/t, on a consommé plus d' ^{235}U dans le schéma simple niveau que dans le schéma double niveau : la valeur moyenne est de +0.15%, mais on a des disparités au sein de l'assemblage (que l'on ne pouvait pas nécessairement observer dans le schéma Le Tellier). Il faut

bien se rendre compte ici que les valeurs des extremas locaux sont divisées par près d'un facteur dix.

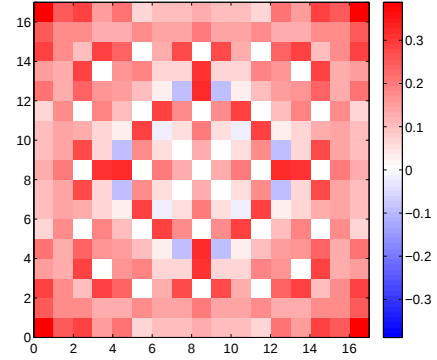
Pour l' ^{238}U , les résultats obtenus sur les écarts sont relativement faibles. On observe que ce sont dans les crayons face aux trous d'eau que ceux-ci sont les plus importants (à mettre en relation avec la moindre disparition du ^{239}Pu). Moins d'isotopes sont présents dans le schéma double niveau que dans le schéma simple niveau. On a là encore une disparité dans le crayon P55 (il reste plus d'isotopes d' ^{238}U dans le double niveau que dans le simple niveau), ainsi que pour la plupart des autres crayons en coin d'un trou d'eau, mais celle-ci est plus faible que dans le schéma de type Le Tellier (+0.050% contre +0.077% à 48000 MWj/t).

Rappelons que dans un combustible MOX, le ^{239}Pu est le noyau fissile principal. La consommation de ^{239}Pu est globalement moindre avec le schéma double niveau qu'avec le schéma simple niveau (rappel : le bilan en ^{239}Pu prend en compte la consommation en matière fissile et la création à partir de l' ^{238}U), les écarts les plus marqués étant ceux situés en face d'un trou d'eau. On observe là encore un écart inverse dans les crayons en coin d'un trou d'eau. Les écarts vont jusque +1.40% dans ces crayons en face d'un trou d'eau en fin de cycle (contre près de +6.01% dans le cas d'un calcul de type Le Tellier).

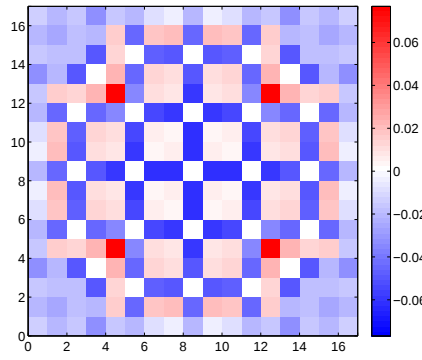
Les résultats pour les puissances locales sont présentés à la figure 2.40. Là encore, les résultats observés pour l'UOX peuvent être reconduits pour le MOX. Les écarts observés entre les deux schémas sont globalement moins hétérogènes (lié au traitement crayon par crayon du schéma) que dans le cas du schéma de type Le Tellier. Dans la plupart des crayons, on trouve une puissance locale plus importante dans le cas du schéma à double niveau que dans le cas du schéma à simple niveau dans le groupe rapide et moins importante dans le groupe thermique (lien direct avec les écarts sur le flux). La valeur moyenne pour l'ensemble des groupes varie de +0.07%



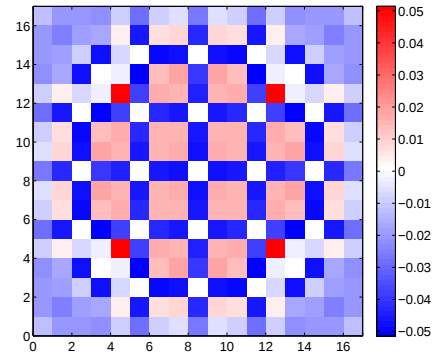
(a) U235, schéma Le Tellier



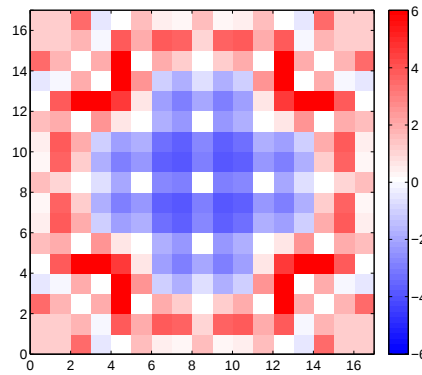
(b) U235, schéma Le Tellier étendu



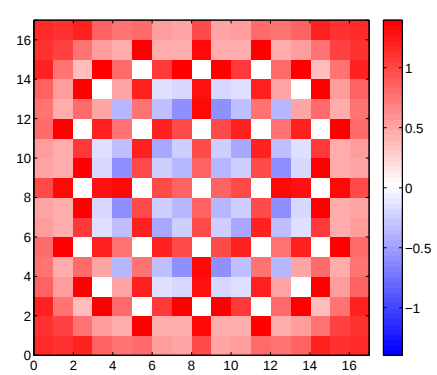
(c) U238, schéma Le Tellier



(d) U238, schéma Le Tellier étendu



(e) Pu239, schéma Le Tellier



(f) Pu239, schéma Le Tellier étendu

FIGURE 2.39 : Écarts de concentrations de certains isotopes en pourcentage entre le schéma Le Tellier et la référence, cas MOX

à $+0.25\%$ dans le groupe rapide et de -0.04% à -0.13% dans le groupe thermique. Dans le groupe rapide, on peut cependant observer que la différence est plus marquée pour les crayons en face d'un trou d'eau (jusque $+0.63\%$ à 48000 MWj/t), mais moins élevé que dans le cas du schéma de type Le Tellier où l'on a observé des différences allant jusque $+2.15\%$ dans les crayons proches de P55. Ces hétérogénéités sur le groupe rapide sont directement à mettre en lien avec la concentration en ^{239}Pu . Dans le groupe thermique, les écarts sont moins marqués dans les crayons en face aux trous d'eau.

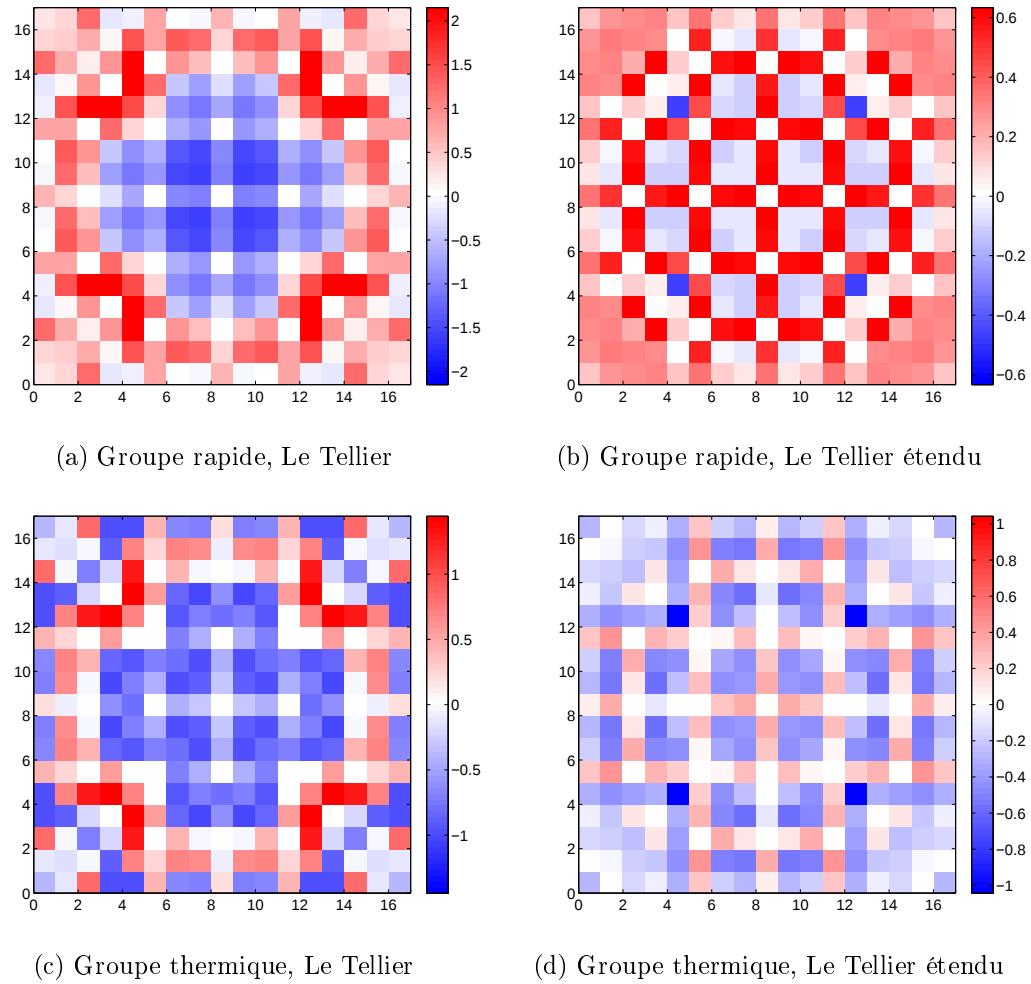


FIGURE 2.40 : Écarts des puissances locales en pourcentage entre les calculs double niveau et la référence à burnup 48000 MWj/t , cas MOX

En conclusion de cette partie, nous avons pu constater que le schéma de type Le Tellier étendu améliore grandement les résultats locaux pour l'ensemble des paramètres étudiés. L'ensemble de ces nouveaux résultats et leurs faibles différences avec le calcul à simple niveau nous permet de valider ce nouveau schéma de calcul. Ce sera donc ce schéma qui sera privilégié pour la création de bases de données multiparamétrées. Les résultats moyens, c'est à dire les résultats généraux sur l'assemblage restent eux cependant inchangés, malgré les améliorations locales. Le schéma de type Le Tellier suffit donc pour des calculs pour lesquels on a seulement besoin de données assemblages, alors que si l'on souhaite des données locales, notamment des concentrations isotopiques en fin de vie et crayon par crayon, il est préférable d'utiliser un calcul de type Le Tellier étendu.

2.3.2 Écarts entre le schéma Le Tellier et le schéma Le Tellier étendu

Dans cette partie, on reprend les écarts entre les deux schémas de calcul uniquement. Nous avons vu à la figure 2.32 que les écarts en réactivité étaient relativement faibles. Nous allons ici nous intéresser uniquement aux écarts sur le flux neutronique, les concentrations isotopiques et les puissances locales du cas de l'UOX pour bien comprendre quel est l'impact de ce nouveau schéma de calcul par rapport à l'ancien. Le cas du MOX est présenté dans l'annexe A. A burnup nul il n'y a aucun écart entre les deux types de schéma. On va donc uniquement se concentrer ici sur l'évolution.

Les écarts observés sur la réactivité ont été présentés à la figure 2.32. Les deux types de schéma suivent une réactivité relativement proches, le schéma de type Le Tellier étant en fin de cycle légèrement plus réactif que le schéma de type Le Tellier étendu, d'environ 10 pcm.

Les écarts sur le flux sont présentés à la figure 2.41. On a ici un comportement assez similaire au cas de la différence en fin de vie entre le type Le Tellier et le calcul simple niveau. On a cette fois-ci clairement un comportement inversé entre les écarts du groupe rapide et les écarts du groupe thermique. Le comportement reste le même au cours de l'évolution, mais les valeurs de ces écarts augmentent. On observe donc une divergence progressive des écarts entre le centre, avec un flux plus élevé (+0.18% à 48000 MWj/t) dans le groupe rapide dans le type Le Tellier que dans le type Le Tellier étendu et les coins, où le flux rapide est moins élevé (-0.24% à 48000 MWj/t) dans le type Le Tellier. Le comportement est inversé dans le groupe thermique (-0.80% à 48000 MWj/t au centre et +1.17% dans le coin). Ce comportement peut s'expliquer par le fait que l'on n'a qu'une évolution en moyenne des crayons dans le schéma Le Tellier, et que le comportement des crayons lorsqu'ils sont individualisés, s'écarte de cette moyenne au fur et à mesure de l'évolution. C'est notamment le cas lorsque l'on part du centre pour aller vers le coin. Le long du bord de l'assemblage, on observe un gradient progressif dans les deux groupes (du crayon P91 au crayon P98), typique là encore d'un comportement moyen : la quasi totalité des crayons de bord est représentée par un seul et même crayon, mais on voit ici nettement que certains crayons évoluent plus ou moins séparément par rapport à leur moyenne. Les écarts moyens sont très faibles (-0.01% dans le groupe rapide, -0.05% dans le groupe thermique à 48000 MWj/t).

Les comportements des écarts sur les concentrations isotopiques sont présentés à la figure 2.42. L' ^{235}U a le même comportement que dans le cas de la différence entre le type Le Tellier face à la référence simple niveau (figure 2.14a). L' ^{238}U et le ^{239}Pu ont d'un point de vue graphique exactement le même comportement que l' ^{235}U (couronne le long de la rangée de crayons du bord et valeur maximale prise en P55). Dans l'autre cas, on observait des maxima de formation de ^{239}Pu (et de disparition d' ^{238}U) dans les crayons face aux trous d'eau, alors qu'ici on n'observe

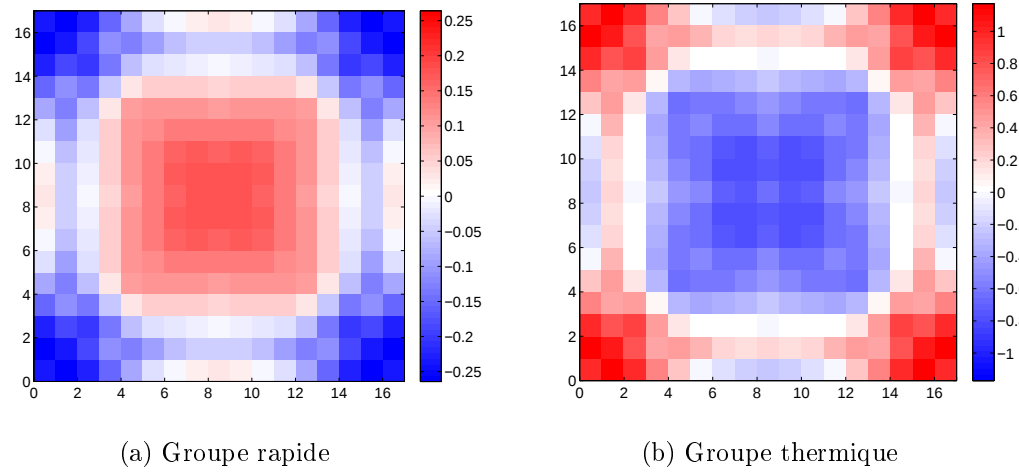


FIGURE 2.41 : Écarts en fin de cycle des flux en pourcentage entre les deux types de calculs double niveau, cas UOX

pas de tel comportement. Ceci indique que la modélisation du ^{239}Pu pourrait être améliorée dans le schéma double niveau (on observe de tels comportements dans les comparaisons double niveau/simple niveau, mais pas dans les comparaisons double niveau/double niveau).

Du point de vue des valeurs obtenues, on observe de très forts écarts, notamment pour l' ^{235}U et le ^{239}Pu (de -7.29% à $+7.37\%$ pour l' ^{235}U et de -3.93% à $+3.10\%$ pour le ^{239}Pu à 48000 MWj/t), qui sont relativement proche des écarts que l'on a obtenu dans la comparaison type Le Tellier vs simple niveau. Cependant, en moyenne, les valeurs sont bonnes (-0.03% pour l' ^{235}U et -0.03% pour le ^{239}Pu). Pour l' ^{238}U , les écarts locaux sont moins élevés que lors des comparaisons double niveau/simple niveau et prennent une valeur inférieure à 0.02% dans une grande majorité de crayons. Ces écarts en concentration sont directement liés à l'évolution en moyenne des crayons. On observe en effet des gradients au sein des mêmes regroupements de crayons (centre par rapport au bord, gradient le long de la dernière rangée de crayon, etc).

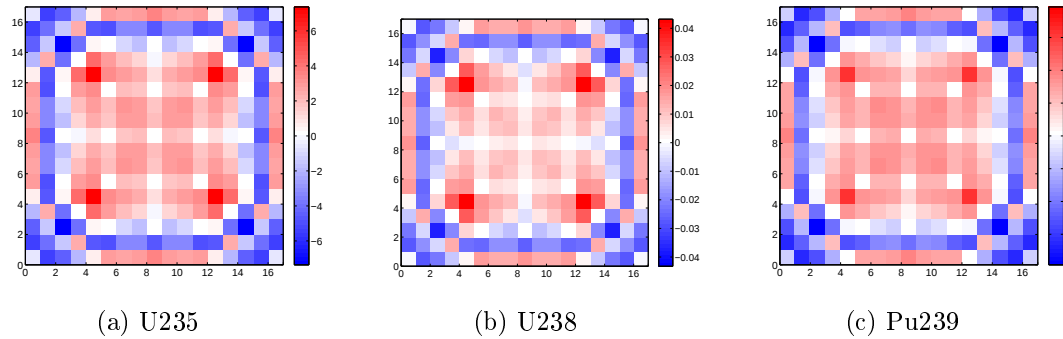


FIGURE 2.42 : Écarts en fin de cycle de concentrations de certains isotopes en pourcentage entre les deux types de calculs double niveau, cas UOX

Les écarts sur les puissances locales sont présentés à la figure 2.43. En dehors des valeurs précises dans l'ensemble des différents groupes et burnup, on observe que le comportement est similaire dans le groupe rapide et dans le groupe thermique et ressemble fortement au comportement des concentrations isotopiques. Comme dans la comparaison double niveau type Le Tellier et simple niveau, on observe une couronne tout autour de la dernière rangée de crayons et là encore une valeur maximale en P55. On observe toujours que l'écart en moyenne est faible entre les deux cas double niveau (entre -0.02% et $+0.01\%$ pour les deux groupes et les deux burnups), mais on peut observer de fortes disparités locales (jusque près de 3.1% d'écart).

En conclusion, dans le cas de l'UOX, comme dans le cas du MOX, les écarts moyens entre ces deux types de calcul sont proches de 0. Les valeurs calculées localement sont elles en revanche plus disparates. Cette comparaison permet de bien observer le comportement des deux schémas de calcul. Alors que le type Le Tellier étendu propose une évolution détaillée des concentrations isotopiques dans les crayons, le type Le Tellier ne le permet pas et c'est cette différence qui induit de grandes disparités entre les deux résultats (jusque près de 8% dans les inventaires isotopiques). Ces fortes différences ont une répercussion immédiate sur le flux neutronique calculé

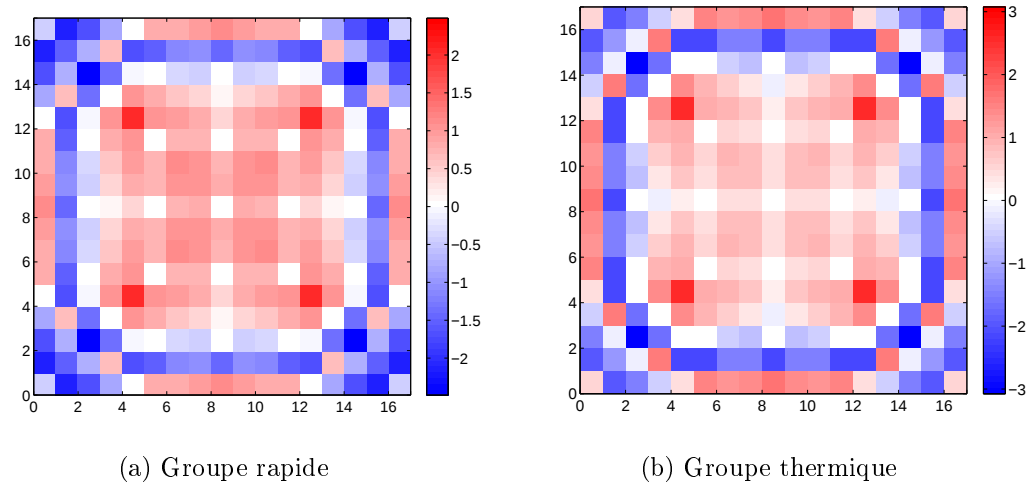


FIGURE 2.43 : Écarts en fin de cycle des puissances locales en pourcentage entre les deux types de calculs double niveau, cas UOX

ainsi que sur la puissance locale. Ces comportements en moyenne sont facilement observables, notamment sur la rangée de crayons de bord de l'assemblage. Les phénomènes observés lors des comparaisons de calcul double niveau/simple niveau sur le comportement des concentrations isotopiques en ^{238}U et en ^{239}Pu ne sont en revanche pas observés, laissant supposer que le traitement du schéma double niveau mériterait d'être amélioré sur ce point. En effet, les comparaisons faites aux figures 2.23 et 2.29 ont permis d'observer que les écarts étaient diminués lorsque l'on faisait une équivalence SPH, laissant supposer qu'il est possible de les réduire en améliorant la condensation à 26 groupes.

2.3.3 Tableaux comparatifs

Dans cette section, nous reprendrons uniquement des écarts sur quelques points entre les différentes versions des schémas double niveau et la référence à simple niveau. Les tableaux 2.4, 2.5, 2.6 et 2.7 reprennent les écarts observés au cours des sections précédentes pour les flux neutroniques et les puissances locales de

l'assemblage UOX. On peut ainsi facilement y retrouver le fait que les puissances moyennes sont affectées par l'équivalence SPH mais non pas par le type de schéma de calcul utilisé, alors que les flux et puissances locales sont principalement modifiés lors de l'utilisation du schéma de calcul Le Tellier étendu, l'équivalence n'ayant qu'un faible impact sur les flux et puissances par crayon. Les comportements dans le MOX sont similaires.

TABLEAU 2.4 : Récapitulatif des écarts en pourcentage des différents schémas pour le flux rapide, par rapport à la référence, cas de l'UOX

	Combustible UOX, groupe rapide			
Burnup	0 GWj/t		48 GWj/t	
Écarts	Moyens	Locaux	Moyens	Locaux
Le Tellier sans équivalence	+0.14	+0.07/+0.20	-0.00	-0.25/+0.25
Le Tellier avec équivalence	+0.05	-0.03/+0.11	-0.04	-0.28/+0.20
Le Tellier étendu sans équivalence	+0.14	+0.07/+0.20	+0.01	-0.07/+0.09
Le Tellier étendu avec équivalence	+0.05	-0.03/+0.11	-0.03	-0.12/+0.04

TABLEAU 2.5 : Récapitulatif des écarts en pourcentage des différents schémas pour le flux thermique, par rapport à la référence, cas de l'UOX

	Combustible UOX, groupe thermique			
Burnup	0 GWj/t		48 GWj/t	
Écarts	Moyens	Locaux	Moyens	Locaux
Le Tellier sans équivalence	-0.15	-0.19/-0.11	-1.58	-2.36/-0.39
Le Tellier avec équivalence	-0.02	-0.07/+0.06	-0.84	-1.64/+0.43
Le Tellier étendu sans équivalence	-0.15	-0.19/-0.11	-1.53	-1.65/-1.37
Le Tellier étendu avec équivalence	-0.02	-0.07/+0.06	-0.80	-0.94/-0.67

Le tableau 2.8 reprend les écarts du principal isotope fissile dans le cas de l'UOX et dans le cas du MOX en fin de vie de l'assemblage. Les conclusions sont similaires

TABLEAU 2.6 : Récapitulatif des écarts en pourcentage des différents schémas pour la puissance locale issue du groupe rapide, par rapport à la référence, cas de l'UOX

	Combustible UOX, groupe rapide			
Burnup	0 GWj/t		48 GWj/t	
Écarts	Moyens	Locaux	Moyens	Locaux
Le Tellier sans équivalence	+0.39	+0.32/+0.52	+0.86	-1.79/+2.26
Le Tellier avec équivalence	+0.05	-0.11/+0.16	+0.30	-2.33/+1.65
Le Tellier étendu sans équivalence	+0.39	+0.32/+0.52	+0.88	+0.07/+1.39
Le Tellier étendu avec équivalence	+0.05	-0.11/+0.16	+0.32	-0.49/+0.78

TABLEAU 2.7 : Récapitulatif des écarts en pourcentage des différents schémas pour la puissance locale issue du groupe thermique, par rapport à la référence, cas de l'UOX

	Combustible UOX, groupe thermique			
Burnup	0 GWj/t		48 GWj/t	
Écarts	Moyens	Locaux	Moyens	Locaux
Le Tellier sans équivalence	-0.12	-0.25/-0.01	-0.26	-3.57/+1.60
Le Tellier avec équivalence	-0.02	-0.14/+0.10	-0.09	-3.37/+1.77
Le Tellier étendu sans équivalence	-0.12	-0.25/-0.01	-0.26	-1.56/+0.49
Le Tellier étendu avec équivalence	-0.02	-0.14/+0.10	-0.10	-1.40/+0.63

à celles des tableaux précédents sur les flux et les puissances locales, à savoir que pour avoir de bonnes estimations des concentrations isotopiques en fin de vie, il faut réaliser un schéma de type Le Tellier étendu, une équivalence SPH permet en plus d'améliorer la précision des résultats homogènes.

TABLEAU 2.8 : Récapitulatif des écarts en pourcentage des différents schémas pour les isotopes fissiles de chaque combustible en fin de cycle, par rapport à la référence

	Combustible UOX		Combustible MOX	
Isotope	^{235}U		^{239}Pu	
Écarts	Moyens	Locaux	Moyens	Locaux
Le Tellier sans équivalence	+1.07	-6.38/+8.66	+1.08	-3.37/+6.51
Le Tellier avec équivalence	+0.65	-6.82/+8.15	+0.60	-3.77/+6.01
Le Tellier étendu sans équivalence	+1.11	+0.83/+1.58	+1.10	-0.18/+2.00
Le Tellier étendu avec équivalence	+0.68	+0.46/+1.10	+0.62	-0.60/+1.40

Le tableau 2.9 reprend les temps de calcul réels (temps de calculs et temps d'accès, lié au système) de chaque type de schéma ainsi que par combustible. La différence entre le MOX et l'UOX provient principalement du fait que l'on ait cinq regroupements dans l'UOX contre huit dans le MOX. Passer d'un calcul de type Le Tellier à un calcul de type Le Tellier étendu demande approximativement deux heures supplémentaires. Un schéma double niveau est cependant près de douze fois plus rapide qu'un schéma simple niveau, et permet de calculer l'ensemble des paramètres qui nous intéressent avec une précision à l'échelle du crayon inférieure à 1.5%, ce qui est très acceptable, la précision à l'échelle de l'assemblage étant même inférieure à 0.8%.

Le tableau 2.10 donne les temps de calcul pour chaque étape lors d'une évolution complète. Ceux-ci correspondent aux temps de calculs exacts du code (l'écart avec le tableau précédent provient des arrondis et du temps d'accès machine). Ils sont re-

TABLEAU 2.9 : Temps de calculs totaux pour les différents schémas présentés dans ce projet (minutes)

Combustible	UOX	MOX
Le Tellier sans équivalence	152	180
Le Tellier avec équivalence	165	210
Le Tellier étendu sans équivalence	269	298
Le Tellier étendu avec équivalence	282	328
Simple niveau	3345	3770

pris ici dans le cas de l’UOX uniquement pour étudier l’origine des écarts en temps de calcul entre les deux types de schéma développés. Les disparités viennent principalement des différences de traitement au second niveau, l’ensemble des temps de calcul liés au premier niveau restent inchangés. L’évolution est plus longue, à cause du fait que l’on traite l’évolution de 156 milieux évoluant au lieu de 20. Les processus d’ajout des milieux et d’homogénéisation (pour obtenir les concentrations isotopiques de premier niveau) sont responsables de près de la moitié du temps de calcul ajouté, le dernier poste prenant du temps étant l’homogénéisation/condensation à deux groupes d’énergie. Ces temps sont en bon accord avec les temps cités dans (Le Tellier et Hébert, 2007a) pour la quasi totalité des étapes de calcul. Les différences majeures (calcul de flux de second niveau et édition des résultats à deux groupes d’énergie) proviennent du fait que l’on a une discrétisation beaucoup plus fine du flux de second niveau (permettant de bien modéliser le flux au sein du modérateur), ainsi que de l’homogénéisation crayon par crayon qui n’était pas effectuée dans le cas du calcul de Romain Le Tellier.

Le schéma de calculs proposé en 2007 par Romain Le Tellier a donc été réutilisé et amélioré afin d’obtenir des résultats les plus proches possible des calculs de référence utilisés dans ce projet. Ce nouveau schéma de calculs, baptisé Le Tellier

TABLEAU 2.10 : Répartition des temps de calcul dans les modules de DRAGON pour l'UOX (en minutes)

	Le Tellier	Le Tellier étendu
Géométries, Tracking et librairies	2	2
Autoprotection	9	9
Assemblage des matrices 1er niveau	11	11
Flux 1er niveau	2	2
Condensation	11	11
Equivalence SPH	(13)	(13)
Assemblage des matrices 2ème niveau	8	8
Flux 2ème niveau	82	87
Multiplication des milieux	—	32
Evolution	2	20
Homogénéisation	—	14
Condensation à 2 groupes	18	67

étendu, reprend les principes du schéma proposé dans (Le Tellier, 2006), mais permet de perfectionner les résultats en crayon par crayon, permettant ainsi de réaliser des bases de données hétérogènes précises pour les codes de cœur. L'ajout d'une équivalence énergétique entre les deux niveaux de calcul est là aussi bénéfique pour le résultat final. Une approche du type Le Tellier étendu sera utilisée par la suite dans ce projet.

CHAPITRE 3

CHAINAGE DE DRAGON AVEC LE CODE DE CŒUR COCAGNE

Le chapitre précédent était consacré à la réalisation d'un schéma de calculs dans un code de réseau afin de réaliser une base de données multiparamétrée de sections efficaces à deux groupes les plus proches possibles de la réalité. Cette base de données est destinée à être utilisée dans un code de cœur. Ce chapitre porte principalement sur le chainage entre le code de réseau DRAGON et le code de cœur COCAGNE, capable de réaliser des calculs sur un cœur complet à l'aide de la base de données créée par DRAGON.

Afin de s'assurer de la validité des résultats obtenus lors de la création de la base de données, ainsi que de la bonne réalisation du chainage, une majeure partie de ce travail porte sur l'analyse des résultats d'un calcul d'un cluster constitué de neuf assemblages (trois par trois), avec une symétrie telle que l'on ne considère qu'un huitième du motif. De nombreux calculs ont été effectués afin de s'assurer de la qualité de ce chainage avant d'effectuer un calcul de cœur complet (recherche de la longueur naturelle de campagne, via le calcul de bore critique).

3.1 Présentation de COCAGNE et réalisation du chainage

3.1.1 Capacités de COCAGNE

Le code de cœur COCAGNE est développé dans le cadre du projet N3CV2 d'EDF (Nouvelle Chaîne de Calcul des Cœurs) qui a pour vocation de remplacer la chaîne de calculs actuellement en exploitation, basée sur le code de cœur COCCINELLE

(West et al., 1990). Le solveur de ce code est basé sur les méthodes de type SPN (Plagne et Ponçot, 2005), associé à des éléments finis de type Raviart-Thomas. Il permet de résoudre les équations de la diffusion via l'ajout d'une correction de transport.

COCAGNE permet de calculer des facteurs d'équivalence nécessaires pour certains calculs afin de conserver les taux de réaction obtenus lors du calcul de transport (voir section 3.1.2). Via l'accès aux bases de données multiparamétrées, COCAGNE peut effectuer des interpolations à partir des différents paramètres retenus dans ces bases de données à l'aide d'un modèle de contre-réaction. Plusieurs modèles de réflecteurs sont implémentés dans le code et permettent ainsi de réaliser des calculs de différents types : calculs hétérogènes (crayon par crayon) ou calculs homogènes avec reconstruction de la structure fine de puissance (voir section 3.1.3) sur des configurations variées, calculs de cœur complet avec modèles de macro ou micro-évolution (évaluation de la quantité de bore critique, calcul de la longueur naturelle de campagne).

3.1.1.1 Fabrication et importation de la base de données

La base de données est créée à partir de résultats de calculs du code de réseau. A partir du schéma de calcul présenté dans le chapitre précédent, le code de réseau calcule et stocke les concentrations liées à une évolution complète (ici, de 0 à 60 GWj/t) dans une configuration appelée configuration de référence. A partir de cette configuration, le code de réseau exécute un ensemble de calculs dits de reprise, pour lesquels on fait varier certains paramètres (comme la température du combustible, la température et/ou la densité du modérateur, la concentration en bore, le niveau de xénon...) en repartant pour chaque pas de calcul des concentrations calculées lors de l'évolution nominale. Ainsi, aucune évolution n'est requise

lors des calculs de reprise.

Les données obtenues sont ensuite condensées à deux groupes d'énergie et homogénéisées suivant deux géométries différentes : l'une qui reprend la structure des crayons de l'assemblage (pour de futurs calculs hétérogènes), l'autre qui reprend l'assemblage au complet (pour de futurs calculs homogènes). Lors de l'homogénéisation et de la condensation, les sections efficaces sont évaluées afin de conserver les taux de réaction dans les volumes finaux. Le code de réseau permet de fournir aussi un coefficient de diffusion, qui pourra être utilisé dans le code de cœur. Ceci permet donc de construire et de stocker une base de données complète multiparamétrée (le nombre de paramètres possibles n'est généralement limité que par le temps de calcul nécessaire pour faire l'ensemble de ces calculs de reprise).

Cette base de données est ensuite lue et importée dans COCAGNE qui stocke alors les données nécessaires au calcul de cœur dans son format propre appelé DKLIB, basé sur le format HDF5. Lors de la réalisation des calculs dans COCAGNE, le code ira alors chercher les données nécessaires à son calcul dans les DKLIBs. Deux données importantes à stocker lors de la condensation/homogénéisation du code de réseau sont le facteurs de Selengut standard (Selengut, 1960) et le facteur de Selengut généralisé (Courau et al., 2008), proposé par EDF.

3.1.1.2 Résolution des calculs dans COCAGNE

Les calculs dans le code de cœur COCAGNE sont basés sur la résolution de l'équation du transport via des méthodes de type éléments finis mixtes duaux SPN (voir chapitre 1), qui dérivent de l'équation de Boltzmann. Dans le cadre de cette étude, l'ordre du développement angulaire du flux est 1 et on a posé les matrices de diffusion P1 égales à zéro. Cette approximation correspond à résoudre les équations de

la diffusion avec des coefficients de diffusion calculés à partir des sections efficaces totales corrigées transport. Deux types de calculs sont envisageables, les calculs à partir des bases de données hétérogènes et les calculs à partir des bases de données homogènes. Les calculs hétérogènes permettent d'obtenir une valeur du flux de diffusion dans chaque crayon. Cependant, pour conserver les taux de réaction (par rapport à un calcul en transport), il est nécessaire d'ajouter un calcul d'équivalence. De leur côté, les calculs homogènes donnent l'ensemble des paramètres (flux, taux, ...) suivant le découpage géométrique utilisé (qui ne suit pas nécessairement le découpage physique de l'assemblage). Le flux de diffusion obtenu à cette étape du calcul est un flux plat dans chaque maille. Il est donc nécessaire d'effectuer une reconstruction de la puissance crayon par crayon, mais une équivalence n'est pas nécessaire, car les sections efficaces menant aux bases de données homogènes ont été intégralement homogénéisées sur l'assemblage.

3.1.2 Calculs d'équivalence

Comme nous allons le voir, un calcul d'équivalence de type transport/diffusion est nécessaire pour conserver les taux de réaction du mieux possible entre un calcul de transport et un calcul de diffusion. Lors du calcul de réseau, la condensation/homogénéisation hétérogène est réalisée afin de conserver les taux de réactions dans chaque crayon :

$$R_{T,i}^g = \Sigma_i^g \cdot \phi_{T,i}^g \quad (3.1)$$

où l'indice i situe le crayon dans l'assemblage et g indique le groupe considéré. Le cas référencé par T correspond alors au calcul de transport. Lors de la résolution de l'équation de diffusion dans le cas hétérogène avec le code de cœur et les sections efficaces obtenues lors du calcul de transport, on obtient un flux de diffusion $\phi_{D,i}^g$.

Or le flux de diffusion et de transport ne sont *a priori* pas identiques. D'où

$$\phi_{D,i}^g \neq \phi_{T,i}^g \Rightarrow R_{D,i}^g = \Sigma_i^g \cdot \phi_{D,i}^g \neq \Sigma_i^g \cdot \phi_{T,i}^g = R_{T,i}^g \text{ i.e. } R_{D,i}^g \neq R_{T,i}^g \quad (3.2)$$

Le but du calcul d'équivalence est de déterminer un coefficient correctif afin de conserver des taux de réaction constants entre les deux méthodes de résolution du même problème (calcul d'assemblage hétérogène en milieu infini). Dans le schéma de calcul proposé, ces coefficients correctifs sont calculés de façon itérative dans COCAGNE, à partir d'informations provenant de la DKLIB. Ce coefficient correctif λ_i^g sera alors appliqué à chaque section efficace Σ_i^g avant la résolution du calcul du flux. On obtient ainsi un nouveau flux de diffusion $\tilde{\phi}_{D,i}^g$, qui permet lui une conservation du taux de réaction défini à l'équation (3.1). Ainsi, le taux de réaction de diffusion s'écrit :

$$R_{D,i}^g = \lambda_i^g \cdot \Sigma_i^g \cdot \tilde{\phi}_{D,i}^g = \Sigma_i^g \cdot \phi_{T,i}^g = R_{T,i}^g \quad \text{i.e. } R_{D,i}^g = R_{T,i}^g \quad (3.3)$$

L'algorithme de calcul de ce coefficient d'équivalence dans COCAGNE est le suivant (Courau et al., 2008) :

1. chaque coefficient λ_i^g est initialement pris égal à 1 : $\forall i, g \quad \lambda_i^g = 1$
2. les sections efficaces et les coefficients de diffusion sont modifiés suivant :
 $\tilde{\Sigma}_i^g = \lambda_i^g \cdot \Sigma_i^g$ et $\tilde{D}_i^g = \lambda_i^g \cdot D_i^g$
3. l'équation de diffusion est résolue, on a alors : $\tilde{\phi}_{D,i}^g$
4. le nouveau coefficient correctif est défini comme : $\lambda_i^g = \phi_{T,i}^g / \tilde{\phi}_{D,i}^g$
5. on vérifie si l'on a atteint la convergence : $\max_{i,g} \left| \phi_{T,i}^g / \tilde{\phi}_{D,i}^g - \lambda_i^g \right| \leq \epsilon$. Si oui on conserve λ_i^g si non, on repart à partir de 2.
6. les coefficients λ_i^g sont ensuite normalisés

En effet, si l'on multiplie les flux et que l'on divise les sections efficaces par une même constante, les taux de réaction ne sont pas modifiés. Il existe plusieurs types de normalisation pour les coefficients d'équivalence calculés. La plus courante est une normalisation flux/volume. Les coefficients sont normalisés de telle manière que l'on ait :

$$\lambda_i^g \text{ devient } \lambda_i^g \cdot \left(\sum_{i=1}^N V_i \cdot \tilde{\phi}_{D,i}^g / \sum_{i=1}^N V_i \cdot \phi_{T,i}^g \right) \quad (3.4)$$

La normalisation flux/volume assure la conservation de la valeur du flux total de transport sur l'assemblage ainsi que la valeur moyenne des différentes sections efficaces sur l'assemblage. Deux autres types de normalisation seront utilisés ici : la normalisation de Selengut et la normalisation de Selengut généralisée. La normalisation de Selengut est généralement utilisée pour assurer la continuité du flux aux interfaces et généralement associée à des calculs homogènes. En effet, bien qu'une équivalence soit inutile dans le cas d'un calcul homogène (les coefficients calculés seraient tous égaux à 1 après une normalisation flux/volume, car le milieu est homogène et il n'y a qu'une seule valeur à calculer), il est possible d'utiliser une autre normalisation afin d'assurer certaines propriétés, comme, dans le cas du Selengut standard, la continuité du flux à l'interface. Dans le cas où l'opérateur de diffusion est utilisé dans le calcul de cœur, cette normalisation assure également la continuité du courant reconstruit. Elle est présentée à l'équation (3.5). La normalisation de Selengut généralisé est plutôt utilisée dans le cas des calculs hétérogènes, permettant elle aussi d'assurer en moyenne la continuité du flux au niveau des interfaces. Elle est présentée à l'équation (3.6). Pour ces définitions, on utilise les notations suivantes : $\bar{\phi}^g$ est le flux moyen sur l'assemblage, ϕ_{lame}^g est le flux à la frontière de l'assemblage, calculé comme étant le flux le long de la lame d'eau et ϕ_{rangee}^g est le flux le long de la dernière rangée de crayons, l'ensemble de ces flux étant calculés lors du calcul de transport. Les facteurs de Selengut doivent donc être calculés par le code de réseau, et lus par le code de cœur dans la DKLIB.

$$\lambda_i^g \text{ devient } \lambda_i^g / f_{standard}^{Selengut} \text{ avec } f_{standard}^{Selengut} = \phi_{lame}^g / \overline{\phi}^g \quad (3.5)$$

$$\lambda_i^g \text{ devient } \lambda_i^g / f_{generalise}^{Selengut} \text{ avec } f_{generalise}^{Selengut} = \phi_{lame}^g / \phi_{rangee}^g \quad (3.6)$$

L'utilisation et les améliorations de ses facteurs seront présentés dans la section 3.3

3.1.3 Reconstruction fine de puissance

Lors des calculs homogènes, le code de cœur n'évalue initialement que le flux sur un assemblage au complet (ou sur les mailles de celui-ci plus exactement), sans se soucier de ce qu'il se passe à l'intérieur. Afin d'avoir le flux crayon par crayon, tout en ne faisant qu'un calcul homogène, il est nécessaire d'effectuer une reconstruction de la structure fine de puissance. Cette partie traite de cette reconstruction, telle qu'elle est effectuée dans COCAGNE (Girardi et al., 2008).

La reconstruction de la structure fine de puissance se base sur l'hypothèse que le flux dans un assemblage peut se factoriser en deux facteurs : $\phi^g(\vec{r}) = \tilde{\varphi}^g(\vec{r}) \cdot \tilde{\psi}^g(\vec{r})$, où $\phi^g(\vec{r})$ est le flux dans l'assemblage, qui se décompose en $\tilde{\varphi}^g(\vec{r})$, le flux de structure fine normalisé et calculé par le code de transport, prenant en compte l'hétérogénéité d'un assemblage (crayons combustible, trous d'eau, zonage dans le cas du MOX...) et $\tilde{\psi}^g(\vec{r})$, le flux sur l'assemblage normalisé et calculé par le code de cœur (flux de diffusion), qui prend des valeurs distinctes suivant le découpage géométrique du problème traité. Pour que l'équation soit juste d'un point de vue dimensionnel, un des deux flux doit être normalisé. On considère que c'est le flux microscopique qui l'est, tout en parlant de flux même s'il n'en a pas la dimension.

Afin d'assurer la continuité du flux de diffusion au bord des différents assemblages, on considère une normalisation de Selengut pour les sections efficaces macroscopiques utilisées pour le calcul. Ainsi, le flux calculé $\tilde{\psi}^g(\vec{r})$ est considéré comme étant $\tilde{\psi}^g(\vec{r}) = \psi^g(\vec{r}) \cdot f_{standard}^{Selengut} = \psi^g(\vec{r}) \cdot \phi_{lame}^g / \bar{\phi}^g$ et le flux de structure fine $\phi^g(\vec{r})$ doit en conséquence avoir la normalisation suivante : $\tilde{\phi}^g(\vec{r}) = \phi^g(\vec{r}) / \phi_{lame}^g$. Cette normalisation du flux de structure fine permet d'avoir un flux moyen le long de la lame égal à 1.

Le calcul de la reconstruction fine de puissance devient alors simplement le calcul de $P(\vec{r}) = \sum_{g=1}^2 \kappa \Sigma_f^g \cdot \phi^g(\vec{r}) = \sum_{g=1}^2 \kappa \Sigma_f^g \cdot \tilde{\varphi}^g(\vec{r}) \cdot \tilde{\psi}^g(\vec{r})$. Dans ces données, $\kappa \Sigma_f^g$ et $\tilde{\varphi}^g(\vec{r})$ sont des données crayon par crayon obtenues lors du calcul de transport et stockées dans la DKLIB, $\tilde{\psi}^g(\vec{r})$ est une donnée obtenue après application du facteur de Selengut à l'ensemble des sections efficaces puis résolution du problème par le code de cœur.

La factorisation du flux en un flux macroscopique et un flux microscopique n'est exacte que dans le cadre d'un calcul d'assemblage en milieu infini, c'est à dire un calcul dans lequel on a un pavage infini du même assemblage. Elle n'est donc pas exacte dans la plupart des situations, mais permet de calculer le flux de structure fine avec une précision acceptable (voir section 3.3).

3.2 Présentation des calculs effectués

Le premier calcul que nous allons mener avec COCAGNE, permettant de faire les premières comparaisons entre les résultats du code de transport et les résultats du code de cœur, est un calcul sur un cluster d'assemblages. La configuration de ce cluster est présentée à la figure 3.1. Il s'agit d'un cluster comprenant neuf assemblages. L'assemblage central est composé d'un combustible MOX tri-zoné neuf, alors que tous les assemblages autour sont des combustibles UOX déjà irradiés,

à un burnup global de 20000 MWj/t. Les conditions du calcul sont les conditions nominales de ceux effectués avec des assemblages séparés. Afin de pouvoir réaliser des comparaisons avec les données obtenues avec le code de réseau APOLLO2, l'ensemble des calculs qui suivent ont été réalisés à partir des données constructeur fournies par EDF.

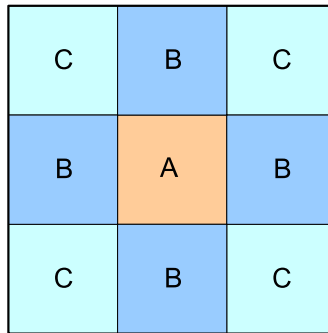


FIGURE 3.1 : Configuration étudiée dans ce projet : A est du MOX à 0 GWj/t, B et C sont de l'UOX à 20 GWj/t

Ce cluster permet de calculer et de s'assurer de la validité de différentes approximations. En effet, au niveau de l'interface MOX/UOX, les flux et les taux de production sont très différents, alors qu'ils restent relativement similaires au niveau de l'interface UOX/UOX. On a donc dans ce calcul deux interfaces fortement différentes. Ces interfaces sont représentées à la figure 3.2, pour le taux de production à un groupe sur l'ensemble du cluster. Le taux de production du MOX est environ 1.5 fois plus élevé que celui de l'UOX. Pour rappel, la réactivité dans l'assemblage MOX pour un milieu infini à burnup nul est de l'ordre de 1.13 alors qu'elle est de l'ordre de 1.06 dans l'UOX à 20000 MWj/t.

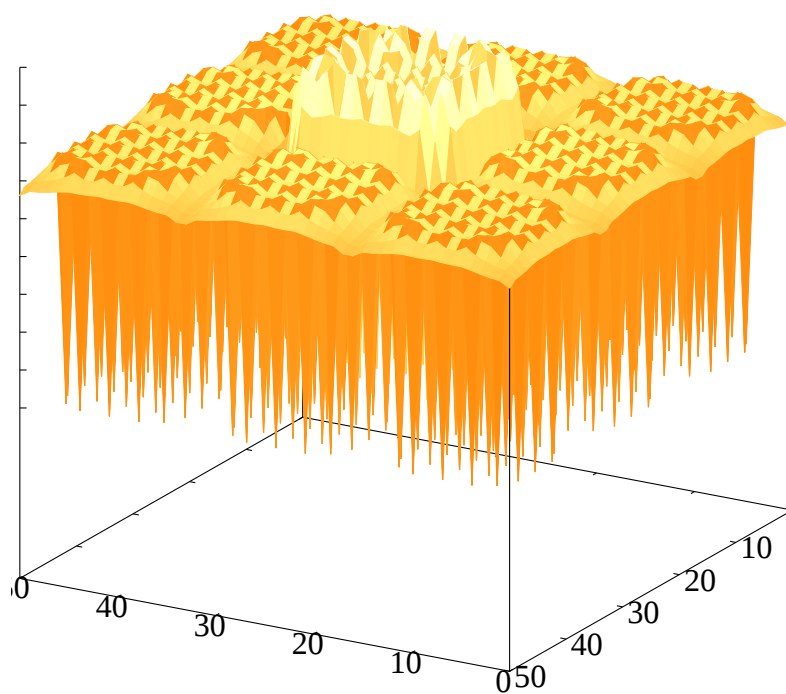


FIGURE 3.2 : Représentation du taux de production sur le cluster, échelle arbitraire

3.2.1 Calculs avec les codes de réseau DRAGON et APOLLO2

Plusieurs schémas sont envisageables avec ces deux codes : les calculs double niveau, comme présentés précédemment et les calculs « de référence » à simple niveau. La première étape à réaliser est un calcul d'évolution nominale avec les paramètres standards pour chaque type d'assemblage (UOX et MOX). De cette façon on obtient les concentrations de premier et de second niveau (données regroupées ou détaillées dans chaque couronne) à utiliser lors du calcul de cluster, notamment celles de l'UOX à un burnup de 20000 MWj/t. Ensuite, ces concentrations seront chargées pour le réaliser. Afin de simplifier au maximum les jeux de données, l'évolution de l'UOX a été traitée à partir des regroupements du MOX, c'est à dire que huit regroupements sont présents pour les calculs d'autoprotection et de flux du premier niveau.

Pour les calculs double niveau, l'idée est de reprendre intégralement les concepts développés au chapitre précédent. Du fait de la configuration du cluster, seul un huitième sera traité dans les codes de réseau. L'autoprotection suit les mêmes règles que précédemment à savoir que l'on regroupe certaines cellules dans chaque assemblage, chaque assemblage étant traité de manière séparée (du fait de la diversité d'environnement de chacun). La discrétisation de chaque cellule se fait là encore selon le même découpage en pelure d'oignon que pour un assemblage (Santamarina et al., 2004). Le calcul de flux de premier niveau et de second niveau sont là encore identiques à ceux présentés dans le chapitre précédent. Alors que l'on homogénéisait le résultat final sur 45 cellules précédemment, pour le calcul de cluster, les résultats sont homogénéisés sur 351 crayons. Afin de limiter le nombre de comparaisons possibles, nous nous attacherons par la suite à présenter des résultats uniquement sur le taux de production condensé à un groupe d'énergie $R_{f,c} = \sum_{g=1}^2 \nu \Sigma_{f,c}^g \cdot \Phi_{f,c}^g$, où l'indice c signifie que l'on se place dans un crayon.

Différents calculs à double niveau ont été effectués pour cette étude, les seules modifications effectuées portent sur la méthode de tracking retenue pour l'auto-protection :

- un calcul avec une autoprotection comme présentée au chapitre 2, c'est à dire une méthode à courants d'interface avec regroupements de certaines données (IC)
- un calcul avec une autoprotection effectuée à l'aide d'un tracking effectué avec la méthode des caractéristiques (MOC) spéculaire (représentant la réalité)
- un calcul avec une autoprotection effectuée à l'aide d'un tracking effectué avec la méthode des caractéristiques (MOC) isotrope (approximation permettant de gagner en temps de calcul).

Des deux derniers calculs, on peut tirer la conclusion que l'impact du choix de tracking est faible, et notamment plus faible que dans le cas d'un assemblage seul. Ce résultat est normal : l'impact de ce choix a lieu au niveau du bord de la géométrie uniquement, et celui-ci ne représente qu'une très faible partie des crayons présents (26 sur 351 contre 9 sur 45 dans le cas d'un assemblage dans le cadre des calculs en huitième d'assemblage). Un calcul en autoprotection MOC avec tracking isotrope sera donc gardé pour la suite des calculs.

Du point de vue des calculs simple niveau, trois types d'autoprotection ont été envisagés :

- un calcul simple niveau avec autoprotection à courant d'interface (IC)
- un calcul simple niveau avec autoprotection avec la méthode des caractéristiques, en ne prenant que les milieux d'autoprotection des calculs à courants d'interface, donc 8×4 couronnes de combustible par assemblage (MOC-96 milieux)
- un calcul simple niveau avec autoprotection avec la méthode des caractéristiques, en prenant cette fois-ci un milieu d'autoprotection distinct pour chaque couronne de chaque crayon, pour un huitième d'assemblage systématiquement (MOC-468)

Il faut remarquer qu'au niveau de l'autoprotection, en ne gardant que 32 milieux

autoprotégés par assemblage pour le combustible, on introduit un biais, notamment par exemple pour les crayons de coin de l'UOX, chacun d'entre eux n'étant pas entouré du même type de crayon. La meilleure autoprotection possible est donc celle où chaque couronne serait autoprotégée séparément pour l'ensemble des crayons (soit $351 \text{ crayons} \times 4 \text{ couronnes}$), mais c'est aussi celle qui prendrait le plus de temps. Reprendre un calcul d'autoprotection sur un huitième d'assemblage ne permet pas d'obtenir un calcul avec une précision parfaite, cependant, il est plus juste que celui avec des regroupements.

La dernière étape consiste en un calcul réalisé à partir du code de réseau APOLLO2. Ce code de réseau, tout comme DRAGON, permet de faire des calculs à double niveau suivant le même principe que ceux présentés dans le chapitre précédent. Un seul modèle sera considéré ici : il s'agit d'un calcul à double niveau avec une autoprotection utilisant la méthode des courants d'interface.

3.2.2 Calculs avec le code de cœur COCAGNE

Les calculs réalisés à partir du code COCAGNE sont basés sur deux bases de données multiparamétrées, une pour le combustible UOX et une pour le combustible MOX. Chacune est réalisée à partir d'un schéma double niveau pour un assemblage, en évolution et en ne faisant des reprises que sur la concentration en bore (en effet, le calcul de cluster se faisant aux conditions nominales d'un assemblage, il n'est *a priori* pas nécessaire de faire plus de reprises). Chaque DKLIB obtenue après récupération des données contient les coefficients de Selengut, de Selengut généralisé ainsi que les coefficients de diffusion. Elle contient aussi les flux de référence en transport, ce qui permet de faire le calcul d'équivalence dans le code de cœur.

Deux types de calculs sont envisageables à partir du code de cœur : les calculs homogènes et les calculs hétérogènes. Les calculs homogènes sont effectués à partir de la résolution des équations de la diffusion et des éléments finis de type RT1 (dans ce cas, le flux est considéré comme linéaire dans l'élément). Le maillage géométrique utilisé découpe chaque assemblage homogène en huit mailles, selon chaque dimension. Les limites des éléments finis ne correspondent donc pas aux limites physiques des cellules. Le maillage global sur un cluster est donc de 24×24 . La structure fine de la puissance, donc celle du flux et des taux est reconstruite à partir de la méthode présentée en 3.1.3. Les calculs proposés utilisent ou non les coefficients de Selengut.

Les calculs hétérogènes réalisent la résolution de l'équation de la diffusion avec des éléments finis de type RT0 (dans ce cas, le flux est considéré comme uniforme dans l'élément). La géométrie est découpée suivant une maille par crayon (donc le maillage total sur le cluster est un maillage 51×51). A partir des résultats obtenus, on peut appliquer ou non certains coefficients : coefficients d'équivalence ou coefficients de Selengut (classique ou généralisé).

3.3 Résultats obtenus sur le cluster

De nombreux résultats ont été obtenus à partir de ces différents types de calculs. Les résultats concernant les codes de réseau sont présentés dans une première partie, afin d'observer l'impact des méthodes d'autoprotection (probabilités de collision à courants d'interface ou méthode des caractéristiques) et des méthodes de résolution du flux (double ou simple niveau). Les résultats obtenus à partir du code cœur seront quant à eux quasiment uniquement comparés avec des résultats issus de code réseau.

Une caractéristique par rapport au calcul précédent est que les résultats du calcul présenté ici ne sont pas normalisés comme ceux présentés précédemment. Dans le cas de l'assemblage, les calculs étaient normalisés à la même puissance tandis qu'ici, il n'est pas possible de le faire. Ils sont donc normalisés au même taux $\sum_c R_{f,c} = 1$. Alors que l'on pouvait observer des écarts en homogène sur les résultats de calcul assemblage, il n'est pas possible de le faire dans le cas du cluster, puisque l'écart en homogène est dans tous les cas, nul.

3.3.1 Résultats avec les codes de réseau DRAGON et APOLLO2

Les premiers résultats portent sur les résultats obtenus uniquement avec DRAGON. Le tableau 3.1 présente la réactivité obtenue dans chaque cas de calcul. Les écarts seront traités séparément dans le paragraphe qui leur est plus spécifiquement consacré. On peut cependant noter que les calculs simple niveau sont systématiquement plus réactifs que les calculs double niveau (d'une valeur d'environ 200 pcm).

TABLEAU 3.1 : Présentation de la réactivité pour les différents calculs de réseau

Type de calcul	Réactivité	Écart à la référence (pcm)
Simple niveau		
MOC-468 milieux	1.07444	—
MOC-96 milieux	1.07447	+3
IC	1.07432	-12
Double niveau		
MOC spéculaire	1.07262	-182
MOC isotrope	1.07254	-190
IC	1.07237	-207
APOLLO2	1.07168	-276

La figure 3.3 présente des résultats de calcul à double niveau, avec une autoprotection de type méthode des caractéristiques. La différence entre ces deux calculs provient du fait que dans un cas, le tracking nécessaire à l'autoprotection est fait de

manière isotrope et dans l'autre cas, il est fait de manière spéculaire. La différence en réactivité est très faible : elle n'est que de 8 pcm. On voit dès maintenant que, comme la zone où l'approximation spéculaire ou isotrope est réduite, les écarts sont fortement diminués. Sur la figure 3.3 on peut observer que les écarts entre les deux calculs sont minimes, et pour la plupart inférieurs à 0.02% en valeur absolue. Les écarts les plus importants sont observés dans les coins du cluster et au cœur de l'assemblage MOX. Les écarts sont donc très faibles, que ce soit pour le taux de fission ou pour la réactivité, on gardera donc par la suite une autoprotection isotrope au lieu de spéculaire pour les calculs d'autoprotection impliquant la méthode des caractéristiques. Le temps de calcul de l'autoprotection est ainsi divisé par près de 6.5.

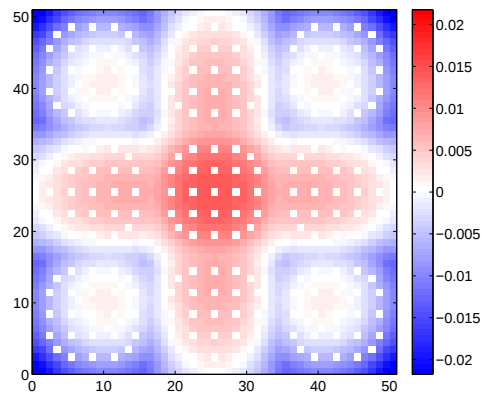


FIGURE 3.3 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre les calculs double niveau de DRAGON avec une autoprotection avec la méthode des caractéristiques isotrope ou spéculaire

La figure 3.4 présente les écarts entre une autoprotection avec la méthode des courants d'interface et la méthode des caractéristiques. Les regroupements présentés au chapitre précédent sont utilisés pour les concentrations, la différence provient du fait que l'on ne force pas le code de calcul à avoir les mêmes flux et courants dans les cellules regroupées. Cela permet d'étudier l'impact du choix de la méthode d'autoprotection. Là encore, les écarts sont très faibles, et restent tous inférieurs

à 0.05% sur le cluster, et l'écart en réactivité est de 17 pcm. Ceci permet aussi de valider le choix de l'utilisation de la méthode des courants d'interface pour un calcul à double niveau.

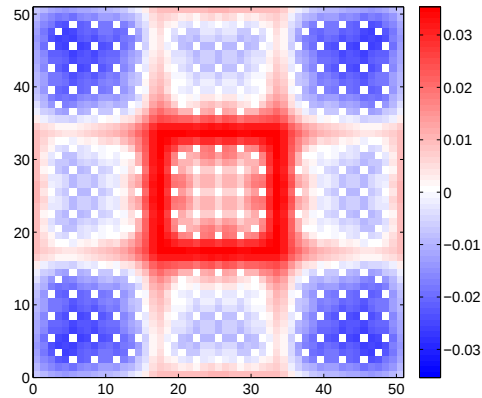


FIGURE 3.4 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre les calculs double niveau de DRAGON avec une autoprotection à courants d'interface ou avec la méthode des caractéristiques

La dernière figure traitant des écarts entre calculs double niveau est la figure 3.5. Elle présente les écarts liés à la différence entre les codes de réseau utilisés. Les schémas de calculs utilisés sont semblables, cependant, il faut noter que les modèles d'autoprotection sont différents dans les deux codes. L'écart en réactivité est de l'ordre de 70 pcm, le calcul effectué avec le code DRAGON étant plus réactif que celui effectué avec APOLLO2. Contrairement aux comparaisons précédentes, les écarts entre les deux codes de calcul ne sont pas négligeables, principalement dans le combustible MOX. On peut y observer des écarts de l'ordre de 2.5%, le calcul effectué avec le code DRAGON étant plus productif dans le MOX que le calcul effectué avec le code APOLLO2, les écarts dans l'UOX étant plus dilués au sein de l'ensemble des assemblages (afin notamment d'assurer la normalisation des deux taux de production). Ces écarts dans le MOX sont donc possiblement dus à des différences dans le traitement du problème dans les deux codes. Celles-ci viennent notamment de la méthode d'autoprotection, mais aussi probablement

de la résolution du flux avec la méthode des caractéristiques, les trackings de la géométrie étant eux aussi différents.

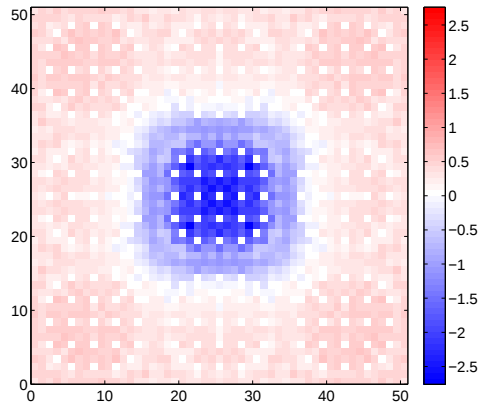


FIGURE 3.5 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre les calculs double niveau d'APOLLO2 et DRAGON

Les résultats suivants portent sur les calculs simple niveau. Il existe deux types d'autoprotection MOC présentés dans une section précédente. L'écart entre les calculs d'autoprotection IC face à un MOC-96 milieux sont quasiment identiques à ceux de la figure 3.4. L'écart en réactivité est cette fois-ci de 15 pcm. Cela permet de confirmer à nouveau que la méthode IC donne de bons résultats lors d'un calcul, que l'on soit à double ou simple niveau.

La figure 3.6 présente les écarts sur le taux de production entre une autoprotection de type MOC-96 milieux et une autoprotection de type MOC-468 milieux. Le premier type utilise directement les concentrations et les regroupements (de valeur de sections efficaces autoprotégées) du premier niveau du calcul double niveau pour son autoprotection. Le second calcule une valeur de section efficace par couronne et par crayon du huitième d'assemblage considéré au premier niveau. L'écart en réactivité entre les deux calculs n'est pas très important (seulement 3 pcm), cependant, l'écart sur le taux de production est lui plus élevé. On peut observer que celui-ci est plus important dans le MOX, où le calcul de type MOC-96 milieux sur-évalue

la valeur du taux par rapport au calcul de type MOC-468 milieux de 1.1% au maximum. Les écarts sont répartis de manière continue, le calcul de type MOC-96 milieux sous-évaluant le plus le taux dans les coins du cluster, dans les assemblages UOX. Étant données les différences entre le calcul IC et le calcul MOC-96 milieux qui sont faibles, les résultats des écarts entre le calcul IC et le calcul MOC-468 milieux sont quasiment identiques à ceux présentés à la figure 3.6 et ne seront donc pas discutés ici.

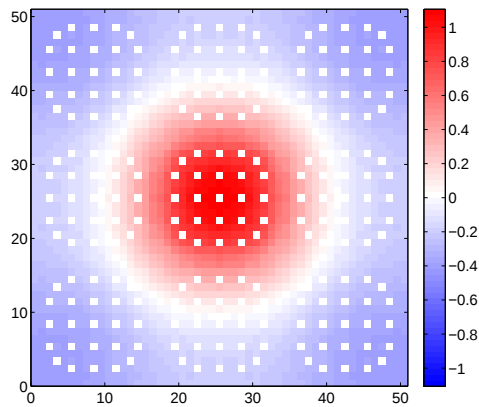


FIGURE 3.6 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre les calculs simple niveau de DRAGON avec une autoprotection avec la méthode des caractéristiques utilisant des regroupements ou non

Les comparaisons suivantes traitent des écarts de calcul entre les schémas double et simple niveau. Il est dans un premier temps logique de comparer les résultats avec la même autoprotection, afin de comparer l'impact du mode de calcul (calcul de flux en deux étapes ou direct). La figure 3.7 présente les résultats des écarts sur le taux $R_{f,c}$ entre les calculs double et simple niveau avec une autoprotection de type courants d'interface. L'écart en réactivité est de 195 pcm (le calcul simple niveau est plus réactif). Sur ces écarts, on peut constater que les différences proviennent principalement d'écarts de calcul dans le MOX (maximas de l'ordre de +0.25% pour le double niveau par rapport au simple niveau), et plus précisément au niveau des crayons face à un trou d'eau, laissant là encore supposer un traitement du

problème qui pourrait être amélioré dans les calculs à double niveau. Les résultats au niveau des interfaces sont plutôt satisfaisants, et on peut considérer qu'elles sont bien modélisées dans le calcul à double niveau.

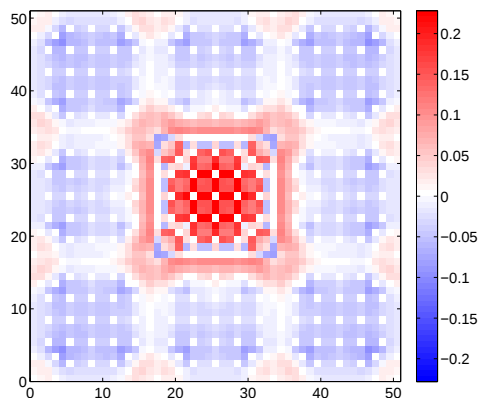


FIGURE 3.7 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre les calculs double niveau et simple niveau de DRAGON avec une autoprotection avec la méthode à courants d'interface

Les comparaisons entre le calcul double niveau MOC et le simple niveau MOC-96 milieux (qui utilisent les mêmes sections efficaces autoprotégées) ainsi que celles entre le simple niveau IC et le simple niveau MOC-96 milieux sont strictement identiques à celles présentées à la figure 3.7 et à la figure 3.4 respectivement, ce qui permet de s'assurer de ne pas avoir fait d'erreur de calculs entre les différents schémas. La dernière figure présentée (figure 3.8) reprend donc les écarts entre le calcul double niveau MOC et le simple niveau MOC-468 milieux. Au vu des résultats des écarts entre les calculs simple et double niveau utilisant la même autoprotection, il est logique que l'on retrouve une carte des écarts semblable à celle de la figure 3.6. Les écarts sont toutefois légèrement augmentés, passant d'une valeur maximale de +1.1% à la figure 3.6 à +1.3% à la figure 3.7. Les commentaires sont donc identiques.

Les résultats obtenus avec des calculs double niveau permettent donc de confirmer

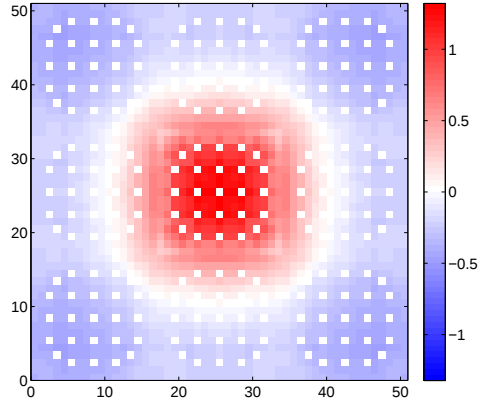


FIGURE 3.8 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre les calculs double niveau et simple niveau de DRAGON avec une autoprotection avec la méthode des caractéristiques la plus complète pour le simple niveau

la précision des calculs double niveau par rapport à des calculs simple niveau, lors de l'utilisation des mêmes sections efficaces autoprotégées. Par rapport aux calculs d'assemblage, un calcul double niveau avec une autoprotection MOC ainsi qu'un simple niveau MOC utilisant des regroupements semblables à ceux du double niveau pour l'autoprotection permet de s'assurer de la qualité du calcul obtenu avec une autoprotection IC (grâce notamment à la figure 3.4). On remarque cependant que les calculs d'autoprotection pourraient être améliorés, notamment lorsque l'on compare les résultats à un calcul de type MOC-468 milieux, qui permet d'améliorer l'autoprotection, en conservant un temps de calcul raisonnable. La plupart des résultats obtenus avec le code de cœur COCAGNE seront donc présentés en comparaison avec le résultat du calcul double niveau à autoprotection IC.

3.3.2 Résultats avec le code de cœur COCAGNE

Avant d'analyser les résultats sur le taux de fission à un groupe $R_{f,c}$, les tableaux 3.2 et 3.3 présentent les différentes valeurs de réactivité obtenues lors des calculs effectués avec le code de cœur COCAGNE (ainsi qu'un rappel de certaines valeurs

issues des calculs de réseau). Les résultats de COCAGNE avec des données issues de DRAGON (figure 3.2) sont assez proches des résultats des calculs simple niveau, et plus éloignés des résultats de calcul double niveau d'environ 200 pcm. L'écart entre le calcul COCAGNE avec des données issues d'APOLLO2 et le double niveau APOLLO2 est plus proche que dans le cas de DRAGON, avec un écart d'environ 40 pcm.

TABLEAU 3.2 : Présentation de la réactivité dans les différents calculs effectués (les calculs COCAGNE ont été effectués à partir des bases de données multiparamétrées issues du code correspondant à la 2e ou la 3e colonne)

	APOLLO2	DRAGON
Double niveau IC	1,07168 (-276)	1,07237 (-207)
Simple niveau MOC-96 milieux	—	1,07432 (-12)
Simple niveau MOC-468 milieux	—	1,07444 (ref)
COCAGNE hétérogène	1,07206 (-238)	1,07418 (-26)
COCAGNE homogène	1,07213 (-231)	1,07436 (-8)

Le tableau 3.3 reprend quant à lui les valeurs de la réactivité obtenue lors du changement des normalisations utilisées dans COCAGNE pour les calculs hétérogènes et homogènes. On peut observer que ces valeurs restent assez proches et sont comprises dans une fourchette de 67 pcm. Ces écarts sont trop faibles pour que l'on puisse tirer des conclusions sur la qualité des résultats obtenus avec l'une ou l'autre des options, c'est pourquoi il est nécessaire d'étudier les résultats sur des données crayon par crayon.

Une notion utilisée par la suite afin de mieux analyser les résultats obtenus est le calcul de la moyenne quadratique des différents résultats des calculs COCAGNE. Cela permettra d'avoir un autre point de comparaison intéressant en plus du taux

TABLEAU 3.3 : Présentation de la réactivité dans les différents calculs de réseau (écarts en pcm à la référence simple niveau MOC-468 milieux)

Calcul de type	Avec la normalisation flux/volume	Avec un facteur de Selengut standard	Avec un facteur de Selengut généralisé
hétérogène	1,07433 (-11)	1,07406 (-38)	1,07418 (-26)
homogène	1,07473 (+29)	1,07436 (-8)	1,07454 (+10)

de fission à un groupe. La moyenne quadratique est définie comme :

$$\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (3.7)$$

Le tableau reprenant les valeurs de ces moyennes quadratiques est le tableau 3.4. Il est situé au niveau de la section 3.4.

3.3.2.1 Résultats avec les calculs hétérogènes

Les premiers résultats présentés dans cette partie concernent les résultats de calculs hétérogènes. Pour ceux-ci, le calcul d'équivalence a été réalisé avec le code de cœur COCAGNE après l'obtention et l'import des bases de données multiparamétrées dans le code de réseau DRAGON. Les figures 3.9 et 3.10 permettent d'observer l'apport de l'équivalence sur les résultats des calculs.

Même si la valeur des extremas est légèrement augmentée avec un calcul avec équivalence (dans les coins de l'assemblage MOX), les écarts d'ensemble sur le cluster sont eux diminués. On peut observer des différences un peu marquées au niveau de l'interface entre les assemblages UOX et MOX, et le fait que le taux de production est légèrement sous estimé dans le calcul de diffusion par rapport au calcul double niveau.

Deux autres normalisations peuvent être envisagées à la suite de l'équivalence : la

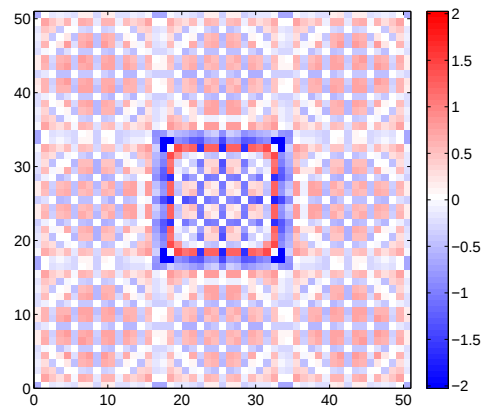


FIGURE 3.9 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE hétérogène avec des données issues de DRAGON sans équivalence et le double niveau DRAGON

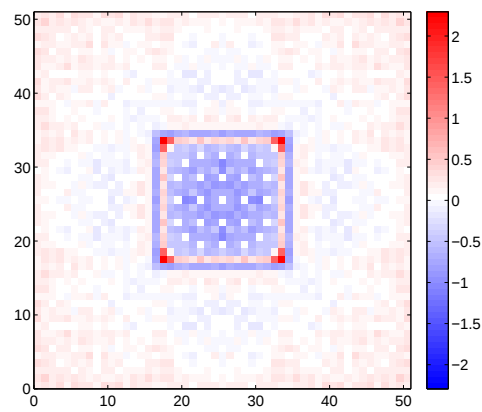


FIGURE 3.10 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE hétérogène avec des données issues de DRAGON avec équivalence et normalisation de type flux/volume et le double niveau DRAGON

normalisation avec le facteur de Selengut standard (figure 3.11) et la normalisation avec le facteur de Selengut généralisé (figure 3.12). Les résultats obtenus avec le facteur de Selengut standard sont moins bons que les résultats obtenus avec la normalisation flux/volume. On observe que cette normalisation permet de lisser les écarts au niveau de l'interface, avec une sous-estimation du taux $R_{f,c}$ sur le bord de l'assemblage MOX et une sur-estimation du même taux sur le bord de l'assemblage UOX. Les écarts ailleurs dans les assemblages sont plutôt faibles. Dans le cas du facteur de Selengut généralisé, on obtient là encore un lissage des écarts au niveau de l'interface entre l'UOX et le MOX, par rapport à la figure 3.10. Cependant, les extremas sont légèrement amplifiés, ce qui a pour effet d'augmenter également la moyenne quadratique des écarts sur le taux de production (tableau 3.4) par rapport à la normalisation flux/volume. On peut aussi observer que l'écart dans le MOX est légèrement accru (induisant en conséquence le même effet sur la moyenne quadratique là encore).

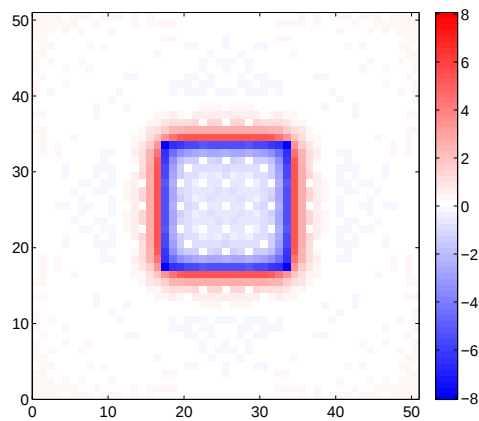


FIGURE 3.11 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE hétérogène avec des données issues de DRAGON avec Selengut standard et le double niveau DRAGON

La figure 3.13 présente l'écart entre le calcul COCAGNE hétérogène avec équivalence et normalisation de type Selengut généralisé et le calcul simple niveau MOC-468 milieux. On peut observer que les écarts dans le MOX sont réduits et ceux

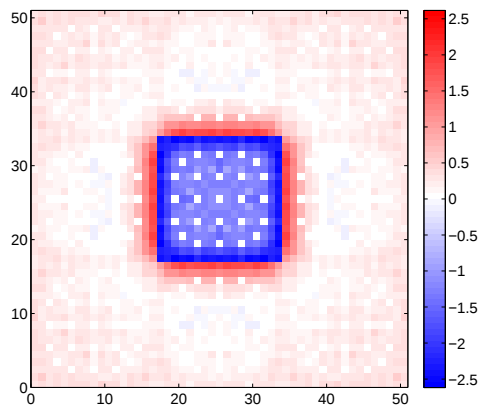


FIGURE 3.12 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE hétérogène avec des données issues de DRAGON avec Selengut généralisé et le double niveau DRAGON

dans l'UOX inversés par rapport à la figure 3.12. Ceci s'explique notamment avec la figure 3.8. Cependant, les écarts au niveau des interfaces restent globalement similaires, mais la moyenne quadratique est améliorée en prenant pour référence le calcul simple niveau plutôt que le calcul double niveau (tableau 3.4).

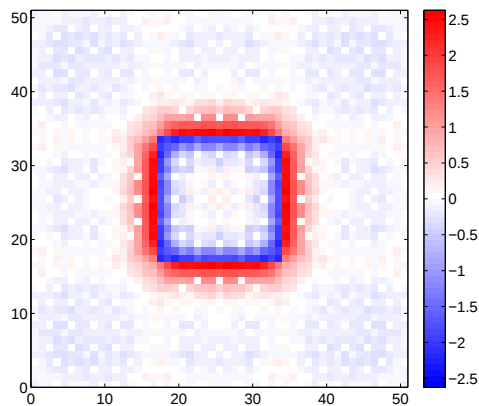


FIGURE 3.13 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE hétérogène avec des données issues de DRAGON avec Selengut généralisé et le simple niveau DRAGON

La figure suivante (figure 3.14) présente les écarts entre le calcul double niveau issu d'APOLLO2 et le calcul COCAGNE effectué avec les DKLIBs créées à partir des

résultats d'APOLLO2. Les résultats sont assez similaires à ceux issus de DRAGON, avec des interfaces UOX/MOX qui présentent le plus d'écarts sur l'ensemble de l'assemblage.

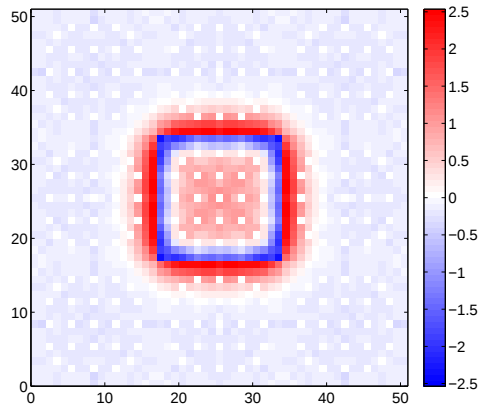


FIGURE 3.14 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE hétérogène avec des données issues d'APOLLO2 avec Selengut généralisé et le double niveau APOLLO2

La dernière figure prenant en compte des écarts avec des calculs COCAGNE hétérogènes est la figure 3.15. Elle représente les écarts entre les deux calculs COCAGNE hétérogènes avec normalisation de Selengut généralisé, l'un étant réalisé à partir de données issues d'APOLLO2 alors que l'autre est réalisé à partir de données issues de DRAGON. Cette figure permet d'observer que les écarts sont moins importants que ceux de la figure 3.5, notamment au cœur de l'assemblage MOX. La carte des écarts est assez difficile à analyser (pour comprendre l'origine de certains écarts), car elle est très hétérogène.

3.3.2.2 Résultats avec les calculs homogènes

Cette partie traite des calculs COCAGNE homogènes. Il n'y a pas de calculs d'équivalence à effectuer pour les calculs homogènes (la valeur obtenue pour les

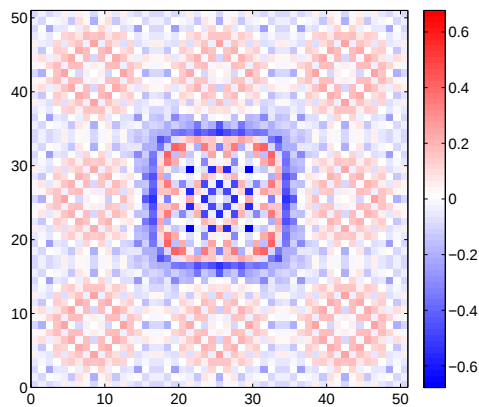


FIGURE 3.15 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE hétérogène avec des données issues d'APOLLO2 avec Selengut généralisé et le calcul identique avec des données issues de DRAGON

coefficients serait de 1.0), cependant, il est possible d'appliquer plusieurs types de normalisation au flux, notamment l'un ou l'autre des facteurs de Selengut. Dans chacun des cas, on a appliqué le modèle de reconstruction de puissance présenté en 3.1.3 et comparé les résultats au calcul DRAGON double niveau, autoprotection IC. Les figures 3.16, 3.17 et 3.18 présentent ces différents écarts.

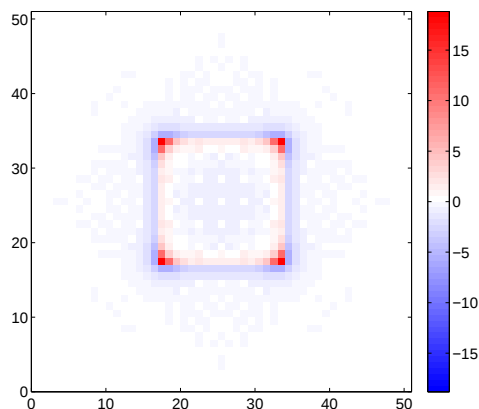


FIGURE 3.16 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE homogène avec des données issues de DRAGON avec la normalisation flux/volume et le double niveau DRAGON

Les écarts sans facteur de Selengut sont très importants (près de 20% de sur-

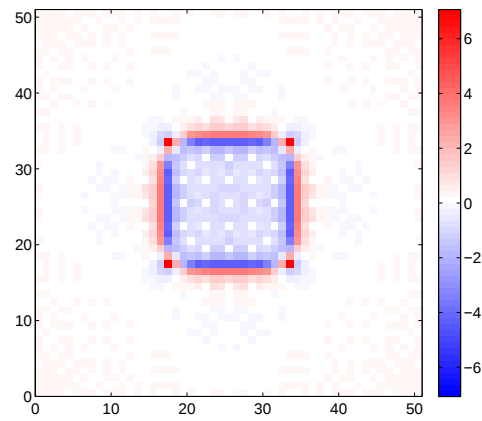


FIGURE 3.17 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE homogène avec des données issues de DRAGON avec Selengut standard et le double niveau DRAGON

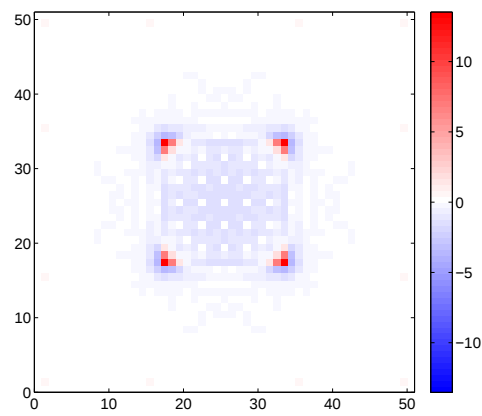


FIGURE 3.18 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE homogène avec des données issues de DRAGON avec Selengut généralisé et le double niveau DRAGON

production dans les coins du MOX et de 5% de sous-production dans les crayons de l'UOX qui touchent les coins du MOX). L'application de l'un des deux facteurs de Selengut permet de réduire ces écarts à l'interface. Le facteur de Selengut standard permet de diviser par environ 3 les écarts maximaux au niveau des coins du MOX. Il est intéressant de noter qu'alors que le bord central du MOX était légèrement sur-évalué dans le cas sans facteur de Selengut, il devient sous-évalué, avec un écart de l'ordre de 4%. Le comportement est l'inverse dans le cas de l'UOX. Le facteur de Selengut généralisé permet lui de réduire très fortement les valeurs des écarts au niveau du centre des interfaces MOX/UOX, mais au détriment des écarts au niveau des coins (par rapport au facteur de Selengut standard). Les écarts observés sont de l'ordre de 13%.

La moyenne quadratique (tableau 3.4) est améliorée de manière conséquente lors de l'utilisation d'un facteur de Selengut par rapport aux cas où aucun facteur n'est utilisé. Chacun des facteurs a ses avantages et ses inconvénients, notamment au niveau des extremas, et les valeurs de la moyenne quadratique entre les deux ne sont pas très éloignées. Dans les configurations étudiées, il semble préférable de prendre un facteur de Selengut standard qui permet de réduire la valeur des aberrations au niveau des interfaces UOX/MOX.

Si l'on regarde, d'une part, le cas de la comparaison du calcul COCAGNE avec facteur de Selengut standard et le calcul simple niveau MOC-468 milieux (figure 3.19) et d'autre part, le cas du calcul COCAGNE avec facteur de Selengut standard et données issues d'APOLLO2 avec le calcul double niveau issu APOLLO2 (figure 3.20) on observe que les résultats sont proches de ceux observés à la figure 3.17. Cependant, on peut noter que les résultats au cœur des assemblages sont inversés. Ce n'est pas ici que les écarts sont les plus importants (ils restent au niveau des interfaces UOX/MOX), et les valeurs des écarts observés au niveau de ces interfaces restent dans les mêmes ordres de grandeur.

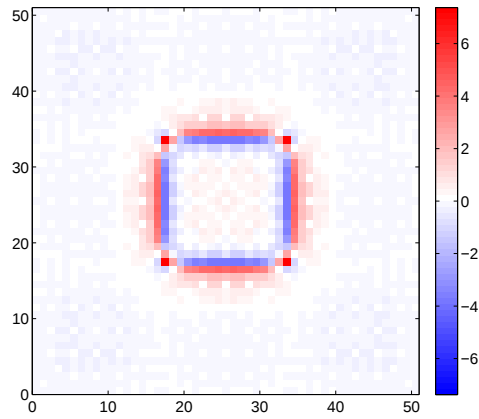


FIGURE 3.19 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE homogène avec des données issues de DRAGON avec Selengut standard et le simple niveau DRAGON

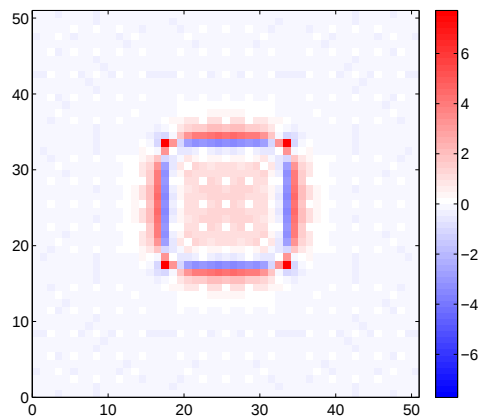


FIGURE 3.20 : Écarts sur le taux de production en pourcentage entre un calcul COCAGNE homogène avec des données issues d'APOLLO2 avec Selengut standard et le double niveau APOLLO2

TABLEAU 3.4 : Présentation de la moyenne quadratique des écarts sur le taux de production dans les différents calculs, suivant le choix de la référence (en %)

	Double niveau IC	Simple niveau MOC-468 milieux
Double niveau, IC	—	0.39
Simple niveau, MOC-468 milieux	0.39	—
COCAGNE hétérogène, flux/volume	0.28	0.30
COCAGNE hétérogène, Selengut standard	1.41	1.42
COCAGNE hétérogène, Selengut généralisé	0.67	0.61
COCAGNE homogène, flux/volume	1.26	1.26
COCAGNE homogène, Selengut standard	0.87	0.86
COCAGNE homogène, Selengut généralisé	0.83	0.76

3.4 Calcul de cœur complet

Cette partie traite de l'utilisation de COCAGNE pour la réalisation d'un calcul de cœur complet 3D. Le cœur d'un réacteur nucléaire est composé d'un ensemble de 157 assemblages tels que ceux décrits précédemment, disposés suivant la configuration présentée à la figure 3.21. La modélisation effectuée traite d'un réacteur de type REP-900, plus spécifiquement d'une campagne représentative d'une gestion quart 3.70% (Kerkar et Paulin, 2008). Chaque assemblage est un assemblage de type UOX, enrichi à 3.70% en ^{235}U , avec un burnup moyen sur l'assemblage compris entre 0 et 42 GWj/t. Dans les conditions standards de l'utilisation de cette configuration, certains assemblages sont « barrés » au cours de l'évolution du cœur, ce qui signifie qu'une barre de contrôle de la réactivité est introduite au sein de l'assemblage, dans certains des trous d'eau présentés au chapitre 2. Pour ce calcul, on considère qu'aucune barre n'est insérée au cours de l'évolution (dans ce cas, le calcul est considéré et dénommé calcul « toutes barres hautes »).

La base de données à deux groupes d'énergie a été obtenue à l'aide du schéma double niveau de type Le Tellier étendu, sans équivalence. La base de données est paramétrée selon plusieurs grandeurs physiques, à savoir la température du combustible, le niveau de xénon (avec ou sans xénon dans l'assemblage, pour modéliser notamment les premiers pas de calcul où la concentration est nulle mais où le burnup a déjà augmenté), la concentration en bore, la température et la densité du modérateur. Cette base de données a ensuite été importée dans deux DKLIBs distinctes, celle permettant de faire des calculs homogènes, et celle permettant de faire des calculs hétérogènes. Afin de pouvoir réaliser des comparaisons avec les données obtenues avec le code de réseau APOLLO2, l'ensemble des calculs qui suivent ont été réalisés à partir des données constructeur fournies par EDF.

A partir de ces bases de données, le code de cœur COCAGNE réalise un ensemble

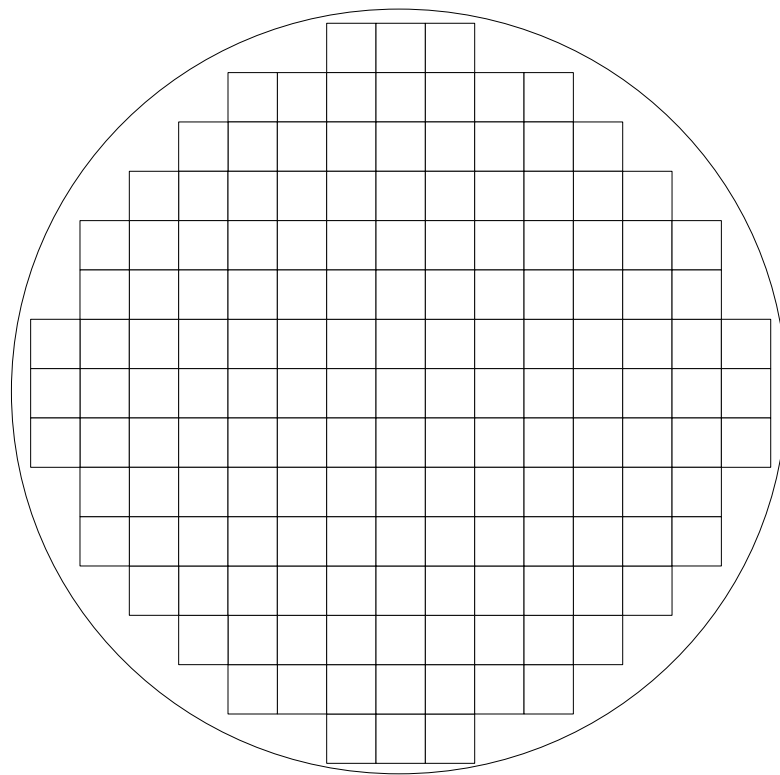


FIGURE 3.21 : Disposition des assemblages dans un cœur de réacteur nucléaire

d'interpolation afin de déterminer les valeurs des sections efficaces dans chaque crayon (dans le cas d'un calcul hétérogène) ou dans chaque assemblage (dans le cas d'un calcul homogène) aux conditions exactes locales. Les données réflecteur utilisées n'ont pas été calculées par DRAGON mais proviennent de résultats obtenus avec APOLLO2.

L'objet de cette étude est de faire un calcul de concentration de bore critique, associé à une longueur naturelle de campagne, c'est à dire la durée théorique de la campagne à partir des burnups de chaque assemblage. A cette valeur de burnup, la concentration en bore est d'environ 10 ppm et il n'est alors plus possible de diluer suffisamment cette concentration pour assurer la criticité. Le calcul se déroule suivant les mêmes hypothèses de discrétisation que celles présentées précédemment (à savoir que l'assemblage est découpé par crayon dans les calculs hétérogènes et en huit parties dans les calculs homogènes). La résolution des équations se fait toujours suivant une méthode mixte duale d'éléments finis de type Raviart Thomas, RT0 en hétérogène et RT1 en homogène. Une question qui se pose est de savoir quel est l'impact de la discrétisation du réflecteur. Dans les calculs hétérogènes, deux maillages seront utilisés : un maillage lâche et un plus raffiné et les résultats comparés afin de comprendre l'impact de tels maillages.

Trois calculs distincts ont donc été effectués avec les bases de données issues de DRAGON : un calcul homogène avec un maillage raffiné pour le réflecteur et deux calculs hétérogènes, l'un avec un maillage lâche pour le réflecteur l'autre avec un maillage raffiné. Les résultats de ces trois calculs sur la concentration en bore critique sont présentés à la figure 3.22. Le dernier calcul effectué à partir du code COCAGNE est réalisé avec les données obtenues avec APOLLO2, en mode hétérogène et maillage raffiné.

La cohérence des résultats est jugée satisfaisante. Les courbes sont relativement

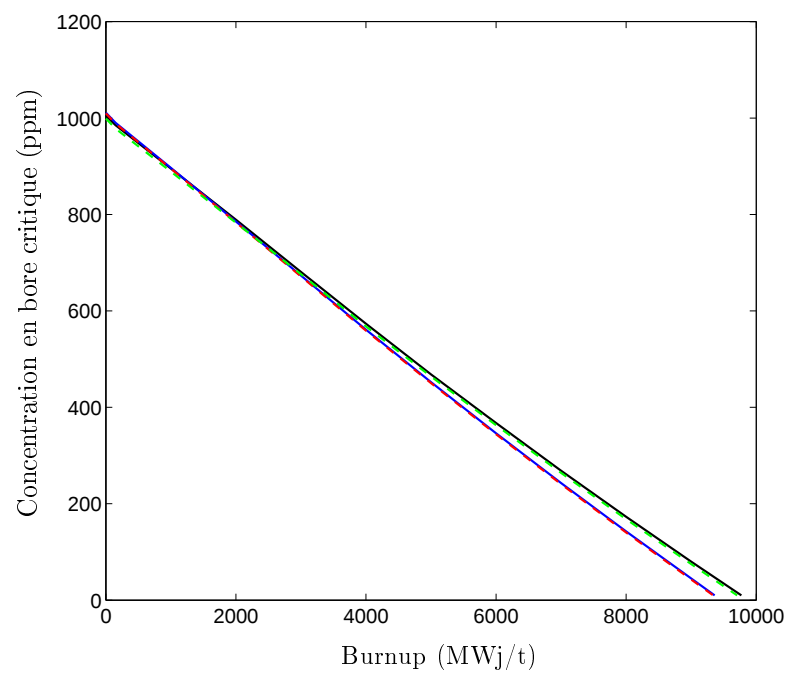


FIGURE 3.22 : Concentration en bore critique au cours de l'évolution du cœur de réacteur, calcul homogène en trait plein noir, hétérogène lâche en trait plein bleu, hétérogène raffiné en trait pointillés roses, APOLLO2 en pointillés verts

proches l'une de l'autre. Les calculs homogènes ainsi que le calcul APOLLO2 présentent des résultats très similaires. Les deux calculs hétérogènes avec des données issues de DRAGON donnent *in fine* des concentrations en bore très proches. L'écart est d'environ 2 ppm, le maillage raffiné étant légèrement moins réactif que le maillage lâche. Comme on peut aussi le remarquer, les écarts en longueur naturelle de campagne sont très faibles entre le cas homogène et le cas APOLLO2 (d'environ +0.7%) et légèrement plus conséquents entre le cas hétérogène et le cas APOLLO2 (d'environ -3.8%). L'écart en jours équivalent pleine puissance est d'approximativement 10 jours.

On peut observer que la quantité de bore nécessaire en début de cycle avec les données issues de DRAGON est légèrement supérieure à celle nécessaire avec les données issues d'APOLLO2. Les assemblages issus de DRAGON sont donc légèrement plus réactifs que les assemblages issus d'APOLLO2. Comme il a été possible de le voir dans le chapitre précédent, une légère sur-réactivité d'un calcul d'assemblage sur l'autre implique une consommation accrue de l'isotope ^{235}U et une formation diminuée de l'isotope ^{239}Pu dans l'assemblage sur-réactif. Cette différence de consommation et de formation d'isotopes fissiles entre les deux calculs crée un phénomène de bascule de la réactivité : à un moment donné, l'écart de réactivité va s'inverser. On peut supposer qu'il en est de même sur un cœur complet : dans le cas des calculs avec données issues de DRAGON, la réactivité initiale est légèrement plus importante que dans les calculs avec données issues d'APOLLO2, avec des assemblages ayant pourtant le même burnup. L'hypothèse que l'on émet est donc que l'on consomme plus d'isotopes fissiles, ce qui fait que l'on diminue la longueur de campagne, comme on peut le voir sur la figure 3.22. D'autre part, bien que l'on parte des mêmes burnups d'assemblage dans le réacteur, il faut noter que les burnups locaux (crayon par crayon) sont différents entre les deux calculs, ainsi que les concentrations isotopiques dans les crayons, ceci étant lié au fait que

les concentrations sont calculées lors de la résolution des équations de Bateman dans chaque code de réseau, et que les flux, donc les taux de réaction ne sont pas semblables dans chacun de ces codes.

Cet exercice de chaînage DRAGON-COCAGNE sur un calcul de cœur complet a donné des résultats tout à fait satisfaisants. Les comparaisons menées donnent des écarts de l'ordre de 3 à 4%. Plusieurs données importantes, qui n'ont pas été étudiées ici, comme par exemple les flux neutroniques, les taux de production, la puissance locale, le facteur de point chaud ou encore l'axial offset (différence de puissance entre la moitié supérieure et la moitié inférieure du cœur) sont des paramètres qu'il serait intéressant d'analyser. L'étape suivante serait de calculer les données relatives aux différentes grappes que l'on peut insérer dans les assemblages, pour calculer en sus le poids des grappes et la modification des données précédentes.

Au cours de cette partie, le chaînage entre le code DRAGON et le code COCAGNE a été effectué. La qualité de ces résultats a été observée dans un premier temps à l'aide de comparaisons entre un calcul d'un cluster de neuf assemblages réalisé d'une part dans un code de cœur et d'autre part dans un code de réseau. Les résultats sont comparés au niveau de la réactivité et au niveau du taux de production total, évalué crayon par crayon. Dans le cadre des calculs hétérogènes, les résultats obtenus ne dépassent pas 3% d'écarts avec une référence en transport. Suite à ces bons résultats sur un cluster, les études suivantes ont porté sur la réalisation d'un calcul de cœur complet. Le calcul est une modélisation d'un REP-900 et donne des écarts satisfaisants. D'autres paramètres doivent cependant être analysés pour permettre de valider la qualité de ces simulations réalisées sur un cœur complet de réacteur.

CONCLUSION

Au cours de ce travail, nous avons pu réaliser un calcul complet de cœur de réacteur nucléaire, montrant ainsi la capacité du code de réseau DRAGON de s'adapter aux dernières évolutions des méthodes numériques disponibles pour résoudre de manière efficace l'équation du transport neutronique. Plusieurs améliorations du schéma développé par Romain Le Tellier ont été proposées et validées à l'aide d'une référence d'un calcul simple niveau.

L'ajout de la prise en compte couronne par couronne de l'évolution isotopique dans les crayons au deuxième niveau du schéma de calcul permet de diminuer de manière importante les écarts, notamment les écarts en concentration isotopiques par rapport à une référence simple niveau, améliorant ainsi la qualité des résultats. L'ajout d'une équivalence de type transport-transport permet de réduire les écarts homogènes sur les assemblages d'un facteur deux environ, que ce soit pour les combustibles UOX ou les combustibles MOX. Le schéma de type Le Tellier étendu avec équivalence peut ainsi être utilisé pour fabriquer des bases de données multiparamétrées de bonnes qualités.

Le schéma de calcul développé dans ce projet a ensuite été utilisé pour réaliser des simulations sur un cluster de neuf assemblages, comprenant des combustibles UOX usagés et un combustible MOX neuf en son centre. Ce cluster, pour lequel le flux présente une forte disparité en son cœur, a permis de tester et de valider les données stockées dans les bases de données multiparamétrées générées par DRAGON (sections efficaces, facteurs de normalisation...). Des comparaisons des simulations réalisées avec le code COCAGNE ont été effectuées avec des calculs double niveau utilisant le schéma développé dans DRAGON, des calculs simple niveau et un calcul double niveau issu du code de réseau APOLLO2. Dans le cas d'un calcul de

cœur réalisé avec des données hétérogènes et une équivalence transport-diffusion réalisée dans COCAGNE, les résultats donnent des écarts maximaux de l'ordre de 3% ce qui reste acceptable. Les simulations homogènes donnent pour leur part des taux de production ayant des écarts inférieurs à 7% avec une normalisation de type Selengut.

Le code de réseau DRAGON a alors été utilisé afin de créer une base de données multiparamétrées utilisée pour une simulation d'un cœur complet dans le code COCAGNE. Les concentrations en bore critique et la longueur naturelle de campagne ont été évaluées dans un cas homogène et dans un cas hétérogène. Les résultats sont en accord avec ceux trouvés avec des données issues du code APOLLO2, et donnent des écarts en longueur naturelle de campagne compris entre 3 et 4% (soit environ 10 jours équivalent pleine puissance). Ces écarts, qui résultent d'un écart avec un code de réseau et non avec l'expérience, restent acceptables. Il faudrait, pour valider ces résultats, réaliser une comparaison avec des données de retour d'expérience.

Finalement, il est possible d'améliorer encore le schéma de calculs à double niveau, notamment en essayant de trouver l'origine du problème dans les crayons face à un trou d'eau et en modifiant légèrement les regroupements par exemple. Il reste aussi à analyser de nombreux paramètres du calcul de cœur complet, tels que le flux neutronique ou les taux de réaction au sein du réacteur, afin de s'assurer que les calculs sont corrects en tous points de la géométrie.

A partir d'un schéma simplifié et grâce à la souplesse du code DRAGON, il a été possible de mettre en oeuvre et de valider, sur une configuration donnée, un schéma de calcul double niveau amélioré. Les résultats obtenus par comparaison à une référence simple niveau sont jugés satisfaisants.

RÉFÉRENCES

- Askew, J. (1972). A Characteristics Formulation of the Neutron Transport Equation in Complicated Geometries. Technical Report AEEW-M 1108, United Kingdom Atomic Energy Establishment, Winfrith.
- Askew, J., Fayers, F., et Kemshell, P. (1966). A General Description of the Lattice Code WIMS. *J. Brit. Nucl. Energy Soc.*, 5 :564.
- Bateman, H. (1910). Solution of a system of differential equations occurring in the theory of radio-active transformations. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 15 :423 – 427.
- Carlson, B. G. et Bell, G. I. (1958). Solution of the Transport Equation by the S_N Method. In *Proc. U. N. Int. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, 2nd Geneva P/2386.
- Carlvik, I. (1965). A Method for Calculating Collision Probabilities in General Cylindrical Geometry and Applications to Flux Distributions and Dancoff Factors. In *Proc. U. N. Int. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy*, volume 2, page 225, Geneva.
- Casal, J. J., Stamm'ler, R. J. J., Villarino, E. A., et Ferri, A. A. (1991). HELIOS : Geometric Capabilities of a New Fuel-Assembly Program. In *International Topical Meeting on Advances in Mathematics, Computations, and Reactor Physics*, Pittsburgh, USA.
- Coste-Delclaux, M. (2006). *Modélisation du Phénomène d'Autoprotection dans le code de Transport Multigroupe APOLLO2*. PhD thesis, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris.
- Courau, T., Cometto, M., Girardi, E., Couyras, D., et Schwartz, N. (2008). Elements of Validation of Pin-by-pin Calculations with the Future EDF Calculation

Scheme Based on APOLLO2 and COCAGNE Codes. In *Proceedings of ICAPP'08*, Anaheim,CA,USA.

Donnelly, J. V. (1986). WIMS-CRNL : A user's manual for the Chalk River version of WIMS. Technical Report AECL-8955, Atomic Energy of Canada Ltd., Mississauga.

Girardi, E., Cometto, M., Courau, T., Couyras, D., et Schwartz, N. (2008). Pin-by-Pin Power Reconstruction in the Future EDF Calculation Scheme. In *Proceedings of ICAPP'08*, Anaheim,CA,USA.

Halsall, M. J. (1995). The WIMS Subgroup Method for Resonance Absorption. *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 72 :354.

Hébert, A. (1993). Consistent technique for the pin-by-pin homogenization of a pressurized water reactor assembly. *Nuclear Science and Engineering*, 113(3) :227 – 238.

Hébert, A. (2005). The Ribon extended self-shielding model. *Nuclear Science and Engineering*, 151(1) :1 – 24.

Hébert, A. (2006). The Search for Superconvergence in Spherical Harmonics Approximations. *Nuclear Science and Engineering*, 154 :134.

Hébert, A. (2009). *Applied Reactor Physics*. Presses Internationales Polytechniques, Montréal, Canada.

Hébert, A. et Benoist, P. (1991). A consistent technique for the global homogenization of a pressurized water reactor assembly. *Nuclear Science and Engineering*, 109(4) :360 – 72.

Hébert, A. et Marleau, G. (1991). Generalization of the Stamm'ler method for the self-shielding of resonant isotopes in arbitrary geometries. *Nuclear Science and Engineering*, 108(3) :230 – 239.

- Hébert, A. et Karthikeyan, R. (2005). Interfacing NJOY with Advanced Lattice Codes. In *Workshop on NJOY-2005 and User Group Meeting*, Issy les Moulineaux, France.
- Hfaiedh, N. (2006). *Nouvelle Méthodologie de Calcul de l’Absorption Résonnante*. PhD thesis, Université Louis Pasteur, Strasbourg.
- Hoffman, A., Jeanpierre, F., Kavenoky, A., Livolant, M., et Lorain, H. (1973). APOLLO : Code multigroupe de résolution de l’équation du transport pour les neutrons thermiques et rapides. Technical Report Note CEA-N-1610, Commissariat à l’Énergie Atomique, France.
- Kerkar, N. et Paulin, P. (2008). *Exploitation des cœurs REP*. Edp Sciences, France.
- Le Tellier, R. (2006). *Développement de la méthode des caractéristiques pour le calcul de réseau*. PhD thesis, École Polytechnique de Montréal, Montréal.
- Le Tellier, R. et Hébert, A. (2007a). A PWR Assembly Computational Scheme Based on the DRAGON V4 Lattice Code. In *Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications, M&C+SNA 2007*, Monterey, CA, USA.
- Le Tellier, R. et Hébert, A. (2007b). An improved algebraic collapsing acceleration with general boundary conditions for the characteristics method. *Nuclear Science and Engineering*, 156(2) :121–138.
- MacFarlane, R. (1984). TRANSX-CTR : A Code for Interfacing MATXS Cross-Section Libraries to Nuclear Transport Codes for Fusion Systems Analysis. Technical Report LA-9863-MS, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, USA.
- MacFarlane, R. et Muir, D. (2000). NJOY99.0 Code System For Producing Point-wise and Multigroup Neutron and Photon Cross Sections from ENDF/B Data. Technical Report PSR-480/NJOY99.0, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos.

- Marleau, G., Hébert, A., et Roy, R. (2009). A User Guide for DRAGON Version 4. Technical Report IGE-294, École Polytechnique de Montréal.
- Petrovic, I. et Benoist, P. (1996). B_N Theory : Advances and New Models for Neutron Leakage Calculation. *Advances in Nuclear Science and Technology*, 24.
- Plagne, L. et Ponçot, A. (2005). Generic Programming for Deterministic Neutron Transport Codes. In *Mathematics & Computation, Supercomputing, Reactor Physics and Nuclear and Biological Applications*, Avignon, France.
- Pomraning, G. (1993). Asymptotic and variational derivations of the simplified P_N equations. *Annals of Nuclear Energy*, 20(9) :623 – 37.
- Reuss, P. et Coste-Delclaux, M. (2003). Development of Computational Models Used in France for Neutron Resonance Absorption in Light Water Lattices. *Progress in Nuclear Energy*, 42(3) :237 – 282.
- Roy, R. et Hébert, A. (2000). The GAN Generalized Driver. Technical Report IGE-158, École Polytechnique de Montréal.
- Sanchez, R., Hébert, A., Stankovski, Z., Coste, M., Loubière, S., der Gucht, C. V., et Zmijarevic, I. (1999). APOLLO2 Twelve Years Later. In *Mathematics & Computation Reactor Physics and Environmental Analysis in Nuclear Applications*, Madrid.
- Sanchez, R. et McCormick, N. (1982). A Review of Neutron Transport Approximations. *Nuclear Science and Engineering*, 80(4) :481–535.
- Sanchez, R., Mondot, J., Stankovski, Z., Cossic, A., et Zmijarevic, I. (1988). APOLLO2 : a user-oriented, portable, modular code for multigroup transport assembly calculations. *Nuclear Science and Engineering*, 100(3) :352 – 62.
- Santamarina, A., Collignon, C., et Garat, C. (2004). French Calculation Schemes for Light Water Reactor Analysis. In *Proceedings of Int. Mtg. on the Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Systems PHYSOR 2004*, Chicago, ANS.

- Selengut, D. S. (1960). Diffusion Coefficients for Heterogeneous Systems. *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 3 :398.
- Vidal, J., Litaize, O., Bernard, D., Santamarina, A., Vaglio-Gaudard, C., et Tran, R. (2007). A New Modeling of LWR Assemblies using the APOLLO2 Code Package. In *Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications, M&C+SNA 2007*, Monterey,CA,USA.
- West, J. P., Blanchon, F., et al. (1990). COCCINELLE : a consistent software for light water reactor physics calculations design, safety, management, monitoring and surveillance. In *PHYSOR 1990*, Marseille, France.
- Wu, G. et Roy, R. (2003). A Review of Neutron Transport Approximations. *Annals of Nuclear Energy*, 30(5) :567–583.

ANNEXE I

RÉSULTATS COMPLÉMENTAIRES SUR LES CALCULS D'ASSEMBLAGE

I.1 Résultats suivant l'option de calcul des fuites

Lors d'un calcul à double niveau, trois options de simulation au niveau des fuites sont envisageables :

- les fuites peuvent être évaluées au premier et second niveau, en faisant une recherche pour obtenir à chaque niveau $k_{eff} = 1.0$, option que l'on appelle ci-après cas *BB*.
- les fuites peuvent être évaluées au premier niveau, on garde alors le terme en B^2 et on impose cette valeur de B^2 au second niveau. Dans ce cas, la valeur de k_{eff} n'est pas strictement égale à 1.0, option que l'on appelle ci-après cas *BK*.
- les fuites ne sont pas évaluées au premier niveau, mais uniquement au second niveau. Cette option n'a pas été envisagée dans ce projet.

Les écarts observés entre ces deux options en schéma type Le Tellier ou entre schéma type Le Tellier étendu sont très proches. La suite de cette partie traite uniquement des schémas Le Tellier étendu. Les écarts sur la réactivité sont très faibles tout au long de l'évolution : dans le cas de l'UOX, l'écart est de +2 pcm à burnup nul et diminue à -4 pcm à 48000 MWj/t, alors que dans le cas du MOX, on passe de 0 à -2 pcm sur la même plage de burnup.

Les résultats sur les flux, les concentrations et les taux de production d'énergie dans le cas de l'UOX et dans le cas du MOX suivent. Ils sont eux aussi très faibles, ce qui ne permet pas de dire quelle est la meilleure option à retenir pour le calcul.

Nous traitons en premier lieu les résultats de l'UOX. La figure I.1 présente les écarts entre les deux options de calcul des fuites pour le flux neutronique à burnup nul. On peut y voir que les écarts y sont très homogènes et très faibles. Ils sont de l'ordre de -0.027% dans le groupe rapide et de $+0.005\%$ dans le groupe thermique. Ces écarts sont tellement faibles, qu'ils ne sont pas représentatifs d'un comportement quelconque. En évolution, les écarts augmentent légèrement mais l'homogénéité sur l'assemblage est conservée : -0.052% dans le groupe rapide et $+0.046\%$ dans le groupe thermique.

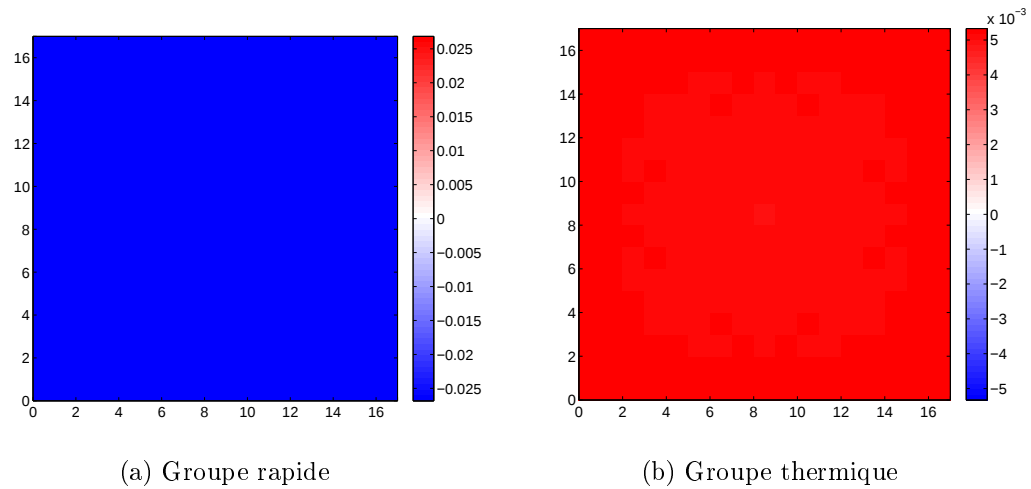


FIGURE I.1 : Écarts des flux en pourcentage entre les cas *BB* et *BK* à burnup nul, cas de l'UOX

Pour ce qui est des concentrations isotopiques en fin de cycle (figures I.2a à I.2c), on peut encore observer que les écarts sont très homogènes, et qu'ils restent très faibles, même en fin de vie. Pour l' ^{235}U , ils sont de l'ordre de -0.03% , pour l' ^{238}U , ils sont négligeables à $+0.0004\%$ et pour le ^{239}Pu , ils sont de l'ordre de -0.04% . Ces écarts, là encore plutôt faibles, ne permettent pas de savoir quel schéma est le meilleur par rapport à la référence.

Enfin, le taux de production à burnup nul est présenté à la figure I.3. Comme on peut s'y attendre, les résultats sont là encore très homogènes sur l'assemblage. Ils

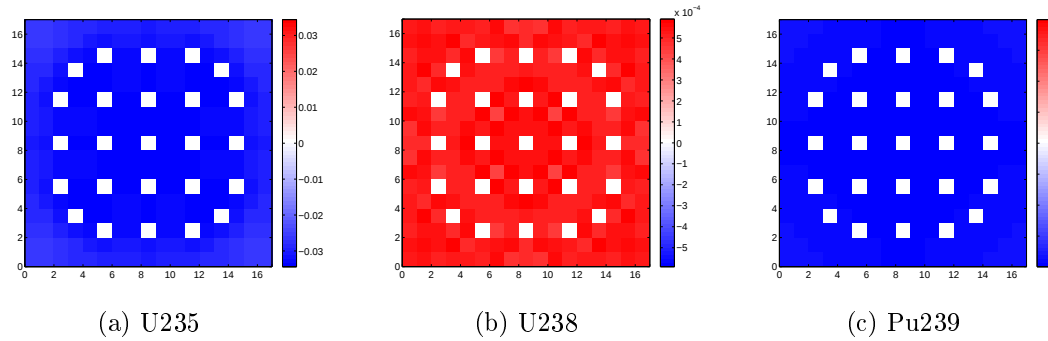


FIGURE I.2 : Écarts de concentrations de certains isotopes en pourcentage entre les cas *BB* et *BK* en fin de vie, cas de l'UOX

sont de l'ordre de -0.017% dans le groupe rapide à un burnup nul et vont jusque -0.053% à 48000 MWj/t , dans le même temps dans le groupe thermique, ils s'étalent de $+0.0056\%$ à $+0.016\%$

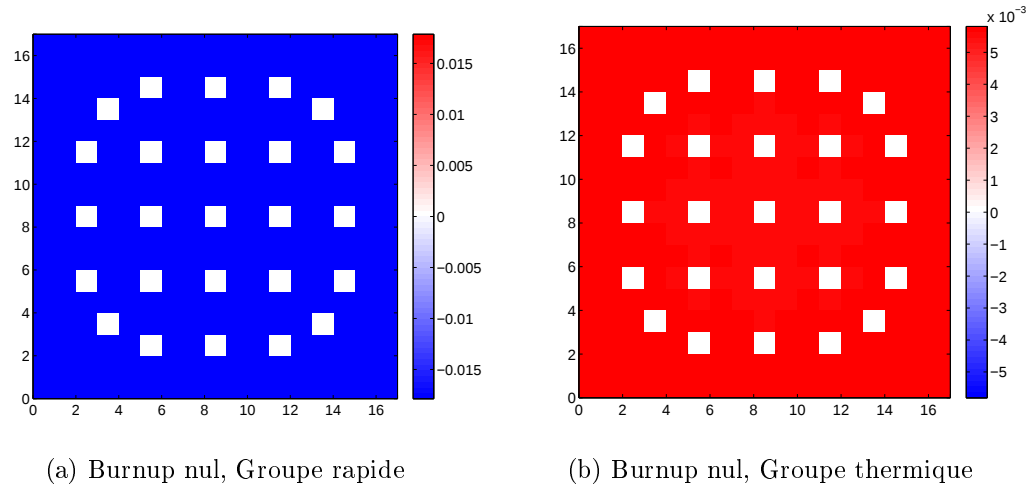


FIGURE I.3 : Écarts des taux de production en pourcentage entre les cas *BB* et *BK* à burnup nul, cas de l'UOX

Dans le cas du MOX, les écarts observés en évolution sont encore plus proches l'un de l'autre. Le tableau I.1 présente ces écarts. Ils sont tous inférieurs à 0.03% .

Les résultats des comparatifs entre le schéma *BB* et le schéma *BK* donnent des résultats très proches les uns des autres. Il n'est pas possible de déterminer quel

TABLEAU I.1 : Écarts moyens en pourcentage entre les options de calcul *BB* et *BK* dans le cas du MOX

Grandeur	groupe	BU=0 GWj/t	BU=48 GWj/t
Flux	rapide	-0.007	-0.027
	thermique	+0.003	+0.014
²³⁹ Pu	—	—	-0.009
²³⁸ U	—	—	+0.0002
²³⁵ U	—	—	-0.002
Flux	rapide	-0.003	-0.015
	thermique	+0.002	+0.008

résultat est le plus proche de la référence, et on en déduit donc que prendre un schéma plutôt qu'un autre n'aura pas d'incidence très élevée au final (les écarts observés entre schémas double et simple niveau sont toujours systématiquement au moins dix fois supérieurs à ceux observés dans cette étude). Pour pouvoir déduire quel schéma est le meilleur, il faudrait peut être augmenter le nombre de grandeurs à observer pour voir si certaines différences apparaissent, ou encore réaliser un schéma simple niveau avec la même autoprotection pour avoir un schéma de référence plus proche du schéma double niveau.

I.2 Résultats entre les calculs de type Le Tellier étendu sans équivalence et la référence

Cette partie présente les résultats entre le calcul de type Le Tellier étendu sans équivalence et la référence MOC. Comme pour le cas avec équivalence, les résultats crayon par crayon sont largement améliorés, mais pas véritablement les valeurs homogènes sur l'assemblage. Dans cette partie, nous traiterons succinctement des résultats de l'UOX et du MOX car ils sont similaires à ceux obtenus avec un calcul d'équivalence.

I.2.1 Cas de l'UOX

La figure I.4 présente les écarts en réactivité des deux types de calcul (Le Tellier ou Le Tellier étendu) par rapport à une référence simple niveau. On observe que, pour cette grandeur homogène sur un assemblage, les écarts entre les deux types de calculs sont vraiment faibles, et que le schéma de type Le Tellier étendu n'apporte pas vraiment un meilleur résultat que le schéma de type Le Tellier.

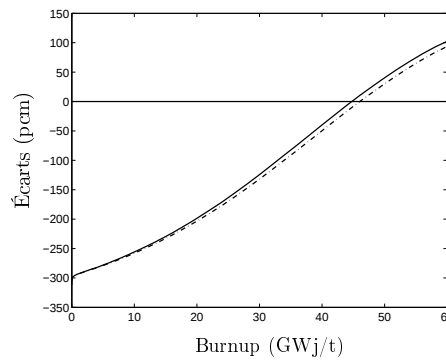


FIGURE I.4 : Écarts de réactivité entre le schéma de calcul Le Tellier (trait) et le schéma Le Tellier étendu (pointillés) avec la référence, cas UOX

La figure I.5 présente les écarts sur le flux neutronique entre le schéma de type Le Tellier et le calcul de référence MOC. Ces écarts sont à comparer avec ceux de la figure 2.13. On peut observer que les résultats à burnup nul sont strictement identiques. Ce résultat est logique dans la mesure où les concentrations sont identiques et les données crayon par crayon n'ont pas encore été homogénéisées. En revanche, on peut observer qu'à burnup 48000 MWj/t, les résultats sont améliorés dans les deux groupes : les valeurs maximales dans le groupe rapide ne dépassent pas +0.09% et celles du groupe thermique -1.65%. Les résultats homogènes, présentés dans les tableaux 2.4 et 2.5 sont similaires aux écarts entre le schéma de type Le Tellier et la référence simple niveau.

La figure I.6 présente les écarts sur les concentrations isotopiques. Elle est à mettre en lien avec la figure 2.14. On peut observer que les écarts sont énormément dimi-

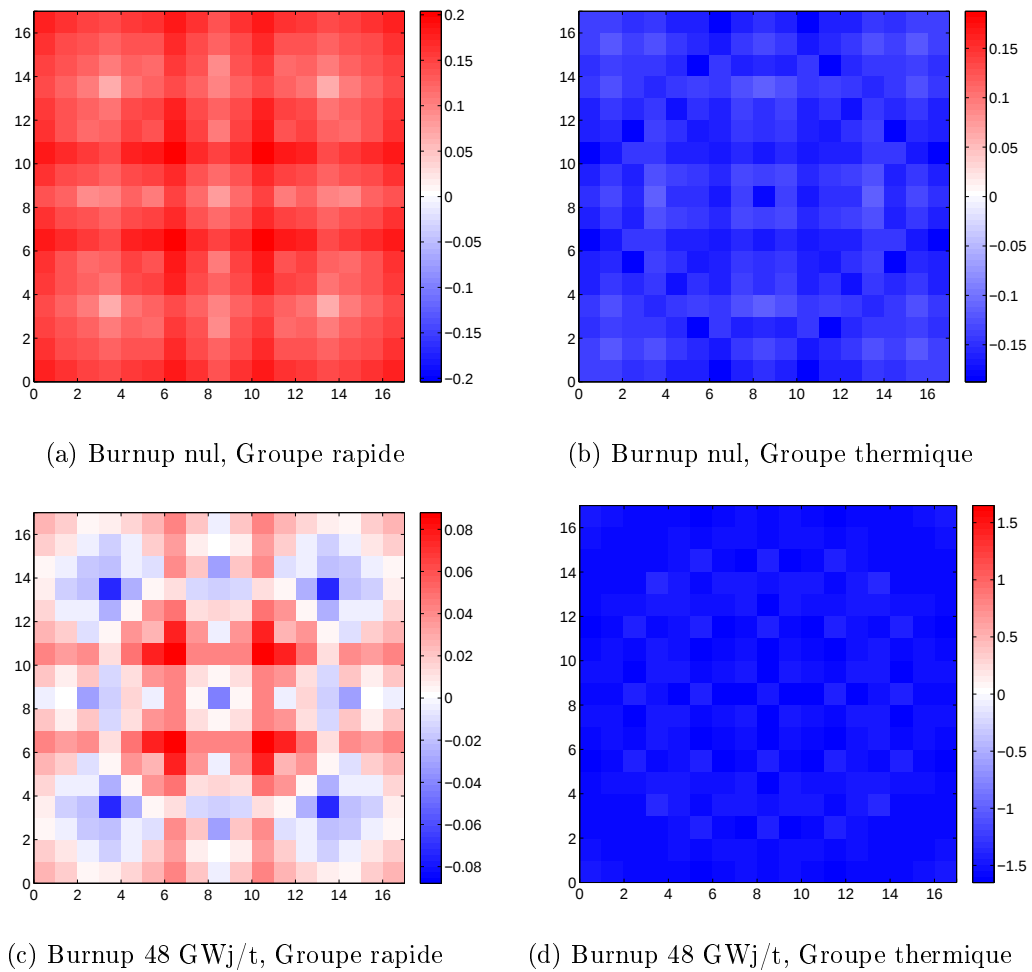


FIGURE I.5 : Écarts des flux en pourcentage entre le schéma Le Tellier étendu et la référence, cas de l'UOX

nués. Dans le cas du schéma Le Tellier, on avait des écarts pour l' ^{235}U allant entre -6.38% et $+8.66\%$, dans le schéma Le Tellier étendu, ces écarts sont situés sur une plage comprise entre $+0.83\%$ et $+1.58\%$. On observe ici l'intérêt d'un schéma qui traite les concentrations isotopiques de chaque crayon couronne par couronne, et non regroupement de couronnes par regroupement de couronnes. Alors que dans le cas Le Tellier, les écarts étaient répartis de manière fortement hétérogène, ils sont tous positifs dans le cas de l' ^{235}U , ce qui nous permet de montrer que le schéma double niveau sous-estime la quantité d' ^{235}U consommée et sur-estime celle de ^{239}Pu créée (voir figure I.6c). On peut observer que pour l' ^{238}U , les écarts sont eux aussi réduits (dans une moindre mesure toutefois) et on observe un comportement vraiment différent au niveau du crayon P55, ainsi que pour les crayons face à un trou d'eau. Nous avons déjà discuté ces points au chapitre 2, cette comparaison ne fait qu'ajouter aux constatations de ce chapitre.

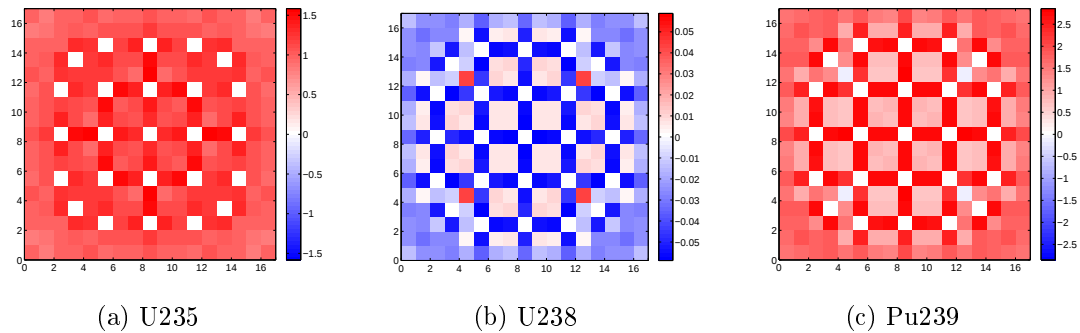


FIGURE I.6 : Écarts de concentrations de certains isotopes entre le schéma Le Tellier étendu et la référence, cas de l'UOX

Enfin, la figure I.7 présente les résultats pour les taux de réaction. Ils sont à comparer à la figure 2.15. Comme pour le cas du flux, on n'observe pas de différences à burnup nul. En revanche, on peut observer qu'en fin de cycle, la carte des écarts est beaucoup moins hétérogène que dans le cas d'un schéma de type Le Tellier. Les écarts liés aux traitements en moyenne dans les regroupements ne sont plus observables. On observe que l'on a des écarts au niveau des crayons face aux trous d'eau

accentués, ce qui était moins évident auparavant. Dans les deux groupes, les écarts maximaux sont approximativement divisés par deux, mais les écarts en moyenne sur l'assemblage restent du même ordre de grandeur (+0.88% dans le groupe rapide et -0.26% dans le groupe thermique).

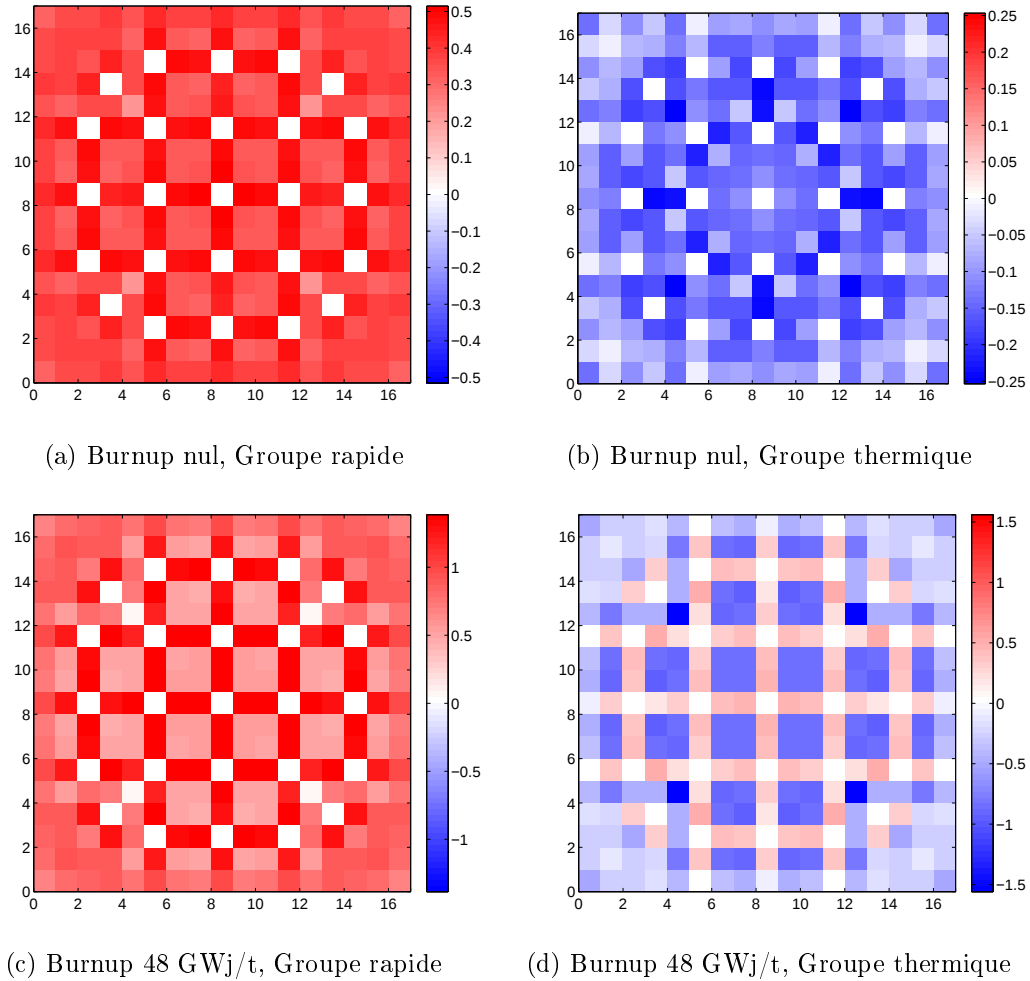


FIGURE I.7 : Écarts des taux de production en pourcentage entre le schéma Le Tellier étendu et la référence, cas de l'UOX

Les résultats observés lors des comparaisons entre un schéma de calcul Le Tellier et la référence pour le cas de l'UOX permettent de confirmer les résultats obtenus dans le chapitre 2 : le traitement des concentrations crayon par crayon au deuxième niveau de calcul permet de diminuer de manière significative les écarts dans les

crayons. Cependant, cela ne permet pas d'améliorer les résultats en moyenne sur l'assemblage.

I.2.2 Cas du MOX

La figure I.8 présente les écarts en réactivité entre les deux types de schéma à double niveau sans équivalence et la référence, dans le cas du MOX. Comme pour l'UOX, le calcul de type Le Tellier étendu a une pente moins importante que le calcul de type Le Tellier, mais l'écart entre les deux reste faible.

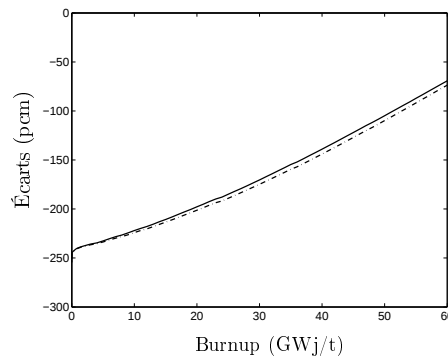
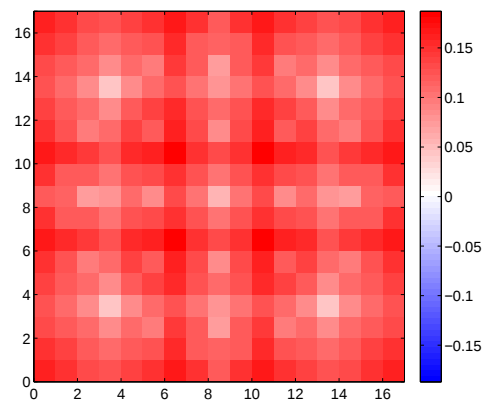
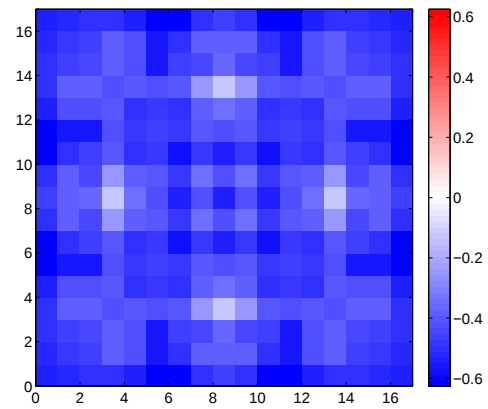


FIGURE I.8 : Écarts entre le schéma de calcul Le Tellier (trait) et le schéma Le Tellier étendu (pointillés) avec la référence, cas MOX

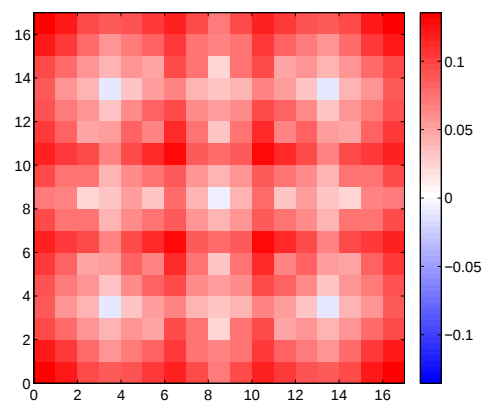
Comme pour le cas de l'UOX, la figure I.9 est à comparer à la figure 2.17. Les écarts sont strictement identiques à burnup nul, mais les écarts maximaux sont diminués dans le cas du schéma Le Tellier étendu à 48000 MWj/t. La carte des écarts est aussi homogénéisée par rapport au schéma Le Tellier, ne mettant plus en avant de différences entre le centre de l'assemblage et les coins : le flux rapide est globalement sur-estimé sur l'ensemble des crayons de l'assemblage et le flux thermique est maintenant globalement sous-estimé dans l'ensemble de l'assemblage là encore. Les écarts en moyenne restent inchangés entre les deux types de calcul double niveau et la référence.



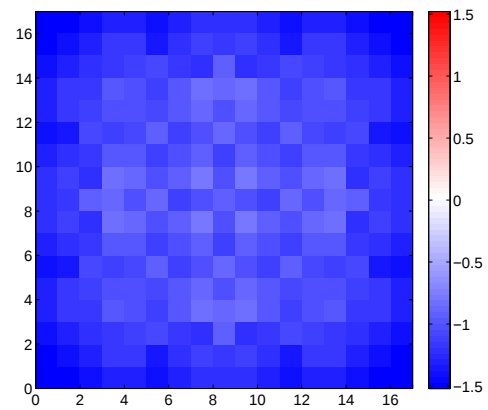
(a) Burnup nul, Groupe rapide



(b) Burnup nul, Groupe thermique



(c) Burnup 48 GWj/t, Groupe rapide



(d) Burnup 48 GWj/t, Groupe thermique

FIGURE I.9 : Écarts des flux en pourcentage entre le schéma Le Tellier étendu et la référence, cas du MOX

C'est encore sur les concentrations isotopiques, et notamment sur les concentrations de l'isotope fissile (^{239}Pu) que l'on observe une amélioration importante des résultats. La figure I.10 comparée à la figure 2.18 montre que pour le cas du ^{239}Pu , la plage des écarts passe de -3.37% à +6.51% à une plage de -0.18% à +2.0%. Les concentrations à l'intérieur de l'assemblage dans les coins des trous d'eau sont correctement estimées, pour quasiment tous les isotopes. Ce sont les données des crayons face à un trou d'eau, des crayons de bord de l'assemblage et les crayons en position P55 qui posent problème.

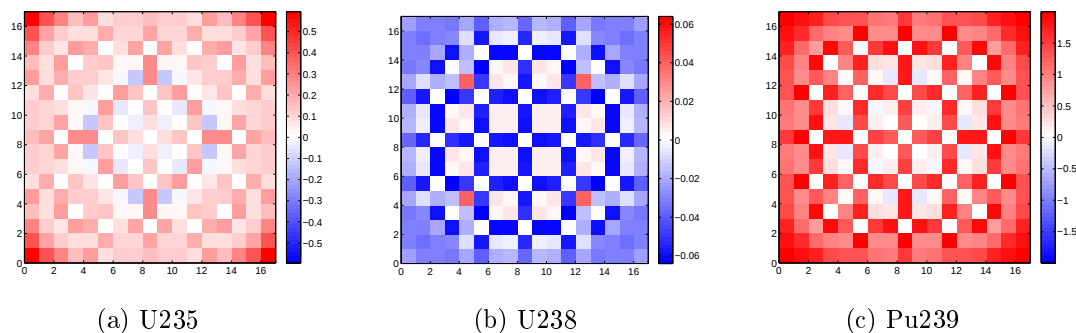


FIGURE I.10 : Écarts de concentrations de certains isotopes entre le schéma Le Tellier étendu et la référence, cas du MOX

La dernière figure concernant ces comparaisons est la figure I.11 à comparer à la figure 2.19. Les figures à burnup nul restent totalement inchangées. Les figures en fin de cycle sont elles profondément modifiées. Dans le groupe rapide, la carte des écarts est à mettre en relation avec la carte des écarts en ^{239}Pu . Dans le groupe thermique, l'écart minimal reste inchangé, mais comme pour le cas de l'UOX, on observe que la carte est beaucoup plus homogène.

En conclusion, cette étude sur l'UOX et le MOX confirment les résultats trouvés dans le chapitre 2. Les écarts hétérogènes (crayon par crayon) sont diminués d'un facteur entre 2 et 3 dans la majorité des cas. Les cartes des écarts sont beaucoup plus homogènes, et il n'est plus possible d'observer des écarts liés au traitement en

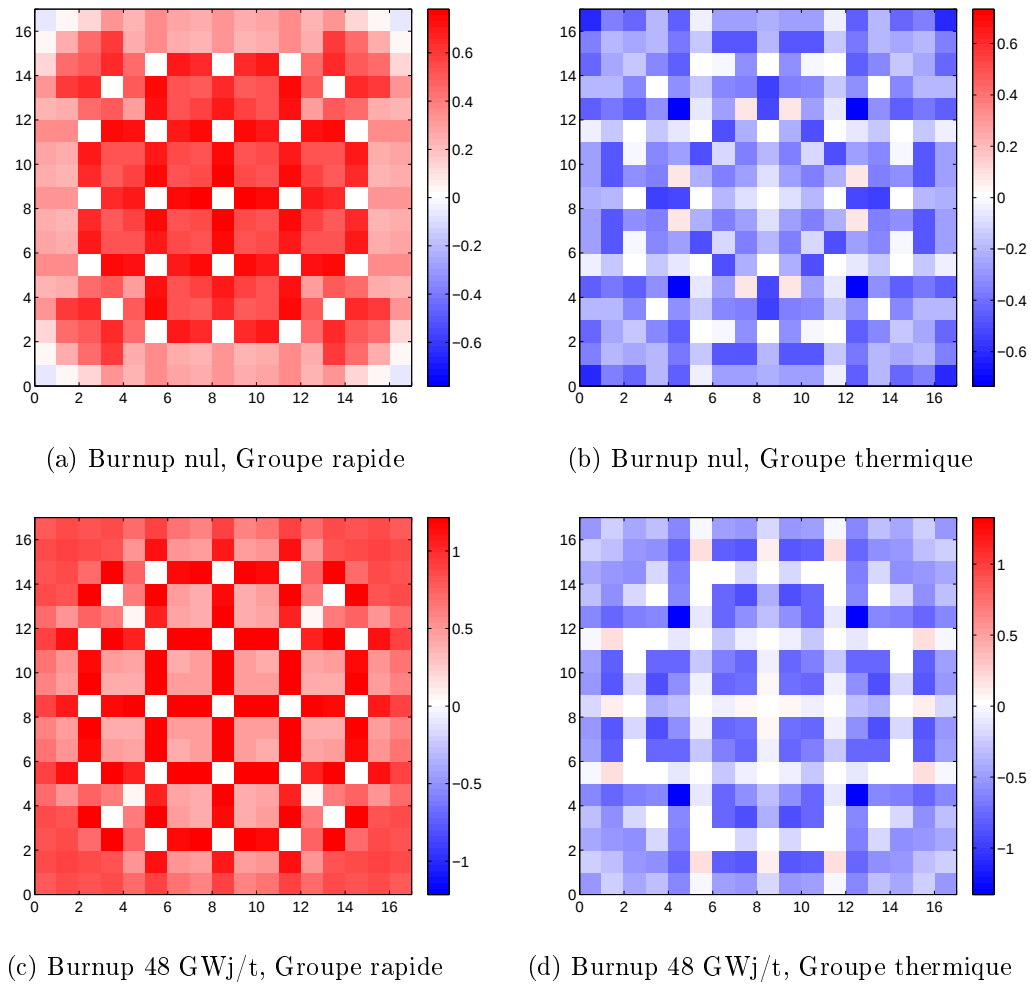


FIGURE I.11 : Écarts des taux de production en pourcentage entre le schéma Le Tellier étendu et la référence, cas du MOX

moyenne des concentrations du second niveau de calcul. Ces cartes permettent de mettre en valeur les crayons dans lesquels les écarts de traitement lié au double niveau sont les plus importants, à savoir les crayons face à un trou d'eau et les crayons en position P55.

I.3 Résultats pour le cas du MOX entre les calculs de type Le Tellier et Le Tellier étendu

Cette section présente les écarts entre les deux types de schéma à deux niveaux, en prenant comme référence le schéma de type Le Tellier étendu. Les résultats du cas de l'UOX ont été présentés dans la partie 2.3.2. La figure 2.33 présente les résultats des écarts sur la réactivité. Dans le cas du MOX, les écarts sont encore plus faibles que dans le cas de l'UOX : il n'y a pas d'écarts initialement, et une surréactivité du type Le Tellier de 5 pcm à 48000 MWj/t.

Comme dans le cas de l'UOX, on peut faire une analogie entre ce cas et le cas de la comparaison entre le type Le Tellier et la référence simple niveau. On observe là encore une évolution en losange, et une complémentarité entre les deux groupes d'énergie. Cependant, comme l'écart est uniforme entre type Le Tellier et Le Tellier étendu (les moyennes des écarts sur le flux d'assemblage sont proches de 0), les différences entre les deux cas sont plus centrées autour de 0 que dans le cas type Le Tellier vs simple niveau. Les valeurs maximales à 48000 MWj/t sont de -0.20% dans le groupe rapide et de +1.48% dans le groupe thermique au centre de l'assemblage et de +0.10% et de -1.16% dans les crayons proches de P55. Les écarts moyens restent faibles, à -0.01% dans le groupe rapide et -0.05% dans le groupe thermique à 48000 MWj/t.

L'inventaire isotopique est dans l'ensemble mauvais et hétérogène, se rapprochant

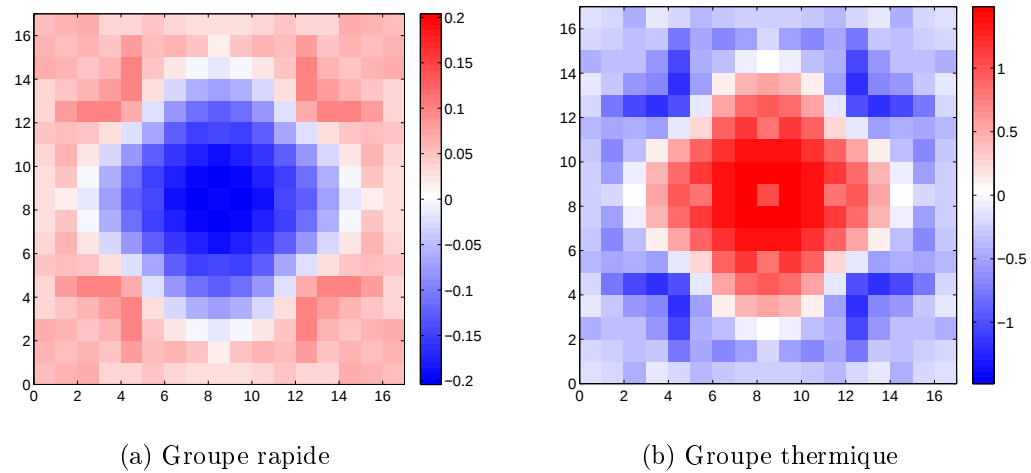


FIGURE I.12 : Écarts en fin de cycle des flux en pourcentage entre les deux types de calculs double niveau, cas MOX

des valeurs des écarts du cas type Le Tellier face à une référence simple niveau (entre -3.70% et +5.48% pour le Pu239 et -2.05% et +2.95% pour l'U235 à 48000 MWj/t). Pour l'U238, les écarts locaux sont moins élevés que lors des comparaisons double niveau/simple niveau. Pour les trois isotopes, on observe que dans le centre, on consomme plus de matière dans le cas Le Tellier que dans le cas Le Tellier étendu, et l'on a quelques crayons autour de P55 qui présentent une forte hétérogénéité (liés au traitement en moyenne des concentrations dans le cas du type Le Tellier, ces crayons étant regroupés avec ceux du centre de l'assemblage). De même que dans l'UOX, on n'observe pas de différences marquées de création de Pu239 (et de consommation d'U238) dans les crayons face aux trous d'eau (les écarts sont proches des écarts des crayons en coin d'un trou d'eau), laissant supposer un dysfonctionnement lié uniquement au traitement à deux niveaux.

Le taux de production dans le groupe rapide possède là encore un comportement similaire au cas type Le Tellier vs simple niveau, et est à mettre en rapprochement des écarts en concentration isotopique. On a un coeur moins productif (-1.63% à 48000 MWj/t) que le type Le Tellier étendu, puis une augmentation progressive

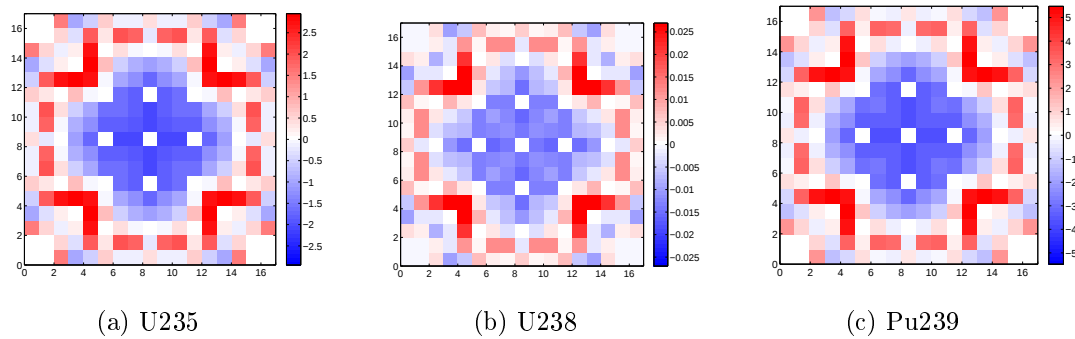


FIGURE I.13 : Écarts en fin de cycle de concentrations de certains isotopes entre les deux types de calculs double niveau, cas MOX

de la productivité autour d'une croix, avec des valeurs maximales prises autour de P55 (+2.09% à 48000 MWj/t). Les écarts sur l'assemblage sont globalement hétérogènes, mais ont une valeur inférieure ou égale à 0.01% dans les deux groupes d'énergie considérés. Comme dans le cas de l'UOX, le comportement est similaire dans le groupe thermique (-0.63% au centre à +1.75% vers P55 à 48000 MWj/t).

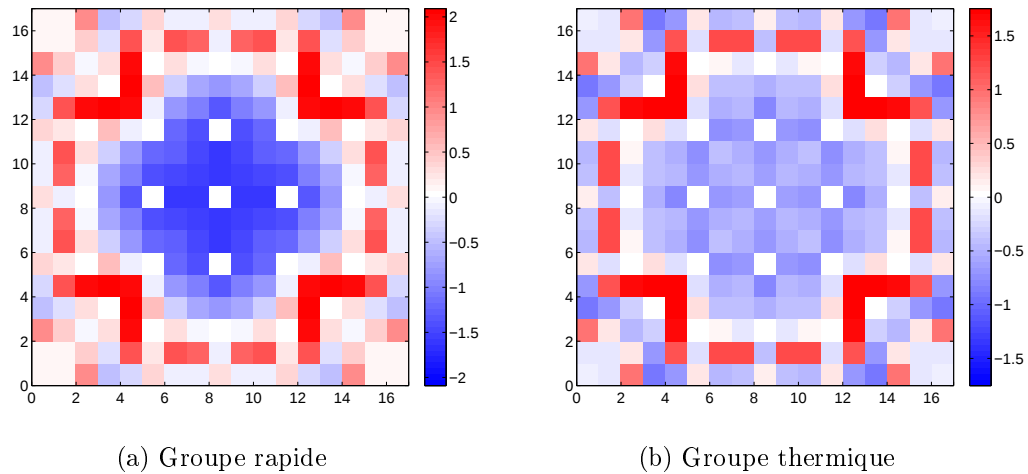


FIGURE I.14 : Écarts en fin de cycle des taux en pourcentage entre les deux types de calculs double niveau, cas MOX

En conclusion, ces écarts permettent de montrer deux points très importants avec ce nouveau schéma de calcul : les écarts observés crayon par crayon dans les com-

paraisons de calculs type Le Tellier face à un simple niveau sont principalement explicables par le traitement en moyenne de la concentration des crayons et le fait que le schéma de type Le Tellier étendu n'améliore pas les écarts homogènes (puisque ceux-ci sont quasiment nuls entre les deux types de calculs double niveau).