Université Louis Pasteur Strasbourg



Institut de Recherches Subatomiques



THESE

Nouvelle Méthodologie de Calcul de l'Absorption

Résonnante

présentée par

Noureddine HFAIEDH

pour obtenir le grade de

Docteur de Physique

Evaluée par un jury composé des personnes suivantes:

M.Jean-Claude SENS,	directeur de thèse
M.Alain SANTAMARINA,	codirecteur
M.Abdel-mjid NOURREDDINE,	rapporteur interne
M. Paul REUSS,	Rapporteur externe
M. Alain HEBERT,	Rapporteur externe
M.Bernard GUESDON,	Examinateur

 $21 \ {\rm Septembre} \ 2006$

A mes parents, à mes frères et sœurs, à la famille $\operatorname{HFAIEDH};$

- A mes proches, à ELLATAIEFA, ma région natale;
- A tous mes enseignants.

A Amel \dots

Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur A. ZAETTA et M J.P GROUILLER qui lui a succédé, pour m'avoir permis d'effectuer cette thèse au Service de Physique des Réacteurs et Cycle, ainsi que Monsieur R. JACQMIN et son successeur Monsieur J.M RUGGIERI, qui m'ont accueilli au sein du Laboratoire d'Etudes Physique et dont les conseils me furent précieux pour l'aboutissement de ce travail.

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur J.C SENS, Professeur à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg pour avoir accepté de diriger cette thèse.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur P. REUSS, Professeur émérite à l'Institut National des Sciences et Techniques Nucléaires, à Monsieur A. HEBERT, Professeur agrégé à l'École Polytechnique de Montréal, et à Monsieur A. NOURREDDINE, professeur à l'Université Louis Pasteur de Strasbourg, qui ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse.

La totalité du travail de cette thèse a été effectuée sous la responsabilité de Monsieur A. SANTAMARINA, Directeur de Recherche au CEA. C'est grâce à sa grande compétence et l'aide amicale qu'il m'a accordée, que ce travail a pu être mené à bien; je lui exprime toute ma reconnaissance.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur O. LITAIZE, chercheur au CEA, pour son aide précieuse à l'utilisation du code de calcul TRIPOLI4.

Je remercie également Monsieur D. BERNARD, Monsieur A. SARGENI, Monsieur J.F VIDAL et Madame C. VAGLIO-GAUDARD, chercheurs au Laboratoire d'Étude Physique, pour l'aide dans la compréhension de l'outil APOLLO2 et leurs précieux conseils.

Mes remerciements s'adressent également au Laboratoire d'Etudes de Neutronique des Réacteurs de m'avoir accueilli et tout particulièrement à monsieur S. MENGELLE, chercheur au laboratoire, qui m'a aidé à générer une bibliothèque multigroupe pour le code APOLLO2.

Je remercie enfin, tout le personnel du laboratoire, qui m'a aidé de près ou de loin à bien mener ce travail.

Résumé

Le calcul neutronique des réacteurs nucléaires consiste en la résolution de l'équation du transport et vise à déterminer un ensemble de paramètres neutroniques à savoir le facteur de multiplication effectif du cœur (Keff), le flux neutronique et les taux de réactions (absorption, fission, etc) dans les différentes régions du cœur du réacteur nucléaire. Ces paramètres constituent la base d'études, de conception et de suivi des réacteurs nucléaires.

Les méthodes de résolution déterministe de l'équation du transport passent toujours par un *calcul multigroupe* en énergie. Il s'agit de la discrétisation de la variable énergie qui consiste à remplacer des fonctions continues en énergie (sections efficaces, flux neutroniques, etc) par des fonctions constantes par domaines d'énergie appelés *groupes*.

Vu la structure résonnante des sections efficaces des noyaux présents dans les réacteurs, les sections multigroupes obtenues suite à la discrétisation énergétique doivent être :

- soient finement discrétisées pour décrire les variations rapides dans les résonances;
- soient calculées dans des groupes larges en les pondérant par un flux modélisé s'approchant au maximum du flux réel; cette stratégie s'appelle la modélisation de l'autoprotection.

Dans ce travail de thèse nous avons développé une idée originale : optimiser un maillage fin pour un calcul rigoureux de l'absorption des grandes résonances dans le domaine épithermique. Ce maillage est fin en dessous de 22,5eV (188 groupes) permettant le calcul exact de l'absorption résonnante des principaux actinides, PFs et absorbants des réacteurs à fission. De plus le maillage SHEM prend en compte précisément l'effet de recouvrement des résonances.

L'optimisation du maillage a été réalisée avec une méthode rigoureuse basée sur un algorithme de détermination de maillage optimisé pour une résonance isolée. Dans le domaine en dessous de 22,5eV, les deux résonances de l'U238 à 6,7eV et 20,9eV sont décrites par des groupes énergétiques fins permettant d'éviter les approximations liées aux modèles d'autoprotection.

Le maillage permet également une description fine des résonances des matériaux de structure (Fe56, Mn55, Al27, etc) et les caloporteurs (O16 et Na23) à des énergies supérieures à 22,5eV. La discrétisation des réactions à seuil (inélastique, fission, (n,2n) de l'U238) a également fait l'objet d'une attention particulière.

Ensuite un schéma de calcul APOLLO2 a été défini sur la base du maillage SHEM pour être soumis à un travail de validation. La validation consiste à définir les biais de calcul résultant de la comparaison du calcul multigroupe APOLLO2 avec un calcul étalon réalisé avec TRIPOLI4. Nous avons ainsi été amené à créer une bibliothèque de sections efficaces multigroupes APOLIB, à partir du "processing" des évaluations JEF2.2 avec le code NJOY.

Les tests de validation ont porté sur des configurations des réacteurs REL (réseaux UOX, MOX, MOX à 50Gwj/t, absorbants Hafnium et AIC) et des réacteurs à spectre rapide. Les résultats de validation montrent que le schéma basé sur le maillage SHEM est nettement plus précis que les autres schémas classique basés sur XMAS et une modélisation de l'autoprotection, sans introduire de pénalité au niveau du coût calcul.

Table des matières

1 Introduction

 $\mathbf{2}$

Mo	dèles d	le calcul	de l'absorption résonnante	27
2.1	Introd	uction .		27
2.2	Méthe	odes d'éq	uivalence	28
	2.2.1	Formalis	sme de Livolant	29
		2.2.1.1	Équation de ralentissement dans un milieu homogène pu-	
			rement diffusant	29
		2.2.1.2	Équation du ralentissement dans un milieu hétérogène à	
			deux régions : combustible et modérateur	31
		2.2.1.3	Notion d'équivalence hétérogène-homogène	33
		2.2.1.4	Équivalence fin-multigroupe	36
	2.2.2	Modèles	de ralentissement	37
		2.2.2.1	Largeur des résonances	37
		2.2.2.2	Modèle "résonance large"	38
		2.2.2.3	Modèle "résonance étroite"	40
		2.2.2.4	Modèle "résonance intermédiaire"	40
		2.2.2.5	Modèle statistique	41
		2.2.2.6	Modèle "toute résonance"	42
	2.2.3	Méthode	e de Sanchez-Coste	43
		2.2.3.1	Limites de la théorie de Livolant	43
		2.2.3.2	Prise en compte de l'éventuelle capture du modérateur	44
		2.2.3.3	Généralisation de la théorie de Livolant	45
		2.2.3.4	Méthode de résolution de l'équation de structure fine généralis	sée <mark>46</mark>
	2.2.4	Limites	de la méthode d'équivalence	49
2.3	Méthe	ode des s	ous-groupes	50
	2.3.1	Définitio	on des tables de probabilités	51
		2.3.1.1	Principe général des tables de probabilité	51
		2.3.1.2	Table de probabilité pour une section efficace \ldots	53
		2.3.1.3	Table de probabilité pour l'opérateur de ralentissement	53
		2.3.1.4	Critères de détermination des tables de probabilité	54

19

TABLE DES MATIÈRES

	2.3.2	Calcul des tables de probabilité
		2.3.2.1 Méthode de Ribon
		2.3.2.2 Méthode de Ribon modifiée
		2.3.2.3 Méthode d'Hébert pour le calcul de la table de probabilité
		de l'opérateur de ralentissement
	2.3.3	Différentes équations des sous-groupes
		2.3.3.1 Équation des sous-groupes sans corrélation de ralentissement 59
		2.3.3.2 Équation des sous-groupes avec corrélation de ralentissement 60
	2.3.4	Limites de la méthode des sous-groupes
2.4	Méth	ode de Stamm'ler $\ldots \ldots 62$
	2.4.1	Principe de la méthode de Stamm'ler
	2.4.2	Limites de la méthodes de Stamm'ler
2.5	Méth	ode de Williams pour le calcul de l'autoprotection spatiale 65
	2.5.1	Calcul de flux dans une sous-région d'un milieu résonnant \ldots \ldots $.$ 66
	2.5.2	Calcul des sections efficaces spatialement autoprotégées multigroupes 69
	2.5.3	Limites de la méthode de Williams pour le calcul d'autoprotection 70
2.6	Protec	$etion mutuelle \dots \dots$
	2.6.1	Correction de Williams
	2.6.2	Technique de Coste d'autoprotection de mélange
		2.6.2.1 Technique de Coste I
		2.6.2.2 Technique de Coste II
		2.6.2.3 Limites de la méthode de Coste
	2.6.3	Méthode des sous-groupes
		2.6.3.1 Tables de probabilité conditionnelle de deux noyaux résonnants 7
		2.6.3.2 Équation des sous-groupes
		2.6.3.3 Limite de la méthode des des sous-groupes pour le calcul
		d'autoprotection des mélanges
2.7	Modé	Elisation des résonances par un maillage fin
	2.7.1	Le maillage "Universel"
	2.7.2	Le maillage à 1968 groupes

3	Opt	imisat	ion du maillage énergétique pour la calcul de l'absorption	
	réso	onnante	e et la protection mutuelle	81
	3.1	Introd	uction	81
	3.2	Mailla	ges multigroupes et leurs champs d'application	81
	3.3	Insuffi	sances du maillage XMAS et et attentes du maillage optimisé	82
	3.4	Les pr	incipaux isotopes pris en compte dans le développement du maillage	
		optimi	sé	84
		3.4.1	Les actinides	86
		3.4.2	Les produits de fission	86
		3.4.3	Les absorbants	86
		3.4.4	Les matériaux de structure	87
	3.5	Démar	che de détermination du maillage optimal	88
		3.5.1	Définitions	88
		3.5.2	Algorithme d'optimisation	90
			3.5.2.1 La boucle interne \ldots	91
			3.5.2.2 La boucle externe \ldots	92
			3.5.2.3 Exemple d'optimisation d'une résonance isolée	92
		3.5.3	Validation préliminaire de la modélisation	94
		3.5.4	Effet de la dilution et de la température sur la détermination du	
			$maillage \dots \dots$	96
			3.5.4.1 La plage de dilution \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	96
			3.5.4.2 Effet Doppler et effet de la dilution	97
	3.6	Descri	ption du maillage SHEM	100
		3.6.1	Optimisation de SHEM dans le domaine thermique en dessous de	
			0.25 eV	103
		3.6.2	Optimisation de SHEM dans le domaine épithermique	
			0.25 eV - 4 eV	105
		3.6.3	Optimisation de SHEM dans le domaine épithermique	
			4eV - 22,5eV	107
			3.6.3.1 Les actinides \ldots	109
			3.6.3.2 Les produits de fission	110
			3.6.3.3 Les absorbants	115
		3.6.4	Optimisation du maillage au-dessus de 22,5eV \ldots	115
		3.6.5	Les effets de la protection mutuelle pris en compte par SHEM $\ . \ .$	122

TABLE DES MATIÈRES

4	Vali	idation	du Mai	llage SHEM dans le code APOLLO2	127
	4.1	Introd	uction .		127
	4.2	Métho	dologie d	$e \text{ validation } \ldots $	127
		4.2.1	Le calcu	l étalon	128
			4.2.1.1	Principe de la méthode de Monte-Carlo	128
			4.2.1.2	Simulations analogues et simulations non analogues	128
			4.2.1.3	Étude du transport des neutrons à l'aide de la méthode	
				de Monte-Carlo	129
			4.2.1.4	Organisation de la simulation	130
			4.2.1.5	Le code TRIPOLI4 pour le calcul étalon	131
		4.2.2	Le calcu	l déterministe	132
			4.2.2.1	Principe de calcul de probabilités de première collision	132
			4.2.2.2	Traitement multicellule	133
		4.2.3	Générat	ion des sections efficaces multigroupes	134
			4.2.3.1	Le module RECONR	135
			4.2.3.2	Le module BROADR	136
			4.2.3.3	Le module UNRESR	136
			4.2.3.4	Le module THERMR	136
			4.2.3.5	Le module GROUPR	137
		4.2.4	Paramèt	res de comparaison	138
			4.2.4.1	Bilan neutronique et nouvelle formule des six facteurs	138
			4.2.4.2	Comparaison des taux de réaction	140
	4.3	Descri	ption des	schémas de calcul avec le maillage SHEM	140
		4.3.1	Les acti	nides	141
		4.3.2	Absorba	nts Hafnium	142
		4.3.3	Les barr	es de controle en AIC	143
		4.3.4	Gadolini	um	144
	4.4	Valida	tion du c	ombustible UOX neuf	145
		4.4.1	Validatio	on pour le cas milieu homogène UOX à 40% de taux de vide	145
		4.4.2	Validatio	on pour le réseau UOX à 40% de taux de vide $\ldots \ldots$	146
		4.4.3	Validatio	on du cœfficient de vide	151
	4.5	Valida	tion pour	le réseau Uranium Retraité Enrichi	151
	4.6	Valida	tion du c	ombustible MOX neuf	152
		4.6.1	Validatio	on pour le cas MOX neuf à 40% de taux de vide	152
		4.6.2	Validatio	on du cœfficient de vide	159
	4.7	Valida	tion pour	le cas MOX à 50 GWj/t	159
		4.7.1	Taux de	e réactions des actinides mineurs	160
		4.7.2	Empois	onnement des PFs	161
	4.8	Valida	tion du c	alcul des absorbants	167
		4.8.1	Les abso	rbants hafnium	168
		4.8.2	Validatio	on de la barre de contrôle AIC	173
	4.9	Valida	tion des d	configurations à spectre rapides	176

TABLE DES MATIÈRES

		4.9.1	Réseau RNR à 100% de vide \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	176
		4.9.2	Spectre d'un réseau RNR sodium	176
		4.9.3	Validation pour le cas Aluminium 27	178
	4.10	Étude	de l'autoprotection de mélange	180
	4.11	Temps	de calcul	181
5	Con	clusior	15	186
Α	Le I	Maillag	ge SHEM	189
В	Vali	dation	pour les combustibles UOX et MOX neufs aux différents	s taux
	de v	vide		197
	B.1	Valida	tion des UOX neufs	197
	B.2	Valida	tion des MOX neufs	203

Table des figures

1.1	Section efficace totale de l'uranium 238	20
1.2	Phénomène d'autoprotection	23
1.3	Décomposition d'un maillage multigroupe en maillage fin et maillage large $\ . \ .$	24
2.1	Principe de résolution par la méthode d'équivalence	29
2.2	Fonction de Bell pour quelques géométries	33
2.3	Facteur de Dancoff pour un réseau carré d'éléments de combustibles cylindriques	35
2.4	Largeur pratique de résonance au sens de Reuss	39
2.5	Largeur pratique de résonance au sens de Barjon	39
2.6	Exemple de partition du groupe g	43
2.7	Cellule de combustible de type réacteur à eau légère avec 4 régions concentriques	
	pour l'autoprotection	46
2.8	Variation de la section équivalente dans la couronne centrale (50% du volume)	
	en fonction de la section totale de l'U238 $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	51
2.9	Illustration de la construction d'une Table de Probabilités pour une seule section	52
2.10	Erreurs de calcul de $1 - P_{cc}$ pour des approximations en fractions rationnelles	
	pour une géométrie cylindrique	63
2.11	Schéma du principe illustrant un réseau arbitraire	66
3.1	Irrégularité du maillage XMAS	83
3.2	Phénomène d'autoprotection dans une résonance et approximation multigroupe .	89
3.3	Détermination du maillage optimisé pour une résonance isolée	92
3.4	Algorithme d'optimisation du maillage pour une résonance isolée	93
3.5	Exemple de maillage optimisé pour la résonance du Pu242 à 2,67 eV	94
3.6	Distribution de l'erreur sur les groupes d'énergie de la résonance du Pu242 à	
	2,67eV	95
3.7	Vérification du modèle : Cas du Pu 242 (E0=2,67eV) à $\sigma_e{=}6000 {\rm barn}$	95
3.8	Vérification du modèle : Cas du Pu 242 (E0=2,67eV) à $\sigma_e{=}80000 {\rm barn}$	96
3.9	Maillage optimisé à la dilution $\sigma_d = 6000$ barns $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	100
3.10	Répartition de l'erreur pour σ_d =6000 barns avec le maillage optimisé à σ_d =	
	6000 barns	101

TABLE DES FIGURES

3.11	Répartition de l'erreur pour $\sigma_d = 80000$ barns avec le maillage optimisé pour $\sigma_d =$	
	6000 barns	101
3.12	Maillage optimisé à la dilution $\sigma_d = 80000$ barns	102
3.13	Répartition de l'erreur pour σ_d =80000 barns, pour le optimisé à σ_d = 80000 barns	102
3.14	Répartition de l'erreur à σ_d =6000 barns, pour le maillage optimisé à $\sigma_d = 80000$	
	barns	103
3.15	Les principales résonances dans le domaine $\leq 0, 2eV$	104
3.16	Le maillage XMAS dans le domaine thermique : cas du Sm149 $\hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \ldots \hfill \hfill \ldots \hfill \hf$	104
3.17	Le maillage SHEM dans le domaine thermique : cas du Sm149 \ldots	105
3.18	Les principales résonances dans le domaine $0,25\mathrm{eV}{\leq}\mathrm{E}{\leq}4,0\mathrm{eV}$	107
3.19	Maillage XMAS pour la résonance du Hf177 à E_0=2,39eV	108
3.20	Maillage SHEM pour la résonance du Hf177 à E_0=2,39eV	108
3.21	Les principales résonances dans le domaine $[4,0\mathrm{eV};22,5\mathrm{eV}]$	109
3.22	Maillage SHEM pour la résonance de l'U238 à E_0=6,67eV $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots$	110
3.23	Maillage SHEM pour la résonance de l'U238 à $E_0=20,87eV$	112
3.24	Maillage SHEM pour les résonances de l'U235 dans le domaine $[4,0\mathrm{eV};22,5\mathrm{eV}]$.	112
3.25	Maillage SHEM pour les résonances du Pu239 dans le domaine $[4,0\mathrm{eV};22,5\mathrm{eV}]$.	113
3.26	Maillage SHEM pour les résonances du Pu241 dans le domaine $[4,\!0\mathrm{eV};22,\!5\mathrm{eV}]$.	113
3.27	Maillage XMAS pour la résonance du Xe131 à E_0=14,4eV $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots$	114
3.28	Maillage XMAS pour la résonance du Xe131 à E_0=14,4eV $\hfill \ldots \ldots \ldots \ldots$	115
3.29	Les principales résonances dans le domaine $[200 {\rm eV};200 {\rm keV}]$ \ldots \ldots \ldots \ldots	117
3.30	Les principales résonances dans le domaine E \geq 200keV	117
3.31	Le maillage XMAS pour la résonance du Fe56 à E_0=27,8keV $\hfill .$	119
3.32	Le maillage SHEM pour la résonance de diffusion du Fe56 à E_0=27,8keV	119
3.33	Le maillage SHEM pour la résonance de diffusion du Na23 à E_0=2,85 keV $\ .$	120
3.34	Le maillage SHEM pour les résonances de diffusion du Al27 dans le domaine	
	$[13keV \ 300keV] \ \ldots \ $	120
3.35	Le maillage SHEM pour les résonances du Mn55 dans le domaine [200eV 10keV]	121
3.36	Le maillage SHEM pour la grande résonance du Ni58 à E_0=15,03keV	121
3.37	Protection mutuelle de l'U238 à 20,9eV sur le Pu240 à 20,5eV	123
3.38	Protection mutuelle de l'U238 à 20,9eV sur l'U235 à 19,3 et 21,1eV	124
3.39	Protection mutuelle du Pu240 à 20,5eV sur l'U238 à 20,9eV	124
3.40	Protection mutuelle de l'Hf176 à 7,93eV sur le Hf178 à 7,78eV	125
3.41	Protection mutuelle du Hf178 à 7,78eV sur l'Hf176 à 7,93eV	125
3.42	Protection mutuelle de l'Hf177 à 5,89eV sur le Hf179 à 5,68eV	126
3.43	Protection mutuelle du Hf179 à 5,68eV sur l'Hf177 à 5,89eV	126
4.1	Simulation de l'histoire d'un neutron par la méthode de Monte-Carlo	130
4.2	Cellule combustible constitutive d'un assemblage REL $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ .$	133
4.3	Maille multicellule 5×5 constituée d'une cellule d'absorbant entourée de cellules com-	
	bustibles	133
4.4	Chaîne de création de bibliothèques	135

TABLE DES FIGURES

4.5	Résonance de l'U238 à E_0=36,7eV $\hfill \ldots \ldots$. 150
4.6	Protection mutuelle des résonances de l'U238, Pu240 et Pu239 aux alentours de 36eV $$. 154
4.7	Protection mutuelle des résonances de l'U238, Pu240 et Pu239 aux alentours de 21eV $$. 157
4.8	Protection mutuelle des résonances de l'U238, Pu240 et Pu239 aux alentours de $66\mathrm{eV}$. 158
4.9	Résonance du Mo 95 à 44,9eV	. 164
4.10	Résonances du Hf176, Hf177, Hf178 et Hf179 entre 4 eV et 8eV \hdots	. 169
4.11	Résonances du Hf176, Hf177, Hf178 et Hf179 entre 8 eV et 22 eV	. 170
4.12	Résonances du Hf176, Hf177, Hf179 entre 22 eV et 100eV \ldots . \ldots . \ldots . \ldots .	. 172
4.13	Résonances du Ag107, Ag109 et In115 entre 22eV et 100eV	. 175

Liste des tableaux

2.1	Largeur des premières résonances de l'U238 ($\sigma_p = 9, 5barns, \sigma_d = 50barns$)	38
2.2	Effet de modèle de ralentissement sur le calcul d'autoprotection pour deux	
	résonances de l'U238 à 20,9eV et 36,7eV (Réseau REP)	50
3.1	Résonances des principaux actinides	85
3.2	Principales résonances des PFs capturants	86
3.3	Résonances des principaux absorbants	87
3.4	Résonances des principaux isotopes de structure et caloporteur $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$	88
3.5	Sections équivalentes des principaux actinides	97
3.6	Sections équivalentes des principaux PFs	98
3.7	Sections équivalentes des principaux absorbants $\ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ $	98
3.8	Précision de calcul (%) du taux d'absorption de la résonance de l'U238 (E_0=6,67eV) en	
	fonction de la température et la dilution	99
3.9	Précision de calcul (%) du taux d'absorption de la résonance du Pu240 (E_0=1,06eV) en	
	fonction de la température et la dilution	99
3.10	Précision de calcul (%) du taux d'absorption de la résonance du Pu242 (E_0=2,67 eV) en	
	fonction de la température et la dilution	100
3.11	Erreurs (%) sur les taux d'absorption dans le domaine thermique (${\leq}4\mathrm{eV})$	106
3.12	Erreurs sur les taux d'absorption des actinides dans le domaine $[4,0\mathrm{eV};22,5\mathrm{eV}]$	111
3.13	Erreurs sur les taux d'absorption des grands PFs dans le domaine $[4\mathrm{eV};22,5\mathrm{eV}]$	114
3.14	Erreurs sur les taux d'absorption des absorbants dans le domaine $[4,0\mathrm{eV};22,5\mathrm{eV}]$	116
3.15	Écart sur les taux de diffusion \ldots	118
3.16	Effet de la protection mutuelle U238/Pu240 et U238/U235 aux alentours 21eV $~$	122
3.17	Effet de la protection mutuelle Hf176/Hf178 aux alentours de 7,8eV	123
3.18	Effet de la protection mutuelle entre Hf177/Hf179 aux alentours de 5,8eV $\ . \ . \ . \ .$	123
4.1	Option de calcul d'autoprotection de l'U238	141
4.2	Flux pour le cas milieu homogène UOX à 40% de taux de vide	146
4.3	Taux de réaction de l'U238	147
4.4	Taux de réaction de l'U235	147
4.5	Bilan neutronique d'une cellule UOX à 40% de taux de vide $\ .$	148
4.6	Flux pour le cas du réseau UOX à 40% de taux de vide	149

4.7	Taux de réaction de l'U238 (réseau UOX à 40% de taux de vide $\ .$ 149
4.8	Taux de réaction de l'U235
4.9	Cœfficient de vide pour les assemblages UOX
4.10	Bilan neutronique d'une cellule URE $\ldots \ldots 152$
4.11	Taux d'absorption de l'U236 (benchmark URE)
4.12	Taux d'absorption de l'U234 (benchmark URE)
4.13	Bilan neutronique d'une cellule MOX neuf à 40% de taux de vide $\ . \ . \ . \ . \ 154$
4.14	Flux pour le cas MOX neuf à 40% de taux de vide
4.15	Taux de réaction de l'U238 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide $~.~.~156$
4.16	Taux de réaction du Pu 239 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide $\ .$. 157
4.17	Taux d'absorption du Pu 240 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide $~$. 158
4.18	Taux de réaction du Pu 241 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide $\ .$. 159
4.19	Cœfficient de vide pour les assemblages MOX
4.20	Taux d'absorption du Np237 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.21	Taux d'absorption de l'Am241 (MOX 50 Gwj/t)
4.22	Taux d'absorption de l'Am243 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.23	Taux d'absorption du Cm244 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.24	Taux d'absorption du Tc99 (MOX 50Gwj/t) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 163$
4.25	Taux d'absorption du Mo 95 (MOX 50Gwj/t)
4.26	Taux d'absorption du Rh103 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.27	Taux d'absorption du Xe131 (MOX 50Gwj/t) $\ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots 165$
4.28	Taux d'absorption du Cs133 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.29	Taux d'absorption du Nd145 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.30	Taux d'absorption du Pm147 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.31	Taux d'absorption du Sm149 (MOX 50Gwj/t) $\dots \dots \dots$
4.32	Taux d'absorption du Hf176
4.33	Taux d'absorption du Hf177 171
4.34	Taux d'absorption du Hf178
4.35	Taux d'absorption du Hf179 \dots 172
4.36	Taux d'absorption de l'Ag 107
4.37	Taux d'absorption de l'Ag 109
4.38	Taux d'absorption de l'In115
4.39	Ecart en réactivité d'un Réseau RNR à 100% de vide
4.40	Taux de réaction du Na23 sans autoprotection du Sodium 177
4.41	Taux de réaction du Na23 avec autoprotection du Sodium 177
4.42	Taux de réaction de l'U238
4.43	Ecart en réactivité d'un Réseau RNR à caloporteur Sodium 178
4.44	Taux de réaction du Fe56 sans autoprotection
4.45	Taux de réaction du Fe56 avec autoprotection
4.46	Taux de réaction de l'U238
4.47	Taux de diffusion de l'Al 27
4.48	Taux de capture de l'U238 \dots 182

LISTE DES TABLEAUX

4.50 Taux d'absorption du Pu240 184 4.51 Temps de calcul d'un réseau UOX neuf 185 4.52 Temps de calcul d'un réseau MOX neuf 185 4.53 Temps de calcul Hafnium et AIC 185
4.51 Temps de calcul d'un réseau UOX neuf 185 4.52 Temps de calcul d'un réseau MOX neuf 185 4.53 Temps de calcul Hafnium et AIC 185
4.52 Temps de calcul d'un réseau MOX neuf
4.52 Tomps do esloul Hafrium at AIC
4.55 remps de calcul framium et AIC
B.1 Bilan neutronique d'une celle UOX à froid
B.2 UOX Froid : Taux de réaction de l'U235
B.3 UOX Froid : Taux de réaction de l'U238
B.4 Bilan neutronique d'une celle UOX à chaud
B.5 UOX Chaud : Taux de réaction de l'U235
B.6 UOX Chaud : Taux de réaction de l'U238
B.7 Bilan neutronique d'une celle UOX à 80% de taux de vide $\ .$
B.8 UOX à 80% de taux de vide : Taux de réaction de l'U235 202
B.9 UOX à 80% de taux de vide : Taux de réaction de l'U238 202
B.10 Bilan neutronique d'une celle MOX neuf à froid
B.11 MOX neuf Froid : Taux de réaction de l'U238
B.12 MOX neuf Froid : Taux de réaction du Pu239
B.13 MOX neuf Froid : Taux de réaction du Pu241
B.14 MOX neuf Froid : Taux d'absorption du Pu240
B.15 MOX neuf Froid : Taux d'absorption du Pu242
B.16 Bilan neutronique d'une celle MOX neuf chaud
B.17 MOX neuf Chaud : Taux de réaction de l'U238
B.18 MOX neuf Chaud : Taux de réaction du Pu239
B.19 MOX neuf Chaud : Taux de réaction du Pu241
B.20 MOX neuf Chaud : Taux d'absorption du Pu240
B.21 Taux d'absorption du Pu242
B.22 Bilan neutronique d'une celle MOX neuf à 80% de taux de vide 209
B.23 MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux de réaction de l'U238 210
B.24 MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux de réaction du Pu239 210
B.25 MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux de réaction du Pu241
B.26 MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux d'absorption du Pu240 \ldots 211
B.27 MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux d'absorption du Pu242 212
B.28 MOX à 50GWj/t : Taux d'absorption du Sm150
B.29 MOX à 50GWj/t : Taux d'absorption du Sm152
B.30 MOX à 50 GWj/t : Taux d'absorption du Gd157
B.31 MOX à 50GWj/t : Taux d'absorption de l'Eu 153 $\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$ 214

Chapitre 1

Introduction

Cadre général

Les réacteurs nucléaires sont des systèmes physiques complexes, dont la modélisation se base sur l'équation du transport neutronique qui décrit le comportement de la population de neutrons dans le cœur.

Le calcul neutronique des réacteurs nucléaires consiste en la résolution de l'équation du transport et vise à déterminer un ensemble de paramètres neutroniques à savoir le facteur de multiplication effectif du cœur (Keff), le flux neutronique et les taux de réactions (absorption, fission, etc) dans les différentes régions du cœur du réacteur nucléaire. Ces paramètres constituent la base d'études, de conception et de suivi des réacteurs nucléaires. L'amélioration de la précision de calcul des réacteurs demeure un enjeu important parce qu'elle permet :

- le maintien de la fiabilité des centrales à un niveau satisfaisant,
- le gain de marges de conception et d'étude des réacteurs nucléaires et donc d'assurer la compétitivité économique.

L'équation du transport, connue également sous le nom d'équation de Boltzmann, a pour solution le flux neutronique $\Phi(\vec{r}, \vec{\Omega}, E, t)$ qui est une fonction des variables de position \vec{r} , de direction $\vec{\Omega}$ du neutron et d'énergie cinétique du neutron E ainsi que du temps t. La variable d'énergie cinétique $E = 1/2mv^2$, exprimant la vitesse v des neutrons, est souvent remplacée en neutronique par la léthargie $u = log(E_{ref}/E)$ définie par le logarithme du rapport d'une énergie de référence E_{ref} par l'énergie E. E_{ref} est couramment prise égale à 10MeV. L'équation du transport sous sa forme intégro-différentielle est donnée par :

$$\frac{1}{\upsilon}\frac{\partial}{\partial t}\Phi(\vec{r},u,\vec{\Omega},t) + div(\vec{\Omega}\ \Phi(\vec{r},u,\vec{\Omega},t)) + \Sigma_t\Phi(\vec{r},u,\vec{\Omega},t) \\
= \int_0^\infty du'\int_{4\pi} d^2\Omega'\Sigma_s(\vec{r},u'\to u,\vec{\Omega}'\to\vec{\Omega})\Phi(\vec{r}',u',\vec{\Omega}',t) + S(\vec{r},u,\vec{\Omega},t) \tag{1.1}$$

avec $\Phi(\vec{r}, u, \vec{\Omega}, t)$ le flux des neutrons à la position \vec{r} dans le réacteur, de direction $\vec{\Omega}$, à la vitesse v et à l'instant t.

En l'absence d'une source externe, la source des neutrons par fission $S(\vec{r}, u, \vec{\Omega}, t)$ est donnée par :

$$S(\vec{r}, u, \vec{\Omega}, t) = \frac{1}{4\pi} \chi(u) \int_0^\infty du' \nu \Sigma_f(\vec{r}, u') \int_{4\pi} d \vec{\Omega}' \Phi(\vec{r}, u', \vec{\Omega}', t).$$
(1.2)

Les paramètres de cette équation sont les sections efficaces qui caractérisent la probabilité pour un neutron d'avoir une interaction avec un noyau. Ces sections dépendent de l'énergie et peuvent présenter des variations très rapides en fonction de l'énergie appelées résonances. La figure (Fig-1.1) montre la section totale de l'U238 qui présente de nombreuses résonances entre 1eV à 10keV.



FIG. 1.1 – Section efficace totale de l'uranium 238

La résolution de l'équation de Boltzmann n'a pas de solution analytique et doit être faite numériquement à l'aide de codes de calcul. On distingue deux méthodes numériques de résolution de l'équation du transport, différenciant ainsi deux types de codes :

- le code *probabiliste* : il résout l'équation par des méthodes stochastiques comme la méthode de Monte Carlo, en simulant la propagation des neutrons à l'aide des lois de probabilité auxquelles ces particules obéissent; ce type de code, très coûteux en temps de calcul, sert de référence pour les codes déterministes;
- le code déterministe : il résout explicitement l'équation du transport par des méthodes numériques ; une fois validé par rapport à un code probabiliste et qualifié par rapport à l'expérience, le code déterministe sert à la conception et aux études de réacteurs.

La résolution déterministe de l'équation du transport a recours à une discrétisation numérique pour l'ensemble des variables qui interviennent dans l'équation. Ces grandeurs sont la position \vec{r} du neutron, la direction $\vec{\Omega}$ du neutron, l'énergie E et le temps t.

Les méthodes de résolution déterministe de l'équation du transport passent toujours par un *calcul multigroupe* en énergie. Il s'agit de la discrétisation de la variable énergie qui consiste à remplacer des fonctions continues en énergie (sections efficaces, flux neutroniques, etc) par des fonctions constantes par domaines d'énergie appelés groupes. On suppose que dans chaque groupe d'énergie g, les sections efficaces et par conséquent le flux sont constants en énergie et donnés respectivement par des section efficaces multigroupes σ^g et les flux multigroupes $\Phi^g(\vec{r}, \vec{\Omega}, t)$.

En sous-entendant les variables $\vec{r}, \vec{\Omega}, t$, l'équation multigroupe s'écrit :

$$\frac{1}{v^g}\frac{\partial}{\partial t}\Phi^g + div(\vec{\Omega}\ \Phi^g) + \Sigma^g_t\Phi^g = \sum_{g'}\int_{4\pi} d^2\Omega'\Sigma^{g'g}_s\Phi^{g'} + S^g.$$
(1.3)

où Φ^g est le flux multigroupe et Σ^g la section multigroupe.

La difficulté essentielle de cette représentation est de déterminer les sections efficaces multigroupes. Les taux de réaction, qui représentent le nombre de réaction entre les neutrons et la matière par unité de volume et par unité de temps, constituent l'information fondamentale en neutronique. En effet, ils nous renseignent sur le comportement du réacteur (le taux de fission est lié à la puissance dégagée) et sont seuls accessibles à une mesure expérimentale. Le critère utilisé pour le calcul des sections multigroupes est la conservation des taux de réaction dans le groupe par rapport à un calcul continu en énergie. Le taux de réaction d'une section donnée dans un groupe g est donné par :

$$T^{g}(\vec{r}) = \int_{u_{g}}^{u_{g+1}} du\sigma(\vec{r}, u)\Phi(\vec{r}, u).$$
(1.4)

avec $\Phi(\overrightarrow{r},u)=\int_{4\pi}d^{2}\Omega\Phi(\overrightarrow{r},u,\overrightarrow{\Omega}).$

Le flux multigroupe en tout point \overrightarrow{r} est défini par :

$$\Phi^g(\vec{r}) = \int_{u_g}^{u_{g+1}} du \Phi(\vec{r}, u), \qquad (1.5)$$

et les sections efficaces multigroupes par :

$$\sigma^{g}(\vec{r}) = \frac{\int_{u_{g}}^{u_{g+1}} du\sigma(\vec{r}, u)\Phi(\vec{r}, u)}{\int_{u_{g}}^{u_{g+1}} du\Phi(\vec{r}, u)} = \frac{T^{g}(\vec{r})}{\Phi^{g}(\vec{r})}.$$
(1.6)

Dans cette définition, on voit apparaître le flux réel $\Phi(\vec{r}, u)$, solution de l'équation de Boltzmann (1.1), qui n'est évidemment pas connu et, on obtient des sections efficaces multigroupes dépendant du point \vec{r} .

On démontre qu'en calculant les flux avec ces sections efficaces, on obtiendrait les flux multigroupes exacts. La difficulté est que par définition les sections efficaces multigroupes ne peuvent être calculées qu'après avoir connu le flux exact en énergie et espace, c'est-àdire après avoir résolu le problème exact (1.1).

Ce flux $\Phi(\vec{r}, u)$ étant en pratique inconnu, on est amené à le remplacer par un flux de référence $\phi_0(u)$ relatif à chaque zone homogène du réacteur. Les sections multigroupes intervenant dans les équations multigroupes ont alors une valeur définie par :

$$\sigma^g = \frac{\int_g du \sigma_x(u) \phi_0(u)}{\int_g du \phi_0(u)};$$
(1.7)

et les sections multigroupes de transferts, connues sous les matrices de transfert, par :

$$\sigma^{g \to g'} = \frac{\int_g' du' \int_g du \sigma_s(u \to u') \phi_0(u)}{\int_g \phi_0(u) du}.$$
(1.8)

A partir des définitions des sections efficaces multigroupes (1.7) et (1.8), on remarque que l'on peut calculer rigoureusement la section multigroupe si :

- la section est constante;
- le flux est égal au flux exact à un facteur près.
- le maillage est ponctuel (largeurs infinitésimales des groupes d'énergie).

A partir de ces conditions on développe des stratégies d'estimation de la section multigroupe en fonction des deux cas de figure suivants.

1. Dans le cas où la section varie peu dans le groupe g, la section multigroupe est indifférente à la forme du flux; la section multigroupe est donc peu différente de la section moyenne sur le groupe :

$$si \quad \sigma(u) \approx \sigma \Rightarrow \sigma^g \approx \frac{1}{\Delta u_g} \int_g \sigma_x(u) du;$$
 (1.9)

cette approximation concerne les sections des noyaux non résonnants et les sections dans les groupes en dehors des résonances pour les noyaux résonnants. En pratique, on choisit un flux de pondération préétabli représentatif du réacteur. Les sections multigroupes sont calculées une fois pour toutes et stockées dans un fichier informatique servant de bibliothèque pour les codes déterministes.



FIG. 1.2 – Phénomène d'autoprotection

- 2. Dans le cas où la section est résonnante, elle cause un creusement rapide du flux de pondération. Les taux de réaction (produit des sections par le flux) ont donc une variation en fonction de la léthargie beaucoup plus lente que le flux et les sections. D'où le terme d'autoprotection. Le phénomène d'autoprotection est illustré dans la figure (Fig-1.2). Deux stratégies sont possibles pour calculer la section multigroupe permettant de prendre en compte, dans le calcul des taux de réaction, cette dépression abrupte du flux :
 - on modélise le vrai flux de pondération $\Phi(u)$ par un flux $\phi_0(u)$ obtenu dans une situation simplifiée :

$$\sigma^g = \frac{\int_g \sigma_x(u)\Phi(u)du}{\int_g \Phi(u)du} \approx \frac{\int_g \sigma_x(u)\phi_0(u)du}{\int_g \phi_0(u)du},$$
(1.10)

pour générer une section efficace multigroupe pondérée par ce flux. Cette section est dite section multigroupe autoprotégée; d'où le nom de cette stratégie qui est connue sous le nom d'*autoprotection*. La modélisation de l'autoprotection sera l'objet de la première partie du chapitre 2.

 on développe un maillage assez fin permettant de réduire l'écart entre la section multigroupe et la section moyenne du groupe :

$$Si \quad \Delta u_g \to 0 \quad alors \quad \sigma^g = \frac{\int_g \sigma_x(u)\Phi(u)du}{\int_g \Phi(u)du} \approx \frac{1}{\Delta u_g} \int_g \sigma_x(u)du. \tag{1.11}$$

La problématique actuelle du calcul de l'absorption résonnante

En général, la technique d'autoprotection par modélisation du flux est complémentaire de la technique de discrétisation fine de l'énergie. Dans les codes de calcul du transport, les maillages multigroupes utilisés sont actuellement caractérisés par deux domaines adjacents :

- − un premier domaine, qui correspond généralement aux neutrons thermiques, où le maillage assez fin permet le calcul des absorptions résonnantes sans recourir aux modèles d'autoprotection (par exemple E≤1,5eV dans le maillage européen XMAS;
- un second domaine, qui se situe dans les énergies supérieures, où le maillage assez large rend nécessaire ainsi un calcul d'autoprotection.

La figure (Fig-1.3) donne une représentation simplifiée des maillages multigroupes. L'élaboration d'un maillage optimisé consiste à :

- développer une discrétisation énergétique fine optimisée dans la partie aux énergies inférieures évitant l'utilisation de formalisme d'autoprotection;
- développer un maillage large optimisé dans les énergies supérieures où on peut recourir aux formalismes d'autoprotection;
- choisir d'une façon pertinente la limite E_f entre les maillages fin et large.



FIG. 1.3 – Décomposition d'un maillage multigroupe en maillage fin et maillage large

Plusieurs maillages énergétiques ont été précédemment développés :

le maillage à 11276 groupes dit « *universel* ». Ce maillage est supposé être le découpage minimal nécessaire pour faire un calcul précis sans modélisation de l'autoprotection (il s'avère cependant insuffisamment détaillé à haute énergie dans les résonances non résolues). L'utilisation du maillage universel est coûteuse en temps de calcul et en place mémoire, d'où l'impossibilité de sa mise en œuvre dans les schémas industriels. − le maillage XMAS à 172 groupes qui est construit pour avoir un découpage fin jusqu'à 4eV. Cependant, dans le code de calcul déterministe français, APOLLO2, avec sa bibliothèque multigroupe XMAS, il est encore nécessaire d'effectuer un calcul d'autoprotection pour plusieurs résonances en dessous de 4eV (résonance à 2,7eV du Pu242 notamment), où le formalisme d'autoprotection utilise plusieurs approximations peu justifiées (découplage ψφ, ralentissement pur, etc). Au dessus de 4eV, XMAS est caractérisé par des groupes larges (≥0,2 en léthargie) nécessitant un formalisme d'autoprotection pour le calcul des absorptions résonnantes, générant ainsi des erreurs significatives dans les grandes résonances. Le maillage XMAS est également construit dans sa partie supérieure (au dessus de 4eV) par la simple réunion des maillages à 69 groupes (développé pour le code anglais WIMS) et le maillage 99 groupes (développé pour le code APOLLO1), ce qui a conduit à une irrégularité injustifiée dans la largeur des groupes.

Il était donc nécessaire de définir un nouveau maillage permettant de pallier les insuffisances des maillages énergétiques précédents.

Conception innovante du calcul de l'absorption résonnante

Le but de ce travail de thèse est de définir une méthodologie permettant de calculer plus précisément l'absorption résonnante sans accroître le temps de calcul. L'idée innovante est de permettre un calcul de ralentissement fin exact dans le domaine thermique et épithermique, domaine déterminant dans le bilan neutronique des REL. Cette stratégie n'est réaliste que sous réserve de déterminer un maillage optimisé résonance par résonance.

Le nouveau maillage doit ainsi permettre d'éviter le calcul, par un modèle d'autoprotection, de l'absorption résonnante des grandes résonances ($E_{U238} = 6.7$ et 20,9eV, $E_{U236} = 5.4$ eV, $E_{Ag109} = 5.2$ eV, $E_{Hf178} = 7.8$ eV); en effet, pour ces résonances à basse énergie, les hypothèses du formalisme d'autoprotection sont peu valides. Ainsi, un maillage fin devra probablement être adopté jusqu'au dessus de quelques dizaines d'eV permettant entre autre le calcul de la protection mutuelle due au recouvrement des résonances (U238 et Pu240 aux énergies respectives 20,9eV et 20,5eV).

Cependant ce maillage " fin " devra être rigoureusement optimisé afin que les coûts de calculs restent comparables à XMAS tout en accroissant fortement la précision du bilan neutronique épithermique.

Notre travail se décompose en trois parties.

La première (chapitre 2) sera consacrée à la présentation des différentes modélisations d'autoprotection en mettant en évidence leurs limites par rapport au maillage fin. Dans ce chapitre nous présentons également les différents maillages existants et leurs insuffisances.

Dans le troisième chapitre, nous détaillons les insuffisances du maillage XMAS et nous décrivons la démarche de développement du maillage optimisé permettant de pallier ces insuffisances et d'atteindre les précisions-cible. Le quatrième chapitre portera sur l'évaluation de la performance du maillage optimisé et sa validation par rapport à des calculs Monte-Carlo à énergie continue.

Chapitre 2

Modèles de calcul de l'absorption résonnante

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les différents modèles de calcul d'autoprotection utilisés dans les codes de calcul actuels. Les modèles de calcul d'autoprotection ont pour but de déterminer des sections efficaces autoprotégées sur des groupes d'énergies.

La première classe de modèles d'autoprotection est la technique basée sur le calcul d'une section équivalente de dilution. Cette méthode, proposé par Wigner pour la première fois, a été développée par Livolant dans APOLLO1. Une généralisation de cette méthode a été proposée par Reuss. Enfin les récents développements, proposés par Sanchez-Coste, sont employés dans le code APOLLO2.

La deuxième classe, appelée la méthode des sous-groupes, est basée sur le calcul des tables de probabilités des sections efficaces résonnantes et la résolution de l'équation de ralentissement pour des niveaux des sections efficaces correspondant à des sous-domaines du groupe d'énergie.

Un autre groupe de méthodes est basé sur l'approximation en fractions rationnelles des probabilités de première collision dans le combustible d'un neutron émis du combustible. Cette technique a été employée pour la première fois dans le code WIMS, ensuite Stamm'ler a proposé une extension de cette méthode (code PHOENIX), enfin récemment Hébert et Marleau (code DRAGON) ont augmenté l'ordre de l'expansion en fractions rationnelles pour améliorer la précision.

Le quatrième type de modélisation est la méthode de Williams. Cette technique permet de calculer les sections autoprotégées des résonances en fonction des intégrales effectives (tabulées) et deux types de probabilités de fuite qui expriment la probabilité de première collision dans le modérateur des neutrons nés dans le combustible : probabilité de fuite pondérée par le flux et probabilité de fuite pondérée par la section effective. Ces différentes techniques ne prennent pas en compte l'effet de recouvrement des résonances d'isotopes différents présents dans le milieu, appelé effet de protection mutuelle. Cet effet apparaît quand un creusement de flux dû à une résonance affecte le taux de réaction d'une autre résonance se trouvant au même niveau d'énergie. Les techniques récemment développées ainsi que la correction de Williams pour prendre en compte l'effet de recouvrement seront également présentées dans ce chapitre.

La dernière partie de ce chapitre sera consacrée à la présentation des principaux maillages (maillages à 11276 et 1968 groupes). Cependant le maillage XMAS sera présenté dans le chapitre suivant.

2.2 Méthodes d'équivalence

Nous rappelons que l'objectif du calcul d'autoprotection est de fournir des sections efficaces multigroupes autoprotégées dans les différentes régions d'autoprotection permettant de conserver la solution du problème continu (1.1) lors de la résolution du problème multigroupe (1.3).

La méthode d'équivalence de Wigner, développée de manière rigoureuse par Livolant [1], se base sur deux principes :

- 1. pour un noyau résonnant dans un milieu situé dans une géométrie hétérogène, il est possible de trouver un milieu homogène infini équivalent dans lequel est dilué le noyau résonnant et conservant la forme de la structure fine du flux, solution de l'équivalence de ralentissement; c'est le principe d'équivalence hétérogène-homogène;
- 2. pour un problème continu en léthargie, on peut trouver des paramètres multigroupes assurant l'équivalence avec un problème multigroupe; c'est l'équivalence fin-multigroupe.

L'idée de cette méthode découle du fait qu'il est difficile de résoudre d'une façon exacte l'équation de ralentissement dans une géométrie hétérogène mais il est possible de la résoudre exactement dans le milieu homogène équivalent si on connaît le facteur d'équivalence σ_e , appelé section équivalente. Ce facteur est calculé en opposant l'équation en milieu hétérogène à celle en milieu homogène utilisant le même modèle de ralentissement. Cette section équivalente sera déterminée en comparant une solution de l'équation de ralentissement dans la géométrie hétérogène utilisant un modèle simplifié de l'équation de ralentissement avec une solution pour le milieu homogène utilisant le même modèle simplifié. La déterminée, la résolution de l'équation dans un milieu homogène utilisant un ralentissement « exact » est supposée donner la même solution que dans un milieu hétérogène avec le ralentissement « exact » (Fig-2.1).



FIG. 2.1 – Principe de résolution par la méthode d'équivalence

2.2.1 Formalisme de Livolant

2.2.1.1 Équation de ralentissement dans un milieu homogène purement diffusant

On considère un milieu infini et homogène constitué d'un mélange d'un matériau lourd résonnant (indice "0") et d'un ou plusieurs matériaux légers modérateurs non capturants (indice "1"). Dans le domaine des résonances, on néglige les sources de fission. L'équation de ralentissement se réduit à :

$$R_0\Phi(u) + R_1\Phi(u) = (\Sigma_0 + \Sigma_1)\Phi(u),$$
(2.1)

où Σ représente la section efficace macroscopique totale, Φ le flux et R l'opérateur de ralentissement (élastique et isotrope dans le centre de masse aux énergies considérées), la densité d'arrivée s'écrit :

$$R_i \Phi(u) = \int_{u-\epsilon_i}^u \Sigma_{s,i} \Phi(u') \frac{e^{-(u-u')}}{1-\alpha_i} du'.$$
(2.2)

Le flux $\Phi(u)$ peut se décomposer en un produit de deux fonctions :

$$\Phi(u) = \psi(u)\phi(u), \tag{2.3}$$

où :

- $\psi(u)$ est une fonction qui décroit lentement en léthargie, appelée « *flux macroscopique* » car elle a la dimension d'un flux, est égale au flux en dehors des résonances et épouse ainsi la forme générale du vrai flux quand on fait abstraction des perturbation au niveau de chacune des résonances; - $\phi(u)$ est une fonction, sans dimension, qui décrit la dépression brusque du flux dans les résonances; elle vaut 1 en dehors des résonance et « *s'effondre* » à l'intérieur; cette fonction est appelée « *structure fine* » ou « *facteur d'autoprotection* » ($\phi(u)$ est souvent appelée abusivement « *flux microscopique* »).

Le choix adéquat du flux macroscopique est :

$$\psi(u) = \frac{R_1 \Phi(u)}{\Sigma_1},\tag{2.4}$$

pour deux raisons :

- Il varie peu. En effet, le dénominateur Σ_1 , la section macroscopique de diffusion des noyaux modérateurs, est à peu près constant. La grandeur $R_1\Phi(u)$ varie lentement avec la léthargie. Le gain maximum de léthargie par choc ϵ_1 est grand (0.25 pour l'oxygène et infini pour l'hydrogène) et donc l'intervalle d'intégration de R_1 est grand ce qui permet à l'opérateur intégral de lisser toutes les irrégularités du flux.
- Il est effectivement égal au flux en dehors des résonances. S'il n'y a pas de résonance, la section efficace totale est égale à la section potentielle Σ_{p0} , le flux est constant en léthargie et $R\Phi$ est égal à $\Sigma_p\Phi$, celà pour les deux matériaux.

Au voisinage d'un pic de résonance, le flux Φ varie rapidement, mais non ψ . L'intervalle d'intégration de l'opérateur de ralentissement R_0 du noyaux lourd est très petit (ϵ_0 vaut 0,017 pour l'U238); on peut donc faire l'approximation de remplacer $\psi(u')$ par $\psi(u)$ et donc sortir ce dernier terme de l'intégrale pour obtenir :

$$R_0(\psi\phi)(u) = \psi(u)R_0\phi(u). \tag{2.5}$$

En rapportant (2.3), (2.4) et (2.5) dans (2.1) et en simplifiant par $\psi(u)$, on obtient l'équation de structure fine suivante :

$$R_0\phi(u) + \Sigma_1 = (\Sigma_0 + \Sigma_1)\phi(u).$$
(2.6)

On note :

$$\sigma_0 = \frac{\Sigma_0}{N_0}, \quad \sigma_d = \frac{\Sigma_1}{N_0}, \quad r_0 = \frac{R_0}{N_0};$$
(2.7)

où N_0 est la concentration du noyau résonnant. La quantité σ_d est appelée dilution.

En utilisant les notations de (2.7) dans l'équation (2.6), on obtient l'équation de structure fine du flux sous sa forme canonique :

$$r_0\phi + \sigma_d = (\sigma_0 + \sigma_d)\phi(u). \tag{2.8}$$

Pour un noyau donné à une température donnée, l'équation (2.8) ne dépend pas du modérateur, ni des concentrations du corps résonnant et du modérateur, mais dépend du seul paramètre σ_d . Cette équation est très utile dans la mesure où on peut la résoudre une fois pour toutes pour quelques dilutions en utilisant un calcul fin de référence. L'information à conserver, dans une tabulation, suite à la résolution de cette équation est la section effective multigroupe associée à structure fine ϕ pour la réaction x qui est définie par :

$$\sigma_{eff}^{g,x}(\sigma_d, T) = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \sigma_{x,0}(u) \phi(u).$$
(2.9)

Il suffit ensuite d'interpoler dans la table pour déterminer la section effective pour toutes les dilutions et températures d'une situation homogène.

2.2.1.2 Équation du ralentissement dans un milieu hétérogène à deux régions : combustible et modérateur

En pratique, la structure d'un réacteur nucléaire est souvent hétérogène : le plus souvent le combustible et le modérateur sont physiquement séparés. On considère ici le cas d'un réseau infini constitué de cellules à deux régions : combustible et modérateur, repérés respectivement par les indices "c" et "m". Du fait de l'hétérogénéité, le flux dépend maintenant non seulement de la léthargie u, mais aussi du point d'espace. Pour exprimer le taux de réaction dans chacune des régions en fonction de u, on fait l'hypothèse du flux plat, c'est-à-dire qu'on suppose que le flux, pour toute valeur de léthargie u, est constant dans chacune des deux régions et vaut la moyenne du flux dans chaque région. Les zones du combustible et du modérateur sont ainsi caractérisées par des flux moyens en espace $\Phi_c(u)$ et $\Phi_m(u)$. Les équations régissant ces flux sont caractérisées par non seulement les transferts en léthargie mais aussi les échanges entre les deux régions. Les interactions entre les deux régions sont explicitées par les "probabilités de première collision" P_{ij} . P_{ij} est la probabilité qu'un neutron né uniformément dans une région i subisse sa première collision dans la région j:

$$P_{ij} = \frac{\Sigma_j}{V_i} \int_{V_j} d^3 r' \int_{V_i} d^3 r \frac{e^{-\tau}}{4\pi R^2},$$
(2.10)

où R est la distance entre \vec{r} et $\vec{r'}$, et τ l'intégrale de la section efficace totale le long du parcours joignant ces deux points.

Le flux, supposé plat dans chacune des milieux (combustible et modérateur), est régi par le système suivant :

$$V_c R_c \Phi_c P_{cc} + V_m R_m \Phi_m P_{mc} = V_c \Sigma_c \Phi_c$$
$$V_c R_c \Phi_c P_{cm} + V_m R_m \Phi_m P_{mm} = V_m \Sigma_m \Phi_m.$$
(2.11)

Puisque les absorptions résonnantes se produisent dans le combustible, on cherche à factoriser le flux dans le combustible Φ_c :

$$\Phi_c = \Psi \phi.$$

 Ψ est défini de la même façon que dans le cas homogène en remplaçant l'indice "1" par "m" :

$$\Psi = \frac{R_m \Phi_m}{\Sigma_m}$$

On applique également l'approximation suivante :

$$R_c(\Psi\phi) \approx \Psi R_c\phi.$$

En introduisant ces trois dernières relations dans la première équation du système (2.11) et en simplifiant par Ψ , on obtient l'équation de structure fine du flux dans le combustible :

$$V_c R_c \phi P_{cc} + V_m \Sigma_m P_{mc} = V_c \Sigma_c \phi.$$
(2.12)

En utilisant les propriétés des probabilités de première collision : relation de réciprocité $(V_m \Sigma_m P_{mc} = V_c \Sigma_c P_{cm})$ et relation de conservation $(P_{cm} = 1 - P_{cc})$, l'équation de structure fine s'écrit plus simplement :

$$R_c \phi P_{cc} + \Sigma_0 (1 - P_{cc}) = \Sigma_c \phi. \tag{2.13}$$

Dans notre cas où le combustible ne contient qu'un seul isotope résonnant, on peut remplacer l'indice du milieu d'émission ainsi que du premier choc "c" par l'indice "0", d'où :

$$R_0\phi P_{00} + \Sigma_0(1 - P_{00}) = \Sigma_0\phi.$$
(2.14)

En divisant par P_{00} et par la concentration volumique N_0 du matériau résonnant, on obtient une équation de structure fine du flux prenant la même forme que celle obtenue dans le cas homogène :

$$r_0\phi + \sigma_e = (\sigma_0 + \sigma_e)\phi, \qquad (2.15)$$

en remplaçant la section efficace de dilution par une *section efficace équivalente de dilution* :

$$\sigma_e = \frac{\sigma_0 (1 - P_{00})}{P_{00}}.$$
(2.16)

Cette comparaison n'est pas parfaitement judicieuse parce que, comme nous l'avons vu dans l'équation de structure fine du cas homogène, σ_d est une constante, alors que dans le cas hétérogène $\sigma_e(u)$ n'est plus une constante, mais une fonction compliquée de la léthargie, puisque son expression contient la section efficace résonnante σ_0 ainsi que P_{00} .

Cependant, on s'aperçoit que σ_e varie peu (Fig-2.2)(cette figure est prise de la référence [2]). Il est donc possible de faire l'approximation de remplacer $\sigma_e(u)$ par une constante $\overline{\sigma_e}$ et donc pouvoir calculer l'intégrale effective $\sigma_{eff}^{g,x}$ pour $\sigma_d = \overline{\sigma_e}$ en utilisant la tabulation définie dans (2.9) et obtenir une bonne approximation de l'intégrale effective hétérogène.



FIG. 2.2 – Fonction de Bell pour quelques géométries

2.2.1.3 Notion d'équivalence hétérogène-homogène

En étudiant les courbes donnant P_{cc} en fonction de Σ_c pour quelques géométries usuelles, Wigner remarqua qu'elles pouvaient être approchées de façon assez correcte par l'expression :

$$P_{cc} \approx \frac{\ell \Sigma_c}{1 + \ell \Sigma_c},\tag{2.17}$$

où $\ell = 4V_c/S_c$, quatre fois le quotient du volume par sa surface, est la corde moyenne de cette région, c'est-à-dire la moyenne de la distance de deux points pris au hasard sur la surface.

En introduisant cette approximation dans la formule de σ_e on trouve :

$$\sigma_e \approx \frac{1}{\ell N_0};\tag{2.18}$$

cette approximation donne une valeur de σ_e constante.

En traçant σ_e en fonction de $\ell \Sigma_c$ pour trois exemples de géométries (Fig-2.2), on peut démontrer que la valeur asymptotique $\sigma_{e,\infty}$ est l'expression de Wigner : c'est pourquoi c'est $b = \sigma_e/\sigma_{e,\infty}$ qui a été porté en ordonnée (facteur ou plus précisément fonction de Bell). On voit que remplacer la fonction b par une constante b ne doit pas conduire à une grosse erreur, surtout si cette constante est bien choisie. Cette approximation de Bell-Wigner conduisant à :

$$\sigma_e \approx \frac{b}{\ell N_0},\tag{2.19}$$

ou également à :

$$P_{cc} \approx \frac{\ell \Sigma_c}{b + \ell \Sigma_c},\tag{2.20}$$

permet d'établir une *équivalence hétérogène-homogène* : la géométrie réelle est ramenée à une géométrie homogène équivalente en terme d'autoprotection pour laquelle l'intégrale effective peut être simplement relevée dans une table.

On présente ci-après l'équivalence hétérogène-homogène pour deux cas de plus réalistes :

1. Cas d'un combustible contenant un mélange

Dans le cas hétérogène précédent, on a supposé que le combustible est constitué d'un matériau résonnant. Dans le cas général, le combustible contient, outre le noyau résonnant, un autre matériau qui lui est intimement mélangé, par exemple l'oxygène avec l'uranium dans un oxyde. Pour tenir compte de ce mélange, on remplace dans le système (2.11) $R_c \Phi_c$ par $R_0 \Phi_c + R'_c \Phi_c$ et Σ_c par $\Sigma_0 + \Sigma'_c$, sommes dans lesquelles le premier terme représente le matériau résonnant considéré et le deuxième terme tous les autres matériaux supposés non résonnants qui sont mélangés avec le noyau résonnant dans le combustible.

En remarquant que $R'_c \Phi_c / \Sigma'_c$ est à peu près égal à Ψ (le flux macroscopique est à peu près "plat" à la fois en espace et en léthargie) et que les collisions dans le combustible se répartissent au prorata des sections efficaces totales, on obtient donc :

$$P_{00} = P_{cc} \frac{\Sigma_0}{\Sigma_0 + \Sigma_c'}.$$
(2.21)

On retrouve la même équation de structure fine avec la même définition de la section équivalente que précédemment, à savoir :

$$\sigma_e = \frac{\sigma_0 (1 - P_{00})}{P_{00}}.$$
(2.22)

Avec l'approximation de Bell-Wigner, on obtient :

$$\sigma_e \approx \frac{b}{\ell N_0} + \frac{\Sigma_c'}{N_0},\tag{2.23}$$

où le premier terme correspond au "terme hétérogène" précédent et le second terme au "terme homogène" que nous avons en situation homogène.

2. Cas avec effet Dancoff (Réseaux de barreaux combustibles)

La fonction de Bell représentée dans la figure (Fig-2.2) suppose que l'élément combustible (sphérique, cylindrique ou en forme de plaque) est isolé. En effet, on suppose qu'un neutron qui sort du combustible sans collision, est sûr de subir sa première collision dans le modérateur et non dans le combustible. En réalité, dans les réseaux très rapprochés tels ceux des réacteurs à eau ou réacteurs à neutrons rapides, un neutron sortant d'un élément de combustible peut fort bien traverser le modérateur et subir sa première collision dans un autre élément combustible, ou même traverser cet élément de combustible et le modérateur derrière et subir sa première collision dans un troisième élément, etc. Cet effet est appelé « *effet Dancoff* » (du nom du physicien qui l'a étudié). La correction de P_{00} et donc σ_e due à cet effet s'appelle la correction de Dancoff C: c'est la probabilité pour un neutron sortant d'un élément de combustible de traverser sans choc le modérateur et subir sa première collision dans un autre élément de combustible. Pour calculer cette probabilité, on suppose en général que les neutrons sortent de l'élément de combustible d'une façon isotrope. C'est notamment ce qui se fait pour les calculs relatifs à un réseau régulier carré d'éléments cylindriques dans un modérateur homogène et qui ont permis de tracer les courbes de la figure (Fig-2.3) (Cette figure est prise de la référence [2]). On remarque que le facteur Dancoff pour les réacteurs à eau est de l'ordre de 0,1 à 0,3.



FIG. 2.3 – Facteur de Dancoff pour un réseau carré d'éléments de combustibles cylindriques

Notons P_{cc}^n la probabilité qu'un neutron émis dans un élément de combustible subisse son premier choc dans un élément de combustible après avoir traverser n fois le modérateur. P_{cc}^0 est donc la probabilité de première collision dans le combustible, sans l'effet Dancoff, pour un neutron émis dans le combustible.

$$P_{cc}^{n} = P_{cs}^{0} C^{n} (1 - P_{sc}^{0})^{n-1} P_{sc}^{0} \quad pour \quad n \ge 1$$
(2.24)

On note aussi $P_{cs}^0 = 1 - P_{cc}^0$ la probabilité qu'un neutron, émis dans le combustible sorte sans choc, et P_{sc}^0 la probabilité qu'un neutron entrant par la surface du combustible subisse son premier choc dans le combustible.

Avec l'effet Dancoff, on obtient l'expression suivante :

$$P_{cc} = P_{cc}^{0} + P_{cs}^{0} C P_{sc}^{0} + P_{cs}^{0} C (1 - P_{sc}^{0}) P_{sc}^{0} + \dots = \sum_{n=0}^{+\infty} P_{cc}^{n}, \qquad (2.25)$$

qui après quelques développements mathématiques donne :

$$P_{cc} = P_{cc}^{0} + \frac{P_{cs}^{0} C P_{sc}^{0}}{1 - C(1 - P_{sc}^{0})}.$$
(2.26)

On démontre la relation de réciprocité suivante :

$$P_{cc}^0 = \ell \Sigma_c P_{cs}^0, \tag{2.27}$$

de sorte que toutes les probabilités s'expriment en fonction du P_{cc}^0 . En remplaçant l'expression P_{cc}^0 par P_{cc} dans la section efficace équivalent σ_e , on obtient :

$$\sigma_e \approx \frac{b}{\ell N_0} + \frac{\Sigma_c'}{N_0},\tag{2.28}$$

avec

$$b = \frac{(1-C)b^0}{1-C+Cb^0},\tag{2.29}$$

où b^0 est le facteur de Bell sans effet Dancoff.

2.2.1.4 Équivalence fin-multigroupe

Après avoir effectué un calcul d'équivalence homogène-hétérogène permettant de déterminer une section équivalente, on peut déterminer la section effective multigroupe définie dans (2.9) et que l'on rappelle ici :

$$\sigma_{eff}^g = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du\sigma(u)\phi(u).$$
(2.30)

Si on utilise la section multigroupe définie par :

$$\sigma^g = \frac{\Delta u_g \sigma^g_{eff}}{\int_{u_{g-1}}^{u_g} du \phi(u)}.$$
(2.31)

dans la résolution de l'équation de ralentissement multigroupe, on constate que le taux de réaction obtenu par le calcul multigroupe est légèrement différent de celui obtenu par le calcul fin :

$$\Delta u_g \sigma^g \overline{\phi}^g(\sigma_{eff}^g) \neq \Delta u_g \sigma_{eff}^g; \tag{2.32}$$

pour celà on introduit un facteur correctif μ_g sur la section multigroupe pour annuler cette différence : il s'agit du facteur d'équivalence fin-multigroupe. Le calcul du facteur correctif se fait itérativement.

On part du calcul de la section effective :

$$\sigma_{eff}^g = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \sigma(u) \phi(u).$$
(2.33)
A l'étape (0), on initialise le calcul de la section multigroupe $\tilde{\sigma}^{g(0)}$ en utilisant la définition (2.31) :

$$\sigma^{g(0)} = \frac{\Delta u_g \sigma_{eff}^g}{\int_{u_{g-1}}^{u_g} du \phi(u)}.$$
(2.34)

A l'étape (n), on calcule le flux moyen multigroupe $\overline{\phi}^{g(n)}(\sigma_{eff}^g)$ à l'aide de l'équation de ralentissement multigroupe.

On définit le facteur d'équivalence $\mu_g^{(n)}$ par :

$$\mu_{g}^{(n)} = \frac{\frac{1}{\Delta u_{g}} \int_{u_{g-1}}^{u_{g}} du\phi(u)}{\overline{\phi^{g(n)}}(\sigma_{eff}^{g})}.$$
(2.35)

La section autoprotégée multigroupe corrigée $\tilde{\sigma}^{g(n+1)}$ est calculée par :

$$\tilde{\sigma}^{g(n+1)} = \mu_g^{(n)} \frac{\sigma_{eff}^g}{\int_{u_{g-1}}^{u_g} du\phi(u)}.$$
(2.36)

2.2.2 Modèles de ralentissement

Dans le calcul d'autoprotection par la méthode d'équivalence et afin de résoudre l'équation de ralentissement, ne serait-ce que pour une géométrie hétérogène, il est nécessaire de passer par une modélisation de l'opérateur de ralentissement dans les résonances. Plusieurs modèles ont été développés et tout l'art réside dans le choix du modèle qui dépend de la forme de résonance caractérisée par sa largeur. Nous rappelons d'abord la définition de la largeur de résonance et nous présentons ensuite les différents modèles de ralentissement associés.

2.2.2.1 Largeur des résonances

Il importe de définir ce qu'est la largeur de résonance parce que le choix du modèle de ralentissement dépend du rapport de cette largeur par l'intervalle d'énergie correspondant au gain maximum en léthargie ϵ_0 au cours d'une diffusion par un noyau résonnant. Cet intervalle est estimé par $\delta E = \epsilon_0 E_0$ où E_0 est l'énergie au pic de la résonance. La largeur nucléaire Γ n'est pas le paramètre pertinent pour évaluer la largeur de la résonance parce qu'elle est la largeur à mi-hauteur par rapport au pic ; or à mi-hauteur d'une résonance, la section efficace est encore élevée ; la largeur pertinente est encore nettement plus grande que Γ .

Energie (eV)	Г	$\Gamma_p(\text{Reuss})$	$\Gamma_p(\text{Barjon})$	$\frac{\Gamma_p}{\delta E}$ (Reuss)	$\frac{\Gamma_p}{\delta E}$ (Barjon)
6,67	0,024	1,23	0,49	10,9	4,3
20,87	0,033	2,11	0,84	6,0	2,4
36,68	0,057	3,83	1,53	6,2	2,5
66,03	0,048	2,22	0,89	2,0	0,8

TAB. 2.1 – Largeur des premières résonances de l'U238 ($\sigma_p = 9, 5barns, \sigma_d = 50barns$)

Reuss [2] définit la largeur pratique de résonance la largeur Γ_p qui correspond à l'intervalle d'énergie où la section section efficace résonnante dépasse la section efficace potentielle (Fig-2.4). En utilisant la formule de Breit et Wigner de la section efficace et en négligeant le terme d'interférence, on trouve :

$$\Gamma_p(Reuss) \approx \Gamma \sqrt{\sigma_{max}/\sigma_{p0}}.$$
 (2.37)

Barjon [3] définit la largeur de la résonance Γ_p comme l'étendue d'énergie à l'intérieur de laquelle le flux est moins de la moitié du flux asymptotique, c'est à dire essentiellement la région à l'intérieur de laquelle il n'est plus possible du tout de considérer que le flux est à sa forme asymptotique dans les intégrales de ralentissement par l'absorbant lourd (Fig-2.5).

$$\Gamma_p(Barjon) \approx \Gamma \sqrt{\sigma_{max}/(\sigma_{p0} + \sigma_d) - 1}.$$
 (2.38)

Du point de vue pratique, les deux critères ne sont pas très différents sachant que quasiment toutes les résonances au dessus de 4eV -où la modélisation des résonances est nécessaire- seule la première résonance de l'U238 est vraiment large ($\Gamma_p \gg \delta E$)(TAB-2.1). Les autres résonances au dessus sont intermédiaires jusqu'à E₀=12eV, puis sont étroites.

2.2.2.2 Modèle "résonance large"

Le modèle « résonance large », encore appelé WR (Wide Resonance), suppose que la largeur de la résonance est grande devant la perte maximale d'énergie δE_0 . Les neutrons qui arrivent à la léthargie u dans la résonance ont subi leur dernier choc à une léthargie u'se trouvant aussi dans cette même résonance. Comme ϵ_0 est petit (hypothèse du "noyau lourd"), on remplace dans l'opérateur de ralentissement (2.2) $\sigma_{s,0}(u')\phi(u')$ par $\sigma_{s0}(u)\phi(u)$. On obtient ainsi l'approximation "résonance large" :

$$r_0^{WR}\phi(u) = \sigma_{s0}\phi^{WR}(u).$$
 (2.39)



FIG. 2.4 – Largeur pratique de résonance au sens de Reuss



FIG. 2.5 – Largeur pratique de résonance au sens de Barjon

En introduisant cette approximation dans l'équation (2.8), la forme de la structure fine du flux dans le modèle WR est donc donnée par :

$$\phi^{WR}(u) = \frac{\sigma_d}{\sigma_{a0}(u) + \sigma_d}.$$
(2.40)

2.2.2.3 Modèle "résonance étroite"

Le modèle « résonance étroite », encore appelé NR (Narrow Resonance), suppose que la résonance est à la fois étroite et isolée. En effet, l'hypothèse "étroite" suppose que la largeur de la résonance est très faible devant le gain maximum en léthargie. Les neutrons qui sont ralentis jusqu'à léthargie u située dans la résonance ont subi leur dernier choc à une léthargie u' située à l'extérieur de cette résonance mais également à l'extérieur de tout autre résonance puisque la résonance est considérée comme "isolée". On peut donc remplacer l'opérateur de ralentissement (2.2) par la section potentielle du matériau résonnant σ_p multipliée par le flux fin $\phi(\sigma_p)$ en dehors de la résonance qui vaut 1 dans le cas où le modérateur est purement diffusant :

$$r_0^{NR}\phi(u) = \sigma_{p0}.$$
 (2.41)

En introduisant cette approximation dans l'équation (2.8), la forme de la structure fine du flux dans le modèle NR est donc donnée par :

$$\phi^{NR}(u) = \frac{\sigma_{a0} + \sigma_d}{\sigma_0(u) + \sigma_d}.$$
(2.42)

2.2.2.4 Modèle "résonance intermédiaire"

Le modèle « résonance intermédiaire », encore appelé IR (Intermediate Resonance), est utilisé quand la résonance a des caractéristiques intermédiaires entre les deux cas précédents c'est-à-dire ni assez large ni assez étroite. Il s'agit d'employer une formulation intermédiaire entre le modèle WR et le modèle NR en introduisant un paramètre λ compris entre 0 et 1 qui, en quelque sorte, les pondère :

$$\phi^{IR}(u) = \frac{\lambda \sigma_{p0} + \sigma_d}{\sigma_{a0}(u) + \lambda \sigma_{s0}(u) + \sigma_d}.$$
(2.43)

La détermination du paramètre de Goldstein λ a fait l'objet de plusieurs travaux. Il en ressort que λ dépend de plusieurs autres paramètres entre autre la dilution du noyau résonnant, la température, l'hétérogénéité [4].

2.2.2.5 Modèle statistique

En faisant l'hypothèse du "noyau lourd", donc en considérant que le gain maximum ϵ_0 est très petit, on peut remplacer dans l'opérateur de ralentissement la quantité exp(u'-u)par une constante lorsque u' varie entre $u - \epsilon_0$ et u. D'après les conditions de normalisation cette constante est égale à $(1 - \alpha_0)/\epsilon_0$. La formule de l'opérateur (2.2) devient alors :

$$r_0\phi(u) \approx \frac{1}{\epsilon_0} \int_{u-\epsilon_0}^u \sigma_{s0}(u')\phi(u')du'.$$
(2.44)

Le modèle statistique ST suppose que :

- les résonances sont étroites et statistiquement distribuées dans le groupe g;
- leur espacement est faible par rapport au gain maximum en léthargie ϵ_0 .(Il y a donc plusieurs résonances entre $u \epsilon_0$ et u).

A partir de ces deux hypothèses, on peut remplacer la moyenne du produit $\sigma_{s0}\phi$ sur l'intervalle $[u - \epsilon_0, u]$ par sa moyenne sur le groupe g, on obtient alors l'approximation statistique :

$$r_0^{ST}\phi(u) = \frac{1}{\Delta u_g} \int_g \sigma_{s0}(u')\phi(u')du'.$$
 (2.45)

Comme pour la modélisation NR, les sources de ralentissement lourd deviennent indépendantes de la léthargie u, mais ici la valeur moyenne dépend du groupe auquel la léthargie u appartient. Ces sources sont donc constantes par groupe. On note :

$$\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^g = \frac{1}{\Delta u_g} \int_g \sigma_{s0}(u')\phi(u')du'.$$
(2.46)

Pour déterminer le flux statistique, reprenons l'équation (2.8) avec l'approximation statistique :

$$\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^g + \sigma_d = (\sigma_0(u) + \sigma_d)\phi(u). \tag{2.47}$$

L'équation peut s'écrire aussi :

$$\phi(u) = \frac{\langle \sigma_{s0}\phi\rangle^g + \sigma_d}{\sigma_0(u) + \sigma_d}.$$
(2.48)

On calcule $\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^g$, en tirant $\phi(u)$ de l'équation (2.48) :

$$\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^g = \frac{1}{\Delta u_g} \int_g \frac{\sigma_{s0}(u')(\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^g + \sigma_d)}{\sigma_0(u') + \sigma_d} du'.$$
(2.49)

En résolvant l'équation (2.49), l'expression de $\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^g$ est :

$$\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^g = \sigma_d \frac{\frac{1}{\Delta u_g} \int_g \frac{\sigma_{s0}(u')}{\sigma_0(u') + \sigma_d} du'}{1 - \frac{1}{\Delta u_g} \int_g \frac{\sigma_{s0}(u')}{\sigma_0(u') + \sigma_d} du'}.$$
(2.50)

La structure fine du flux avec le modèle ST est donc donnée par :

$$\phi^{ST}(u) = \frac{1}{1 - \frac{1}{\Delta u_g} \int_g \frac{\sigma_{s0}(u')}{\sigma_0(u') + \sigma_d} du'} \frac{\sigma_d}{\sigma_0(u) + \sigma_d}.$$
(2.51)

2.2.2.6 Modèle "toute résonance"

Le modèle ST précédent suppose que les neutrons arrivant dans la résonance ont été diffusés dans le groupe de la résonance; ceci n'est valide que pour des maillages large $(\Delta u_g \ge 0,1)$. Le modèle « Toute Résonance » (TR), est élaboré en vue d'être appliqué à toute forme de résonance à n'importe quelle énergie en utilisant l'hypothèse d'un noyau lourd.

Il considère que les ralentissements vers une léthargie u dans le groupe g est la somme des diffusions dans les groupes g' ($g' \leq g$) pondérées par un poids déterminant la probabilité de la diffusion $\mathcal{P}_{gg'}$ du groupe g' vers g. Cette probabilité est à la fois fonction de la largeur du groupe g' et de la distance, en léthargie, séparant les groupes g et g':

$$r_0^{TR}\phi_0(u) \approx \sum_{g \le g} \mathcal{P}_{gg'} \left\langle \sigma_{s0}\phi_0 \right\rangle^{g'}.$$
 (2.52)

On effectue d'abord une partition du groupe énergétique g (Fig2.6) en intervalles $W_{gg'}$ définis par :

$$W_{gg'} = \{ u \in g \text{ tel que } u - \epsilon_0 \in g' \}.$$

$$(2.53)$$

En sachant que $u \in g = [u_g, u_{g+1}]$ et $u - \epsilon_0 \in g' = [u_{g'}, u_{g'+1}]$, avec $g' \leq g$, le domaine $[u - \epsilon_0, u]$ peut être décomposé en l'union des intervalles constitués essentiellement par des groupes d'énergie :

$$[u - \epsilon_0, u] = [u - \epsilon_0, u_{g'+1}] \cup (g'+1) \cup \dots \cup (g-1) \cup [u_g, u]$$
(2.54)

L'intégrale dans l'équation (2.44) peut donc être décomposée en la somme des intégrales sur les sous-domaines définis dans (2.54), on obtient :

$$r_0\phi(u) = \frac{1}{\epsilon_0} \left[\int_{u-\epsilon_0}^{u'_g} \sigma_{s0}(u')\phi_0(u')du' + \sum_{i=g'+1}^{g-1} \int_{u_{i-1}}^{u_i} \sigma_{s0}(u')\phi_0(u')du' + \int_{u_g}^u \sigma_{s0}(u')\phi_0(u')du' \right]$$
(2.55)

Pour les léthargies u' dans un groupe h donné, on remplace $\sigma_{s0}(u')\phi_0(u')$ par sa valeur moyenne dans le groupe $\langle \sigma_{s0}\phi \rangle^h$, on obtient alors :

$$r_0\phi(u) \approx \frac{1}{\epsilon_0} \left[\left(u'_g - (u - \epsilon_0) \right) \left\langle \sigma_{s0}\phi_0 \right\rangle^{g'} + \sum_{i=g+1}^{g'-1} \Delta u_i \left\langle \sigma_{s0}\phi_0 \right\rangle^i + (u - u_{g'}) \left\langle \sigma_{s0}\phi_0 \right\rangle^g \right] \quad (2.56)$$

Pour tout $u \in W_{gg'}$, on peut approcher $r_0\phi(u)$ par l'expression (2.56). Si on suppose que $r_0\phi(u)$ varie peu pour $u \in W_{gg'}$ et est égale $r_0\phi(u_{gg'})$, avec $u_{gg'}$ la valeur au milieu de l'intervalle $W_{gg'}$. Puis pour toute énergie u dans le groupe g, on approche l'opérateur de ralentissement lourd par la moyenne des ralentissement dans le groupe g:

$$r_0\phi_0(u) \approx \frac{1}{\Delta u_g} \sum_{g' \le g} \Delta W_{gg'} r_0\phi_0(u_{gg'}),$$
 (2.57)

où $\Delta W_{gg'}$ est la largeur de l'intervalle $W_{gg'}$.

On peut remplacer $r_0\phi_0(u_{gg'})$ par une combinaison linéaire des taux de diffusion sur les groupes $g' \leq i \leq g$; on peut donc calculer les poids $\mathcal{P}_{gg'}$ pour obtenir l'expression (2.52).

Ce modèle est une généralisation du modèle statistique car si l'on prend pour les poids $\mathcal{P}_{gg'}$ la fonction de Kronecker $\delta(g, g')$, on reconnaît le modèle statistique.



FIG. 2.6 – Exemple de partition du groupe g

On remarque que dans les maillages multigroupes habituels (où $\Delta u_g=0,2$) pour une grande résonance centrée au milieu du groupe, les neutrons arrivent uniquement de l'intérieur du groupe puisque $\epsilon_0 \approx 0.017$, et le modèle ST est alors plus réaliste.

2.2.3 Méthode de Sanchez-Coste

2.2.3.1 Limites de la théorie de Livolant

La théorie de Livolant s'applique aux problèmes où figure un seul matériau résonnant puisque les autres noyaux sont considérés comme non résonnants. Dans la pratique, on a toujours affaire à des milieux contenant des mélanges des noyaux résonnants, où une juxtaposition de milieux de différents types :

- dans le combustible, il existe au moins deux noyaux résonnants U238 et U235; après irradiation d'autres noyaux résonnants apparaissent (isotopes du neptunium, du plutonium, de l'américium, etc.);
- autour du combustible, on peut trouver des matériaux ayant des sections efficaces résonnantes (gaines en Zirconium, crayons d'AIC, crayons de hafnium, etc.);
- un même matériau peut apparaître dans des éléments de différentes caractéristiques (le zonage des crayons de combustible MOX dans les assemblages : les crayons sont de différentes teneurs en plutonium)...
- dans un crayon de combustible, la température peut varier de 300°C à la surface à plus 1000°C au centre, du coup pour le même matériau, les formes de résonances varient par effet Doppler entre la surface et le centre.

2.2.3.2 Prise en compte de l'éventuelle capture du modérateur

Dans le domaine où se trouvent les résonances de l'uranium, la capture par les vrais modérateurs est négligeable; c'est la raison pour laquelle la théorie de l'absorption résonnante a été bâtie sur la supposition que les noyaux non résonnants sont purement diffusants.

Dans le cas où il y a plusieurs noyaux résonnants, le calcul d'autoprotection est effectué sur ces noyaux un par un. Pour le premier noyau résonnant, on considère tous les autres noyaux non résonnants même ceux qui sont effectivement résonnants. Pour le deuxième noyau résonnant, on considère pareillement tous les autres noyaux non résonnants y compris le premier noyau résonnant traité. Et ainsi de suite jusqu'au dernier noyau non résonnant.

Les noyaux résonnants sont donc assimilés à des modérateurs; en revanche ils ne peuvent pas être assimilés à des matériaux purement diffusants. C'est la raison pour laquelle il a fallu modifier le formalisme initial de Livolant pour prendre en compte la capture par les matériaux assimilés à des modérateurs.

En reprenant le raisonnement conduisant à l'équation de structure fine du flux (2.8), on constate que prendre en compte cette capture revient à remplacer cette équation par :

$$r_0\phi + \gamma\sigma_e = (\sigma_0 + \sigma_e)\phi, \qquad (2.58)$$

où $\gamma = \sum_{s_1} / \sum_{t_1}$ est la probabilité qu'un choc sur le modérateur soit une diffusion; γ s'appelle également le pouvoir absorbant du modérateur.

Dans un calcul d'autoprotection d'un noyau résonnant, on adopte, en pratique, pour les autres noyaux effectivement résonnants mais considérés comme non résonnants :

- les sections efficaces multigroupes moyennes non autoprotégées (celles qui se trouvent dans la bibliothèque) si le noyau n'est pas encore traité;
- les sections efficaces autoprotégées obtenues dans les étapes précédentes si le noyau a été déjà traité.

On remarque que l'équation (2.58) est une équation à deux paramètres σ_e et γ_e , et linéaire en γ_e ($\phi_{\gamma_e}(\sigma_e) = \gamma_e \phi_1(\sigma_e)$). Cela signifie que si la solution $\phi(\sigma_e, \gamma_e)$ est la solution de l'équation (2.58), paramétrée par σ_e et γ_e , alors on a la relation suivante :

$$\phi(\sigma_e, \gamma_e) = \gamma_e \phi(\sigma_e, 1), \qquad (2.59)$$

où $\phi(\sigma_e, 1)$ est la solution de l'équation paramétrée par σ_e et 1, c'est-à-dire $\phi(\sigma_e, 1)$ est la solution de l'équation de structure fine sans capture (2.8) où $\gamma_e = 1$. Cette relation est très importante, parce qu'elle nous permet d'éviter tout calcul pour prendre en compte cette capture : il suffit de multiplier les taux de réactions tabulés dans le cas sans capture par ce paramètre γ_e . Aucune tabulation ni calcul supplémentaire n'est nécessaire.

2.2.3.3 Généralisation de la théorie de Livolant

On se place dans le cas général où l'on dispose de plusieurs régions avec plusieurs noyaux résonnants et noyaux non résonnants. Ce cas général peut être illustré par un exemple de géométrie (Fig-2.7) couramment rencontrée dans le calcul des réacteurs. On utilise toujours l'hypothèse du flux plat dans le calcul des probabilités de collision et le choc isotrope. L'équation générale de ralentissement est donnée par :

$$\Sigma V \Phi = P V (R_0 \Phi + R_1 \Phi), \qquad (2.60)$$

où Σ est la matrice diagonale des sections efficaces totales, V est la matrice diagonale des volumes des régions de calcul, Φ le vecteur flux dans chaque région de calcul, P est la matrice des probabilités de collision, R_0 la matrice diagonale des opérateurs de ralentissement par les noyaux lourds et R_1 la matrice diagonale des opérateurs de ralentissement des noyaux légers.

L'équation dans la région i est donc donnée par :

$$\Sigma_i V_i \Phi_i = \sum_j P_{ji} V_j (R_{0j} \Phi_j + R_{1j} \Phi_j), \qquad (2.61)$$

avec *i* et *j* sont les indices des régions. Pour simplifier le calcul, on peut grouper plusieurs régions de calcul *i* ayant le même mélange de noyaux résonnants dans une même région dite région d'autoprotection α . Dans les régions de calcul *i*, on remplace les flux Φ_i par un flux moyen de pondération $\phi_{0\alpha}$.

La région d'autoprotection α est caractérisée par :

$$\forall i \in \alpha, \quad \Sigma_{0i} = N_{0i}\sigma_{0\alpha}, \quad R_{0i} = R_{0\alpha}. \tag{2.62}$$

L'équation de ralentissement dans la région α s'écrit :

$$\left(\sum_{i\in\alpha}\Sigma_i V_i\right)\phi_{0\alpha} = \sum_{i\in\alpha}\sum_{\beta}\sum_{j\in\beta}P_{ji}V_j(N_{0j}r_{0j}\phi_{0\beta} + \Sigma_{s1j}) + \sum_{i\in\alpha}\sum_{j\notin\beta}P_{ji}V_j\Sigma_{s1j}.$$
 (2.63)



FIG. 2.7 – Cellule de combustible de type réacteur à eau légère avec 4 régions concentriques pour l'autoprotection

En définissant la matrice C et le vecteur S respectivement par :

$$C_{\beta\alpha} = \frac{\sum_{i \in \alpha} \sum_{j \in \beta} P_{ji} V_j N_{0j}}{\sum_{i \in \alpha} \Sigma_i V_i}, \qquad S_{\beta\alpha} = \frac{\sum_{i \in \alpha} \sum_j P_{ji} V_j \Sigma_{s1j}}{\sum_{i \in \alpha} \Sigma_i V_i}, \qquad (2.64)$$

on peut donc écrire à partir de l'équation (2.63) le flux fin dans chaque région d'autoprotection comme :

$$\phi_0 = Cr_0\phi_0 + S. \tag{2.65}$$

L'équation ainsi obtenue est une équation ponctuelle en léthargie u dont la résolution conduit à l'obtention d'un flux ponctuel en u dans chaque région d'autoprotection α $\phi_{0\alpha}(u)$. Cette équation est difficile à traiter parce qu'elle est couplée à la fois en espace et en énergie. Le couplage en espace est effectué par la matrice C. Il existe trois méthodes de résolution de cette équation dans APOLLO2 : la méthode PIC, la méthode de la matrice de dilution et la méthode directe.

2.2.3.4 Méthode de résolution de l'équation de structure fine généralisée

i) Méthode de "PIC"

Cette méthode effectue la diagonalisation de la matrice C en utilisant une approximation spatiale : les régions d'autoprotection sont semblables et donc :

$$\forall \beta \neq \alpha \quad r_{0\beta}\phi_{0\beta} \approx r_{0\alpha}\phi_{0\alpha}. \tag{2.66}$$

L'équation (2.65) s'écrit :

$$\forall \alpha \quad \phi_{0\alpha} = \left(\sum_{\beta} C_{\beta\alpha}\right) r_{0\alpha} \phi_{0\alpha} + S_{\alpha}. \tag{2.67}$$

L'équation ainsi obtenue n'est plus couplée en espace. En posant :

$$\sigma_{e\alpha} = \frac{1}{\sum_{\beta} C_{\beta\alpha}} - \sigma_{0\alpha}, \quad \gamma_{e\alpha} = \frac{S_{0\alpha}}{\sigma_{e\alpha} \sum_{\beta} C_{\beta\alpha}}, \quad (2.68)$$

l'équation (2.67) s'écrit :

$$(\sigma_{0\alpha} + \sigma_{e\alpha})\phi_{0\alpha} = r_{0\alpha}\phi_{0\alpha} + \gamma_{e\alpha}\sigma_{e\alpha}$$
(2.69)

Cette équation est similaire à l'équation (2.58), elle est donc équivalente l'équation en milieu homogène au facteur γ_b près, avec :

$$\gamma_b = 1/\Delta u^g \int_g du \gamma_{e\alpha}(u); \qquad (2.70)$$

les quantités $\sigma_{e\alpha}$ et $\gamma_{e\alpha}$ sont supposées varier très peu ce qui peut justifier l'équivalence hétérogène/homogène.

ii) Méthode de la matrice de dilution

On définit le mélange résonnant dans chaque région α par K_{α} noyaux résonnants et la concentration pour chaque noyau résonnant k dans la région α par $N_{0,\alpha,k}$.

La matrice C peut être diagonalisable quand les régions d'autoprotection contiennent des mélanges similaires ; c'est-à-dire :

$$\forall \alpha, \quad \forall \beta, \quad K_{\alpha} = K_{\beta} \quad et \quad \frac{N_{0,\alpha,k}}{N_{0,\alpha,l}} = \frac{N_{0,\beta,k}}{N_{0,\beta,l}}.$$
(2.71)

Avec cette hypotèse, on a :

$$r_{0\alpha} = r_{0\beta} = r_0 \quad et \quad \sigma_{0\alpha} = \sigma_0. \tag{2.72}$$

Dans ces conditions, on peut trouver une base de vecteurs propres orthogonaux pour la matrice C:

$$C\psi_i = \lambda_i \psi_i \tag{2.73}$$

et l'on peut développer le flux sous la forme :

$$\Phi_0 = \sum_i \phi_i \psi_i. \tag{2.74}$$

En portant ce développement dans (2.65) et en faisant l'approximation de structure fine :

$$r_0(\phi_i \psi_i) = r_0(\phi_i)\psi_i,$$
 (2.75)

on obtient une équation indépendante pour chaque région d'autoprotection α :

$$(\sigma_0 + \sigma_{e,i})\phi_i = r_0\phi_i + \sigma_{e,i}, \qquad (2.76)$$

où la section équivalente $\sigma_{e,i}$ est donnée par :

$$\lambda_i = \frac{1}{\sigma_0 + \sigma_{e,i}}.\tag{2.77}$$

Pour obtenir l'équation (2.76), on normalise les vecteurs propres de façon que :

$$\frac{\langle \psi_i, S \rangle}{\langle \psi_i, \psi \rangle} = 1 - \lambda_i \sigma_0. \tag{2.78}$$

Une fois les vecteurs propres et les valeurs propres de la matrice C calculés, on peut calculer pour chaque région d'autoprotection α avec une approximation WR ou NR:

$$T_{a0,\alpha}^g = \int_g \sigma_a(u) \Phi_0^* du = \sum_i \int_g \sigma_a(u) \phi_i^*(u) \psi_i^\alpha(u) du$$
(2.79)

avec ψ_i^{α} est l'élement correspondant à α du vecteur propre ψ_i , et ϕ_i^* est calculé avec une approximation WR ou NR:

$$\phi_i^{WR} = \frac{\sigma_{e,i}}{\sigma_{a0} + \sigma_{e,i}} \quad et \quad \phi_i^{NR} = \frac{\sigma_{p,i} + \sigma_{ei}}{\sigma_{a0} + \sigma_{e,i}}.$$
(2.80)

iii) Méthode directe

La méthode directe permet de résoudre sans approximation spatiale l'équation (2.65). Le principe de la méthode est de substituer directement dans cette équation l'expression approchée correspondant à la modélisation choisie pour l'opérateur de ralentissement lourd. Nous illustrons ce principe par deux exemples de modèles de ralentissement, les modèles NR et WR:

1. modèle NR: L'opérateur de ralentissement avec le modèle NR, pour chaque région d'autoprotection α , est donné par :

$$r_{0\alpha}^{NR}\phi_{0\alpha} = \sigma_p \phi_{0\alpha}(\sigma_p). \tag{2.81}$$

On reporte cette approximation dans l'équation (2.65), on obtient :

$$\phi_0(\sigma_p) = \sigma_p C(\sigma_p) \phi_0(\sigma_p) + S(\sigma_p), \qquad (2.82)$$

où $C(\sigma_p)$ et $S(\sigma_p)$ représentent les valeurs de la matrice C et du vecteur S calculés pour une section totale égale à la section potentielle. On en déduit :

$$\phi_0(\sigma_p) = (I - \sigma_p C(\sigma_p))^{-1} S(\sigma_p), \qquad (2.83)$$

où I représente la matrice identité. Finalement ,

....

$$r_0^{NR}\phi_0 = \sigma_p (I - \sigma_p C(\sigma_p))^{-1} S(\sigma_p).$$
(2.84)

Ce vecteur est indépendant de la léthargie u. En remplaçant l'opérateur de ralentissement dans l'équation (2.65) par l'approximation obtenue dans (2.81), on obtient :

$$\forall u \in g, \quad \phi_0^{NR}(u) = C(u) \left[\sigma_p (I - \sigma_p C(\sigma_p))^{-1} S(\sigma_p) \right] + S(u). \tag{2.85}$$

Le flux est donc obtenu directement par un simple produit "matrice-vecteur". La matrice C(u) et S(u) ne dépendent de la léthargie que par l'intermédiaire de la section résonnante totale.

Le calcul du flux, avec les approximations "ST" ou "TR", passe par la même démarche qu'avec le modèle NR.

2. modèle WR: Le vecteur $r_0^{WR}\phi_0(u)$ est donné par :

$$r_0^{WR}\phi_0 = \sigma_{s0}\phi_0(u). \tag{2.86}$$

On reporte cette approximation dans l'équation (2.65), on obtient :

$$\forall u \in g, \quad \phi_0^{WR}(u) = C(u)\sigma_{s0}\phi_0^{WR}(u) + S(u).$$
(2.87)

Le flux est alors donné par :

$$\phi_0^{WR}(u) = (I - C(u)\sigma_{s0})^{-1}S(u).$$
(2.88)

Dans ce cas le calcul du flux nécessite l'inversion de la matrice $I - C(u)\sigma_{s0}$.

2.2.4 Limites de la méthode d'équivalence

La méthode d'équivalence passe par la détermination de la section équivalente. Ce facteur dépend beaucoup de la modélisation, et l'erreur que l'on commet dans le calcul d'autoprotection dépend de ce facteur. Si on prend l'exemple des deux résonances de l'U238 à $E_0=20,9\mathrm{eV}$ et 36,7eV (TAB-2.2)[5], on constate bien les écarts sur les taux d'absorptions dans ces résonances entre un calcul APOLLO2 avec trois modèles (WR, NR, TR) et un calcul étalon TRIPOLI4 (T4). Dans le cas où il y a plusieurs couronnes dans le combustible définissant l'autoprotection spatiale, la sensibilité de la section équivalente d'une région d'autoprotection va de la périphérie au centre [6]. La figure (Fig-2.8) montre la variation importante de la section équivalente de l'U238 en fonction de la section totale de l'U238, dans une couronne centrale d'un crayon UO2 et de volume 50% et pour deux valeurs de rapport du volume du combustible Vf par le volume de la cellule Vc (Vf/Vc= 0.4 et 0.6).

La section équivalente doit prendre en compte l'effet Dancoff que l'on calcule à partir des probabilités de collision Pij, généralement approximées par la méthode des courants d'interface à flux angulaire isotrope (UP0), peu valide pour les résonances de l'U238 en réseau serré.

Domaine d'énergie	WR (%)	NR~(%)	TR~(%)	Référence T4	σ (%)
24,98 à 45,52 eV	-4,90	-2,35	-3,12	2,2144E-02	0,41
13,71 eV à 24,98 eV	-1,12	0,79	$0,\!62$	2,6173E-02	0,42

TAB. 2.2 – Effet de modèle de ralentissement sur le calcul d'autoprotection pour deux résonances de l'U238 à 20,9eV et 36,7eV (Réseau REP)

Dans la méthode d'équivalence, on utilise l'approximation du découplage $\Phi(u) = \psi \phi(u)$. Cette approximation n'est pas pertinente dans des résonances épithermiques et thermique où la variation du flux asymptotique ψ est significative dans le groupe.

En dessous de 4eV, l'autoprotection de certaines résonances (notamment nécessaire avec le maillage XMAS pour le Pu242 à 2,67eV) est de plus peu valide parce qu'on suppose dans ce domaine qu'on est dans une situation de ralentissement pur alors qu'il y a des remontées de neutrons thermiques.

La méthode d'équivalence se base sur le principe d'un seul noyau résonnant et les autres noyaux sont supposés non résonnants. Cette hypothèse montre ses limites dans le cas où il y a recouvrement des résonances; ainsi la protection mutuelle n'est pas prise en compte par cette méthode.

Le calcul d'autoprotection repose en grande partie sur le calcul d'intégrales en léthargie dans les groupes du maillage énergétique correspondant au domaine de la résonance (taux de réaction, valeur moyenne de fonction). On utilise généralement des formules de quadrature (ensemble de niveau et poids correspondants) dans le groupe énergétique en question. Les formules de quadrature se basent sur les tables de probabilité des sections efficaces que l'on définira dans le paragraphe suivant. Avec ces formules, on ne peut pas faire un calcul d'autoprotection ni avec distribution de températures, ni avec modélisation WR de l'opérateur de ralentissement.

2.3 Méthode des sous-groupes

La méthode des sous-groupes est une technique de calcul d'autoprotection. Elle se base sur la résolution de l'équation de ralentissement où la représentation ponctuelle des section efficaces en fonction de l'énergie est remplacée par une représentation de densité de probabilité. La discrétisation de chaque densité de probabilité mène à des formules de quadrature appelées tables de probabilité. Pour décrire la méthode des sous-groupes, nous rappelons d'abord la définition des tables de probabilité ainsi que leurs principales méthodes de calcul.



FIG. 2.8 – Variation de la section équivalente dans la couronne centrale (50% du volume) en fonction de la section totale de l'U238

2.3.1 Définition des tables de probabilités

Avant de définir la table de probabilité, il importe de préciser quelques terminologies historiques. Les tables de probabilité ont été introduites sous le nom de « méthode des sous-groupes » vers 1970 par le soviétique Nicolaev [7]. Cullen a utilisé le terme « multibande » [8]. Le terme « Table de probabilité » a été introduit pour la première fois par l'américain Levitt en 1971 [9].

Depuis, plusieurs physiciens ont travaillé sur ce concept, en particulier Cullen [8, 10]. Ribon a par la suite développé une nouvelle approche, où les tables de probabilité sont les tables de quadrature de GAUSS [11].

2.3.1.1 Principe général des tables de probabilité

La variation de la section efficace $\sigma(u)$ (Fig-2.9-a) en fonction de la léthargie u, sur le groupe g de largeur Δu_g , peut être représentée par une distribution de probabilité $\omega(\sigma)$ (Fig-2.9-b), sur le domaine $[0, max(\sigma)]$. $\omega(\sigma)d\sigma$ est la probabilité que la section $\sigma(u)$ ait des valeurs entre σ et $\sigma + d\sigma$.

En utilisant cette définition, toute intégrale de Riemann en léthargie d'une fonction dépendant de la section $\sigma(u)$ peut être remplacée par une intégrale de Lebesgue en σ :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma(u)] = \int_0^{\max(\sigma)} d\sigma \omega(\sigma) f(\sigma).$$
(2.89)

La distribution de probabilité peut être découpée en bandes (S_k) : chaque bande sera caractérisée par une valeur σ_k et ω_k .



FIG. 2.9 – Illustration de la construction d'une Table de Probabilités pour une seule section

La distribution de probabilité peut donc être approximativement décrite par une série d'ordre K des distributions de Dirac centrée chacune sur un niveau discret σ_k de la section efficace et affectée d'un poids ω_k :

$$\omega(\sigma) = \sum_{k=1}^{K} \delta(\sigma - \sigma_k) \omega_k, \qquad (2.90)$$

avec

$$\omega_k = \int_{S_{k-1}}^{S_k} d\sigma \omega(\sigma). \tag{2.91}$$

L'intégrale dans l'équation (2.89) peut être approchée par :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma(u)] = \int_0^{\max(\sigma)} d\sigma \omega(\sigma) f(\sigma) = \sum_{k=1}^K \omega_k f(\sigma_k).$$
(2.92)

L'ensemble de K couples $\{\omega_k, \sigma_k, k = 1, K\}$ est appelé table de probabilité d'ordre K de la section $\sigma(u)$ sur le groupe g.

2.3.1.2 Table de probabilité pour une section efficace

La table de probabilité d'ordre K d'une section efficace totale $\sigma_t(u)$ dans un groupe g est l'ensemble de K couples { $\omega_k, \sigma_k, k = 1, K$ } satisfaisant la condition suivante :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma_t(u)] = \sum_{k=1}^K \omega_k f(\sigma_k)$$
(2.93)

En neutronique la section partielle $\sigma_x(u)$ (x = s, c, f, in, ... pour diffusion, fission, capture, inélastique, ...) intervient souvent linéairement dans des intégrales de type :

$$I = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma_t(u)] \sigma_x(u),$$
 (2.94)

que nous pouvons écrire :

$$I = \int_0^{\sigma_t} f[\sigma_t] d\sigma_t \int_0^{\sigma_x} \sigma_x \omega(\sigma_t, \sigma_x) d\sigma_x.$$
(2.95)

En posant $\sigma_x(\sigma_t) = \int_0 \sigma_x \frac{\omega(\sigma_t, \sigma_x)}{\omega(\sigma_t)} d\sigma_x$, on a alors :

$$I = \int_0^{\sigma_t} \omega(\sigma_t) f[\sigma_t] \sigma_x(\sigma_t) d\sigma_t \sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_{x,k} f(\sigma_k).$$
(2.96)

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma_t(u)] = \sum_{k=1}^K \omega_k f(\sigma_k)$$
(2.97)

La table de probabilité d'ordre k pour la section totale $\sigma_t(u)$ et les sections partielles $\sigma_x(u)$ est définie par l'ensemble de K n-uplets { $\omega_k, \sigma_k, \sigma_{x,k}, k = 1, K$ }.

Les différentes tables de probabilité diffèrent par la méthode de détermination des couples { $\omega_k, \sigma_k, k = 1, K$ } et donc de S_k .

2.3.1.3 Table de probabilité pour l'opérateur de ralentissement

La densité de probabilité de ralentissement $\mathcal{W}(\sigma, \sigma')$ a été introduite par Ribon [12] telle que :

$$\frac{1}{(1-\alpha)\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \int_{u-\epsilon}^{u} du' e^{u'-u} f[\sigma(u)]g[\sigma(u')] = \int_0^{max(\sigma)} d\sigma \int_0^{max(\sigma)} d\sigma' \mathcal{W}(\sigma,\sigma')f(\sigma)g(\sigma'),$$
(2.98)

avec

$$\alpha = \left(\frac{1-A}{1+A}\right)^2 \quad et \quad \epsilon = \ln\frac{1}{\alpha}.$$
(2.99)

Dans la même référence [12], la table de probabilité avec le noyau de ralentissement est obtenue telle que :

$$\frac{1}{(1-\alpha)\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \int_{u-\epsilon}^{u} du' e^{u'-u} f[\sigma(u)]g[\sigma(u')] = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^K \mathcal{W}_{k,l} f(\sigma_k)g(\sigma_l), \quad (2.100)$$

où $\mathcal{W}_{k,l}$ est le poids de ralentissement corrélé entre les deux niveaux k et l de $\sigma(u)$ dans le groupe g.

La matrice $(\mathcal{W}_{k,l})_{1 \leq k,l \leq K}$ est prévue d'être normalisée selon la condition suivante :

$$\sum_{k=1}^{K} \mathcal{W}_{k,l} = \omega_l \qquad \sum_{l=1}^{K} \mathcal{W}_{k,l} = \omega_k.$$
(2.101)

Théoriquement, il est impossible de satisfaire ces deux conditions. D'un coté, la seconde intégrale de la partie gauche de l'équation commence à $u - \epsilon$, ce qui veut dire que $\sigma(u')$ a des valeurs dans le groupe g. De l'autre coté, les niveaux des tables de probabilité σ_k et σ_l , dans l'autre partie de l'équation, sont définis sur le groupe g seulement.

2.3.1.4 Critères de détermination des tables de probabilité

Il existe un grand nombre de méthodes de construction des tables de probabilité. Chaque méthode est basée sur un critère spécifique de détermination. Les méthodes les plus typiques sont celles de Levitt, celles des sous-groupes et celle de Ribon connue sous l'appellation « méthode des moments ».

- 1. Par découpage en bandes : cette méthode, introduite par Levitt, consiste à découper l'intervalle $[\sigma_{t,min}, \sigma_{t,max}]$ en N sous intervalles réguliers et déterminer la probabilité de présence de $\sigma_t(u)$ dans chaque intervalle.
- 2. A partir des sections effectives : cette technique a été proposée par Nicolaev dans le cadre de la méthode des sous-groupes. Le but de la méthode est de déterminer les valeurs $(\omega_i, \sigma_{t,i}, [\sigma_{x,i}])$ qui optimisent la quadrature permettant de calculer les sections effectives :

$$\sigma_{x,eff,exact}(\sigma_d) = \frac{\int_g \frac{\sigma_x(u)}{\sigma_t(u) + \sigma_d} du}{\int_g \frac{1}{\sigma_t(u) + \sigma_d} du}, \quad \sigma_{x,eff,quadrature}(\sigma_d) = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{\omega_i \sigma_{x,i}}{\sigma_{t,i} + \sigma_d}}{\sum_{i=1}^N \frac{\omega_i}{\sigma_{t,i} + \sigma_d}} \quad (2.102)$$

...

Pour cela, on calcule d'abord les sections effectives exactes pour différentes dilutions $\sigma_{d,j(1 \le j \le J)}$ $(J \ge 2N - 1)$. Puis on calcule les J couples $\{\omega_i, \sigma_{t,i}\}$ optimisant la quadrature sur ces J valeurs de la section de dilution :

- soit en résolvant par itération un système de J = 2N - 1 équations à 2N - 1 inconnues en imposant $\sum \omega_i = 1$;

soit par moindres carrés non linéaire qui consistent à minimiser, par itération, la fonction suivante :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^{J} w_j [\sigma_{t,eff,exact}(\sigma_{d_j}) - \sigma_{t,eff,quadrature}(\sigma_{d_j})]^2$$
(2.103)

Cette méthode n'est pratiquement pas utilisée parce qu'elle demande des calculs assez longs, la convergence dépend de l'initialisation et les tables ne sont pas toujours "physiques" (on peut avoir $\omega_i \leq 0$ ou $\sigma_{t,i}$ en dehors du support $[\sigma_{t,min}, \sigma_{t,max}]$) comme le montre Hébert [13].

- 3. Tables de Cullen : l'Américain Cullen a proposé plusieurs autres méthodes de définition des tables de probabilité à savoir des tables équiprobables, qui à l'ordre 2, sont celles établies par la méthode des moments et pour un ordre supérieur à 2 sont proches de celles de Nicolaev.
- 4. Méthodes des moments : cette méthode, proposée par Ribon, est basée sur la propriété qu'une distribution de probabilité est exactement définie par la suite infinie de ses moments; cette suite tronquée définit un encadrement et donc une approximation de la distribution exacte.

La table de probabilité de Ribon est constituée de N couples $\{\omega_i, \sigma_{t,i}, i = 1, N\}$ qui décrivent exactement une suite tronquée de 2N moments de la distribution de $\sigma_t(u)$. Les ω_i et $\sigma_{t,i}$ sont déterminés simultanément.

2.3.2 Calcul des tables de probabilité

2.3.2.1 Méthode de Ribon

Dans ce paragraphe, on rappelle la méthode de Ribon [11]. Cette méthode permet le calcul de la table de probabilité pour la section efficace totale dans le groupe d'énergie g, à partir de la section ponctuelle.

On calcule d'abord les moments positifs et négatifs de la section totale en utilisant les intégrales de Riemann à partir des données ponctuelles de la section. Le moment d'ordre l est défini par :

$$\mathcal{M}_l = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \sigma(u)^l.$$
(2.104)

Une table de probabilité d'ordre K doit conserver les 2K moments définis dans l'équation (2.104):

$$\sum_{k=1}^{K} \omega_k(\sigma_k)^l = \mathcal{M}_l \quad ; \quad 1 - K \le l \le K.$$
(2.105)

Les moments négatifs et positifs permettent de conserver le taux correct de réaction autoprotégée pour des faibles et grandes valeurs de section efficace, respectivement. Considérons la série de Stieltjes suivante :

$$F(z) = \int_0^{\max(\sigma)} d\sigma \omega(\sigma) \frac{(z\sigma)^{1-K}}{1-z\sigma} = \sum_{l=1-K}^K z^l \mathcal{M}_l + O(z^{k+1}).$$
(2.106)

On écrit la fonction $z^{K-1}F(z)$ sous la forme de l'approximation de PADE (K-1, K) [14]:

$$z^{K-1}F(z) = \sum_{l=0}^{2K-1} z^{l} \mathcal{M}_{l-K+1} = \frac{a_0 + a_1 z + \dots + a_{K_1} z^{K-1}}{b_0 + b_1 z + \dots + b_{K_1} z^{K-1} + z^K},$$
(2.107)

ce qui donne :

$$\left(z^{K} + \sum_{k=0}^{K-1} b_{k} z^{k}\right) \left(\sum_{l=0}^{2K-1} z^{l} \mathcal{M}_{l-K+1}\right) = \sum_{k=0}^{K-1} a_{k} z^{k}.$$
(2.108)

On identifie les coefficients des puissances en z entre K et 2K-1. On obtient le système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} \mathcal{M}_{K} & \mathcal{M}_{K-1} & \cdots & \mathcal{M}_{1} \\ \mathcal{M}_{K-1} & \mathcal{M}_{K-2} & \cdots & \mathcal{M}_{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{M}_{1} & \mathcal{M}_{0} & \cdots & \mathcal{M}_{2-K} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{0} \\ b_{1} \\ \vdots \\ b_{1-K} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{0} \\ \mathcal{M}_{-1} \\ \vdots \\ \mathcal{M}_{1-K} \end{pmatrix}$$
(2.109)

On développe par la suite une factorisation en LDL^{T} . Le dénominateur, défini par $[b_0, b_1, ..., b_{k-1}]$, de l'équation (2.107) est la solution du système (2.109) et les niveaux de section de la table de probabilité sont les racines du polynôme :

$$\prod_{k=1}^{K} (z - \frac{1}{\sigma_k}) = b_0 + b_1 z + \dots + b_{K_1} z^{K-1} + z^K.$$
(2.110)

Les poids ω_k sont calculés en résolvant le système :

$$\sum_{k=1}^{K} \frac{\omega_i}{z - 1/\sigma_k} = \frac{a_0 + a_1 z + \dots + a_{K_1} z^{K-1}}{(z - 1/\sigma_1)(1 - 1/\sigma_2) \cdots (z - 1/\sigma_K)}.$$
(2.111)

2.3.2.2 Méthode de Ribon modifiée

La méthode de Ribon modifiée a été développée par Hébert et Coste [15]. Elle diffère de celle de Ribon par la détermination des poids ω_k . On part de l'étape, dans la méthode de Ribon, où on a déterminé les niveaux σ_k . Les poids correspondants sont choisis de telle sorte que les moments de la section efficace totale soient conservés.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1\\ \sigma_1 & \sigma_2 & \cdots & \sigma_K\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \sigma_1^{K-1} & \sigma_2^{K-1} & \cdots & \sigma_K^{K-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1(\sigma_1)^{k_0}\\ \omega_2(\sigma_2)^{k_0}\\ \vdots\\ \omega_K(\sigma_K)^{k_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{M}_{k_0}\\ \mathcal{M}_{k_0+1}\\ \vdots\\ \mathcal{M}_{k_1} \end{pmatrix}$$
(2.112)

avec $k_0 = K/2$ et $k_1 = (K-1)/2$.

La solution de ce système peut être déterminée directement, en utilisant la formule analytique de l'inverse de la matrice de Vandermonde. On obtient donc :

$$\omega_k = \frac{(-1)^{K-1} (\sigma_k)^{-k_0}}{\prod_{l=1 l \neq k}^{K} (\sigma_l - \sigma_k)} \sum_{l=0}^{K-1} c_{k,l} \mathcal{M}_{k_0+l}, \qquad (2.113)$$

avec $1 \leq k \leq K$ et $c_{k,l}$ le coefficient du polynôme défini par :

$$c_{k,0} + c_{k,1}z + \dots + c_{k,K-1}z^{K-1} = \prod_{l=1 l \neq k}^{K} (z - \sigma_k).$$
 (2.114)

2.3.2.3 Méthode d'Hébert pour le calcul de la table de probabilité de l'opérateur de ralentissement

La méthode d'Hébert [16] a pour objectif de calculer la table de probabilité des sections efficaces totales et partielles et la table de probabilité relative à l'opérateur de ralentissement pour chaque noyau. Il s'agit donc d'exprimer le ralentissement dans un groupe g par une table de probabilité qui consiste à déterminer les niveaux de la section de diffusion et leurs poids respectifs ainsi que les poids de ralentissement d'un niveau à un autre, autrement dit, d'un sous-groupe à un autre dans le même groupe.

La table de probabilité de la section totale est calculée en utilisant la technique de Ribon. Le principe de calcul de la table de probabilité de l'opérateur de ralentissement est l'objet de ce paragraphe.

1. Equation de structure fine avec la méthode des sous-groupes

L'équation de ralentissement sous sa forme canonique s'écrit :

$$r_0\phi(u) + \sigma_e = (\sigma(u) + \sigma_e)\phi(u). \tag{2.115}$$

En divisant cette équation par $(\sigma(u) + \sigma_e)$ puis en l'intégrant sur le groupe g, on obtient :

$$\frac{1}{(1-\alpha)\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \int_{u-\epsilon}^{u} du' e^{u'-u} \frac{\sigma_s(u')\phi(u')}{\sigma(u) + \sigma_e} + \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \frac{\sigma_e}{\sigma(u) + \sigma_e} = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du\phi(u) \frac{\sigma_e}{\sigma(u) + \sigma_e} = \frac{1}{(2.116)} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du\phi(u) \frac{\sigma_e}{\sigma(u) + \sigma_e} \frac{\sigma_e}{\sigma(u) + \sigma_e} = \frac{1}{(2.116)} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du\phi(u) \frac{\sigma_e}{\sigma(u) + \sigma_e} \frac{\sigma_e}{\sigma(u$$

Le flux moyen est calculé par la formule de quadrature suivante :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \phi(u) = \sum_{k=1}^K \omega_k \phi_k.$$
 (2.117)

En introduisant cette égalité dans l'équation (2.116), on obtient :

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{K} \mathcal{W}_{k,l} \frac{\sigma_{w,l} \phi_l}{\sigma_k + \sigma_e} + \sum_{k=1}^{K} \omega_k \frac{\sigma_e}{\sigma_k + \sigma_e} = \sum_{k=1}^{K} \omega_k \phi_k;$$
(2.118)

et donc le flux du sous-groupe k s'écrit :

$$\phi_k = \frac{\sigma_e}{\sigma_k + \sigma_e} + \sum_{l=1}^K \frac{\mathcal{W}_{k,l}}{\omega_k} \frac{\sigma_{w,l}\phi_l}{\sigma_k + \sigma_e}.$$
(2.119)

- 2. Calcul de la table de probabilité corrélée de la section de diffusion
 - Reprenons l'équation de structure fine (2.115). Cette équation est résolue en continue par NJOY pour plusieurs dilutions { $\sigma_{e,1}, \sigma_{e,2}, ..., \sigma_{e,K}$ }. On calcule ensuite les moments positifs et négatifs pour chaque flux fin :

$$\mathcal{F}_l(\sigma_e) = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du\phi(u, \sigma_e) \sigma(u)^l.$$
(2.120)

Une table de probabilité d'ordre K doit conserver K moments de l'équation (2.120):

$$\sum_{k=1}^{K} \omega_k \phi_k(\sigma_e) (\sigma_k)^l = \mathcal{F}_l(\sigma_e) \quad ; \quad (1-K)/2 \le l \le K/2$$
 (2.121)

Ce système linéaire peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1\\ \sigma_1 & \sigma_2 & \cdots & \sigma_K\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \sigma_1^{K-1} & \sigma_2^{K-1} & \cdots & \sigma_K^{K-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \omega_1(\sigma_1)^{k_0}\phi(\sigma_e)\\ \omega_2(\sigma_2)^{k_0}\phi(\sigma_e)\\ \vdots\\ \omega_K(\sigma_K)^{k_0}\phi(\sigma_e) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{F}_{k_0}(\sigma_e)\\ \mathcal{F}_{k_0+1}(\sigma_e)\\ \vdots\\ \mathcal{F}_{k_1}(\sigma_e) \end{pmatrix}$$
(2.122)

où $k_0 = (1 - K)/2$ et $k_1 = K/2$. Ce système linéaire peut être résolu directement :

$$\phi_k(\sigma_e) = \frac{1}{\omega_k} \frac{(-1)^{K-1} (\sigma_k)^{-k_0}}{\prod_{l=1l \neq k}^K (\sigma_l - \sigma_k)} \sum_{l=0}^{K-1} c_{k,l} \mathcal{F}_{k_0+l}(\sigma_e), \qquad (2.123)$$

avec $1 \leq k \leq K$ et $c_{k,l}$ sont les coefficients du polynôme définie dans l'équation (2.114).

On suppose que $L \ge K$, la matrice flux des K sous-groupes et L dilutions est une matrice rectangle $(L + 1) \times K$:

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \phi_1(\sigma_{e,1}) & \phi_2(\sigma_{e,1}) & \cdots & \phi_K(\sigma_{e,1}) \\ \phi_1(\sigma_{e,2}) & \phi_2(\sigma_{e,2}) & \cdots & \phi_K(\sigma_{e,2}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(\sigma_{e,L}) & \phi_2(\sigma_{e,L}) & \cdots & \phi_K(\sigma_{e,L}) \\ 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix}.$$
 (2.124)

Ayant calculé les taux de réaction de référence $\mathcal{T}_x = \{T_x(\sigma_{e,1}), T_x(\sigma_{e,2}), ..., T_x(\sigma_{e,L}), T_x(\infty)\}$ avec NJOY, pour une réaction donné x dans le groupe g comme :

$$\mathcal{T}_x = \sigma_x, g(\sigma_e)\phi(\sigma_e) \tag{2.125}$$

Les points correspondants $\mathcal{P}_x = \{\omega_1 \sigma_{x,1}, \omega_2 \sigma_{x,2}, \dots, \omega_K \sigma_{x,K}\}$ sont obtenus en résolvant le système :

$$\mathbf{F}\mathcal{P}_x = \mathcal{T}_x \tag{2.126}$$

A partir de l'équation (2.119), on définit le système pour chaque valeur de k et chaque dilution $\sigma_e \neq \infty$:

$$\beta_k(\sigma_e) = \omega_k \left[(\phi_k(\sigma_e)(\sigma_k + \sigma_e)) - \sigma_e \right]$$

= $\sum_{l=1}^K \mathcal{W}_{k,l} \sigma_{w,l} \phi_l(\sigma_e).$ (2.127)

Le système (2.127) permet de déterminer les inconnues { $W_{k,l}\sigma_{w,l}$; k = 1, K; l = 1, K}. Les poids de la table de probabilité pour la section de diffusion secondaire sont ensuite calculés par :

$$\sigma_{w,l} = \sum_{k=1}^{K} \frac{\mathcal{W}_{k,l} \sigma_{w,l}}{\omega_l} \tag{2.128}$$

2.3.3 Différentes équations des sous-groupes

La méthode des sous-groupes consiste à remplacer dans l'équation de ralentissement toutes les intégrales de Riemann sur l'énergie contenant la section efficace totale par des intégrales de Lebesgue sur la section efficace totale définie à partir de la table de probabilité.

2.3.3.1 Équation des sous-groupes sans corrélation de ralentissement

La méthode des sous-groupes est plus souvent utilisée dans le domaine non résolu et la partie à haute énergie du domaine résolu. Dans ces domaines, il y a plusieurs résonances dans le même groupe d'énergie. On peut donc négliger la corrélation entre les tables de probabilité des sections efficaces et la source de ralentissement.

Pour mieux expliquer cette méthode, on introduit l'équation des sous-groupes pour le problème le plus simple d'autoprotection. Pour cela, considérons un milieu infini homogène constitué d'un noyau résonnant de concentration N_0 . On se met dans le domaine où les résonances sont non résolues, étroites et isolées. La section efficace microscopique est représentée par la table de probabilité { ω_k, σ_k ; k = 1, K}. Le flux du sous-groupe correspondant à chaque niveau k est donnée par l'équation canonique avec l'approximation NR:

$$\phi_k = \frac{\sigma_{p0} + \sigma_d}{\sigma_{t0,k} + \sigma_d} \tag{2.129}$$

et le flux moyen sur le groupe est donnée par :

$$\langle \phi \rangle = \sum_{k=1}^{K} \omega_k \phi_k. \tag{2.130}$$

Les flux des sous-groupes peuvent être utilisés pour le calcul des taux de réaction de l'isotope résonnant pour une réaction ρ quelconque :

$$\langle \sigma_{\rho} \phi \rangle = \sum_{k=1}^{K} \omega_k \sigma_{\rho 0, k} \phi_k.$$
(2.131)

2.3.3.2 Équation des sous-groupes avec corrélation de ralentissement

Cette technique permet de prendre en compte la corrélation entre la source de ralentissement et le niveau de section efficace. Elle est développée par Hébert [16] et vise à calculer les sections efficaces autoprotégées jusqu'au domaine épithermique.

Pour établir cette équation, on part de l'équation de transport pour un milieu hétérogène avec un seul noyau résonnant 0, et basée sur l'approche de probabilité de collision [17] :

$$\phi_i(u) = \sum_{j=1}^{I} p_{ij}(u) \left(\sum_{s1,j} + N_{0j} r_{0j} \phi_j(u) \right)$$
(2.132)

avec :

- I : nombre de régions;
- $-p_{ij} = \frac{P_{ij}}{\Sigma_i}$ est la probabilité de collision réduite;
- $-\Sigma_{s1,j}$ la section des noyaux non résonnants dans les régions j;
- $-N_{0j}$ la concentration du noyau résonnant dans la région j;
- $-r_0\phi_j(u)$ l'opérateur de ralentissement du noyau résonnant défini par :

$$r_0\phi_j(u) = \frac{1}{1 - \alpha_0} \int_{u - \epsilon_0} \sigma_{s0}(u') e^{u' - u} \phi_j(u')$$
(2.133)

On définit $\phi_{i,k}$ par le flux dans la région i et le sous-groupe k. La discrétisation de l'équation (2.134) sur K sous-groupes donne :

$$\phi_{i,k} = \sum_{j=1}^{I} p_{ij,k} \left(\sum_{s_{1,j}} + N_{0j} \sum_{l=1}^{K} \frac{\mathcal{W}_{k,l}}{\omega_k} \sigma_{w,j,l} \phi_{j,l} \right)$$
(2.134)

où $\sigma_{w0,j,l}$ est la section efficace microscopique secondaire de diffusion du noyau résonnant calculée par(2.128).

L'équation (2.134) ne peut pas être résolue avec l'approche itérative parce que la matrice des poids corrélés de ralentissement des sous-groupes n'est pas définie positive dans les groupes d'énergie où on a des hautes résonances. On choisit donc de résoudre le système avec l'approche de la matrice de réponse. Toutefois, l'approche itérative est

valable dans le cas des approximations ST et WR de l'opérateur de ralentissement où la matrice des poids corrélés est définie positive. L'utilisation de la matrice de réponse peut donc être limitée aux groupes à basse énergie où le modèle étendu de Ribon pour le calcul des tables de probabilité est utilisé.

L'approche de la matrice de réponse nécessite le calcul des cœfficients suivants :

$$M_{i,k\leftarrow 0} = \sum_{j=1}^{I} p_{ij} \Sigma_{s0,j} \quad , \quad et \quad M_{i,k\leftarrow j,l} = \delta_{ij} \delta_{kl} - p_{ij,k} \frac{\mathcal{W}_{k,l}}{\omega_k} N_{0j} \sigma_{w,j,l} \phi_{j,l}.$$
(2.135)

Les flux dans les sous-groupes sont obtenus par la résolution du système linéaire suivant :

$$\begin{pmatrix} M_{1,1\leftarrow 1,1} & M_{1,1\leftarrow 2,1} & \cdots & M_{1,1\leftarrow 1,2} & M_{1,1\leftarrow 2,2} & \cdots \\ M_{2,1\leftarrow 1,1} & M_{2,1\leftarrow 2,1} & \cdots & M_{2,1\leftarrow 1,2} & M_{2,1\leftarrow 2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ M_{1,2\leftarrow 1,1} & M_{1,2\leftarrow 2,1} & \cdots & M_{1,2\leftarrow 1,2} & M_{1,2\leftarrow 2,2} & \cdots \\ M_{2,2\leftarrow 1,1} & M_{2,2\leftarrow 2,1} & \cdots & M_{2,2\leftarrow 1,2} & M_{2,2\leftarrow 2,2} & \cdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \phi_{1,1} \\ \phi_{2,1} \\ \vdots \\ \phi_{1,2} \\ \phi_{2,2} \\ \vdots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{1,1\leftarrow 0} \\ M_{2,1\leftarrow 0} \\ \vdots \\ M_{1,2\leftarrow 0} \\ M_{2,2\leftarrow 0} \\ \vdots \end{pmatrix}$$

$$(2.136)$$

Après que les flux de sous-groupes soient calculés, il est possible de calculer le flux intégré sur le groupe d'énergie g et les taux de réactions pour la réaction ρ dans le milieu i en utilisant :

$$\langle \phi_i \rangle_g = \sum_{k=1}^K \omega_k \phi_{i,k} \tag{2.137}$$

 et

$$\langle \sigma_{\rho,i}\phi_i \rangle_g = \sum_{k=1}^K \omega_k \sigma_{\rho,i,k}\phi_{i,k}.$$
 (2.138)

2.3.4 Limites de la méthode des sous-groupes

Les méthodes des sous-groupes sont le plus souvent mieux adaptées pour le domaine à hautes énergies où les résonances sont étroites et statistiquement distribuées dans les groupes d'énergie à autoprotéger. Elles sont complémentaires à la technique d'un maillage fin dans le domaine thermique et épithermique.

La méthode des sous-groupes avec corrélation de la source de ralentissement qui peut s'appliquer pour des résonances à basses énergies, ne prend pas en compte l'effet de la protection mutuelle [16]. De plus le flux macroscopique est supposé constant dans le groupe.

2.4 Méthode de Stamm'ler

2.4.1 Principe de la méthode de Stamm'ler

La méthode de Stamm'ler [18] se base sur la possibilité d'approcher le milieu hétérogène (crayon de combustible et modérateur) par une combinaison de milieux homogènes avec la condition que P_{cc} soit approchée par une fraction rationnelle en $\ell \Sigma_c$ de type :

$$P_{cc} = \ell \Sigma_c \sum_n \frac{\alpha_n}{\beta_n + \ell \Sigma_c} \quad \text{avec} \quad \sum_n \alpha_n = 1.$$
 (2.139)

Pour un crayon de combustible isolé, l'approximation de Wigner est généralement utilisée :

$$P_{cc} = \frac{\ell \Sigma_c}{1 + \ell \Sigma_c}.$$
(2.140)

L'approximation de Bell est, à l'origine, une approximation de Wigner en y introduisant un facteur correctif dit facteur de Bell qui est déterminé de sorte que l'intégrale effective de la résonance dans le milieu homogène équivalent soit égale à celle dans le milieu hétérogène :

$$P_{cc} = \frac{\ell \Sigma_c}{b + \ell \Sigma_c}.$$
(2.141)

En revanche, P_{cc} ne peut pas être correctement approchée par un seul élément de fraction rationnelle simple pour toute la gamme des valeurs de $\ell \Sigma_c$ comme le montre la figure (Fig-2.10) -prise à partir de la référence [18]-, où on compare P_{cc} calculée par les expressions de Bell (2.141) pour b égale à 1,16 et Wigner (2.140) au calcul exact. Une meilleure approximation en fraction rationnelle d'ordre 2 est proposée par Carlvik [19] pour un cylindre :

$$P_{cc} = \ell \Sigma_c \left(\frac{\alpha_1}{\beta_1 + \ell \Sigma_c} + \frac{\alpha_2}{\beta_2 + \ell \Sigma_c} \right)$$
(2.142)

avec $\alpha_1 = 1, 1; \quad \alpha_2 = -0, 1; \quad \beta_1 = 1, 4 \text{ et } \beta_2 = 5, 4;$

L'utilité de cette approximation est de décomposer l'équation en milieu hétérogène en système d'équations en milieux homogènes. Pour ce faire, reprenons l'équation généralisée de ralentissement (2.61) dans un milieu hétérogène :

$$\Sigma_i V_i \Phi_i = \sum_j P_{ji} V_j (R_{0j} \Phi_j + R_{1j} \Phi_j).$$
(2.143)

On regroupe les régions en deux types de régions : région résonnante et région non résonnante. La région résonnante contient le noyau résonnant à autoprotéger et est caractérisée par l'indice "c" ; la région non résonnante est la région modératrice caractérisée par l'indice "M".

On reprend les hypothèses décrites dans beaucoup des techniques d'autoprotection décrites précédemment :



FIG. 2.10 – Erreurs de calcul de $1 - P_{cc}$ pour des approximations en fractions rationnelles pour une géométrie cylindrique

1. factorisation du flux dans chaque région i en le produit d'un flux macroscopique ψ_i par une structure fine ϕ_i :

$$\Phi_i = \psi_i \phi_i \tag{2.144}$$

2. le choix du flux aymptotique ψ_i :

$$\psi_i = \frac{R_{1i}\Phi_i}{\Sigma_{1i}},\tag{2.145}$$

3. hypothèse du noyau lourd :

$$R_{0i}\Phi_i = R_{0i}(\Psi_i\phi_i(u)) = \psi_i R_{0i}\phi_i(u)$$
(2.146)

4. hypothèse du flux macroscopique plat dans tout le milieu :

$$\forall i, j \quad \psi_i = \psi_j = \psi \tag{2.147}$$

Avec ces approximations, l'équation (2.143) devient :

$$\Sigma_{i}V_{i}\phi_{i} = \sum_{j \in c} P_{ji}V_{j}(R_{0j}\phi_{j} + \Sigma_{s1,j}) + \sum_{m \in M} P_{mi}V_{m}\Sigma_{s1,m}.$$
(2.148)

En utilisant l'hypothèse que les milieux résonnants sont constitués du même mélange, on obtient l'approximation suivante :

$$\forall i \in c, j \in c \quad r_0 \phi_j = r_0 \phi_i = r_0 \phi_c. \tag{2.149}$$

Il est donc possible de regrouper ces milieux en un seul milieu c et de définir la probabilité du premier choc du combustible au combustible P_{cc} par :

$$P_{cc} = \frac{1}{V_c} \sum_{i \in c} V_i \sum_{j \in c} P_{ji}.$$
 (2.150)

Avec l'hypothèse du milieu non résonnant purement diffusant, on a la relation de réciprocité suivante :

$$P_{mi}V_m\Sigma_m = P_{im}\Sigma_i V_i, \qquad (2.151)$$

ce qui nous permet de déduire :

$$\frac{1}{V_c} \sum_{j \in c} V_j \sum_{m \in M} P_{jm} = P_{cM} = 1 - P_{cc}.$$
(2.152)

En remplaçant les relations (2.150) et (2.152) dans l'équation (2.148), on obtient :

$$\Sigma_c \phi_c = P_{cc} (R_{0c} \phi_c + \Sigma_{s1,c}) + (1 - P_{cc}) \Sigma_c; \qquad (2.153)$$

ou encore :

$$1 - \phi_c = P_{cc} \frac{\Sigma_0}{\Sigma_c} - P_{cc} R_{0c} \phi_c.$$
 (2.154)

Reprenons l'expression du P_{cc} dans (2.139), P_{cc} peut s'écrire :

$$P_{cc} = \Sigma_c \sum_n \frac{\alpha_n}{\Sigma_{e,n} + \Sigma_c},\tag{2.155}$$

où le coefficient $\sigma_{e,n}$ est égal à β_n/ℓ .

En se mettant dans un modèle NR pour le ralentissement -le développement reste valable pour d'autres modèles- et en remplaçant P_{cc} par son expression (2.155), l'équation (2.154) devient :

$$\phi_c(u) = \frac{\sum_{p0} + \sum_{s,1}}{\sum_c} P_{cc} + (1 - P_{cc}) = \sum_{n=1}^N \alpha_n \frac{\sum_{p0} + \sum_{en}}{\sum_c + \sum_{en}}.$$
 (2.156)

On définit une fonction de structure fine pour un milieu homogène caractérisé par une dilution $\Sigma_{en}(g)$:

$$\phi_n^H(u) = \frac{\Sigma_{p0} + \Sigma_{en}}{\Sigma_c + \Sigma_{en}}.$$
(2.157)

La structure fine du flux dans le combustible ϕ_c peut être définie comme la combinaison linéaire des structures fines dans des milieux homogènes ϕ_n^H :

$$\phi_c(u) = \sum_{n=1}^{N} \alpha_n \phi_n^H(u).$$
(2.158)

2.4.2 Limites de la méthodes de Stamm'ler

La méthode de Stamm'ler se base sur l'approximation en fractions rationnelles de la probabilité de collision du combustible dans le combustible. Cette technique n'est applicable qu'en cas d'un seul milieu résonnant (géométrie 1D : cylindrique, plane).

Une généralisation de la méthode de Stamm'ler a été proposée par Hébert [20] permettant d'approcher les probabilité de collision P_{cc} , dans des géométries en 2 et 3D, en la somme de fractions rationnelles simples d'ordre 3 :

$$P_{cc} = \ell \Sigma_c \sum_{n=1}^{3} \frac{\alpha_n}{\beta_n + \ell \Sigma_c} \quad \text{avec} \quad \sum_{n=1}^{3} \alpha_n = 1.$$
(2.159)

Cette technique se base sur un calcul numérique "exact" de P_{cc} pour quelques valeurs typiques de la section résonnante. Les coefficients des fractions rationnelles de P_{cc} sont ensuite déterminés pour assurer l'interpolation des valeurs de P_{cc} numériquement calculées. Cette approximation est incapable de représenter l'effet spatial de l'autoprotection à l'intérieur d'un crayon de combustible pris dans un assemblage.

Des améliorations ont été introduites sur cette méthode par Hébert [21] pour prendre en compte l'effet spatiale en partant de la modélisation de Nordheim de l'équation ralentissement [22]. Pourtant, des écarts importants demeurent sur le calcul des taux d'absorptions des résonances (5% d'erreur sur le taux d'absorption de l'U238 entre 700 et 3eV).

2.5 Méthode de Williams pour le calcul de l'autoprotection spatiale

La méthode de Williams [23] permet le calcul de l'autoprotection spatiale des résonances isolées, dans une géométrie arbitraire. La figure (Fig-2.11) illustre une géométrie arbitraire qui peut correspondre à un cas hétérogène composé de régions résonnantes et de modérateurs. L'objectif de cette méthode est de déterminer des sections efficaces autoprotégées multigroupes d'un noyau résonance noté "0" dans la sous-région "i" du milieu F. Les autres noyaux présents dans le milieu F sont supposés non résonnants et notés par l'indice "1".

Dans le modèle développé par Williams, on suppose la région F homogène, mais de forme quelconque; elle peut être subdivisée en plusieurs sous-régions de formes quelconques. Les autres milieux contenant le noyau résonnant "0" sont regroupés sous le nom F'. La région non résonnante est à son tour subdivisée à un ensemble des sous-régions de formes quelconques qui sont regroupées sous le nom M. Par conséquent, tout le réseau est composé par la réunion des trois ensembles F, F' et M.

On suppose que F et F' sont similaires (de même composition) ce qui représente plusieurs cas de figure dans les réacteurs actuels. L'exemple typique pour illustrer ce modèle est quand F représente un crayon de combustible (subdivisé en plusieurs couronnes) et F' correspond aux crayons similaires qui sont autour de tubes-guides ou de barres de contrôle représentant la région M.

L'hypothèse dans ce modèle est que tous les crayons de combustible ont la même section macroscopique dépendant de l'énergie dans l'intervalle d'énergie de la résonance à autoprotéger. On suppose aussi que le flux par unité de léthargie en dehors de la résonance noté Φ_{∞} est le même dans tout le domaine (i.e., dans F, F' et M).



FIG. 2.11 – Schéma du principe illustrant un réseau arbitraire

2.5.1 Calcul de flux dans une sous-région d'un milieu résonnant

L'équation de ralentissement dans une sous-région i du milieu F est donnée par :

$$\Sigma_{i}(u)V_{i}\Phi(u) = \sum_{j\in F} P_{ji}S_{j}(u)V_{j} + \sum_{k\in F'} P_{ki}S_{k}(u)V_{k} + \sum_{m\in M} P_{mi}S_{m}(u)V_{m}$$
(2.160)

avec

- $-P_{ij}$ est la probabilité qu'un neutron émis d'une sous-région *i* ait sa première collision dans la sous-région *j*;
- $-V_i$ est le volume de la sous-région j;
- $-S_j(u)$ est la densité de ralentissement à la léthargie u dans la sous-région j:

$$S_j(u) = \sum_{n \in j} \int_{u-\epsilon_n}^u \frac{\sum_s^{(n)}(u')e^{u'-u}\Phi_j(u')du'}{1-\alpha^n},$$
(2.161)

où n est l'indice qui correspond au noyaux contenus dans la sous-région j. En utilisant le principe de réciprocité suivant :

$$P_{ij}\Sigma_i(u)V_i = P_{ji}\Sigma_j(u)V_j \tag{2.162}$$

$$P_{ik}\Sigma_i(u)V_i = P_{ki}\Sigma_k(u)V_k \tag{2.163}$$

$$P_{im}\Sigma_i(u)V_i = P_{mi}\Sigma_m(u)V_m, \qquad (2.164)$$

l'équation (2.160) devient :

$$\Sigma_i(u)\Phi(u) = \sum_{j\in F} \frac{P_{ij}S_j(u)\Sigma_i(u)}{\Sigma_j(u)} + \sum_{k\in F'} \frac{P_{ik}S_k(u)\Sigma_i(u)}{\Sigma_k(u)} + \sum_{m\in M} \frac{P_{im}S_m(u)\Sigma_i(u)}{\Sigma_m(u)}.$$
 (2.165)

En utilisant l'hypothèse que les milieux résonnants ont les mêmes sections efficaces macroscopiques, que la densité de ralentissement est plate dans chaque milieu résonnant et égale à la densité moyenne des tous les milieux résonnants :

$$S_j(j \in F) = S_k(k \in F') = S_F.$$
 (2.166)

L'équation (2.165) peut donc être récrite comme :

$$\Sigma_{i}(u)\Phi(u) = S_{F}(u)\sum_{j\in F} P_{ij} + S_{F}(u)\sum_{k\in F'} P_{ik}(u) + \sum_{m\in M} \frac{P_{im}(u)S_{m}(u)\Sigma_{i}(u)}{\Sigma_{m}(u)}.$$
 (2.167)

On définit P_{iF} , $P_{iF'}$ et P_{iM} comme les probabilités de collision d'un neutron émis de i ait sa première collision respectivement dans F, F' et M:

$$P_{iF} = \sum_{j \in F} P_{ij}, \quad P_{iF'} = \sum_{k \in F'} P_{ik}, \quad et \quad P_{iM} = \sum_{m \in M} P_{im};$$
 (2.168)

On note que :

$$P_{iF} + P_{iF'} + P_{iM} = 1 (2.169)$$

 $P_{iF'}$ peut également être définie comme la probabilité qu'un neutron né dans *i* s'échappe de *F* et ensuite subisse sa première collision dans *F'*; on obtient donc :

$$P_{iF'} = (1 - P_{iF})C_{FF'}, (2.170)$$

où $C_{FF'}$ est la probabilité de transmission de F vers F' c'est-à-dire qu'un neutron qui sort de F subisse sa première collision dans F'.

Les équations (2.168) et (2.170) permettent d'obtenir une nouvelle expression de P_{iM} :

$$P_{iM} = (1 - P_{iF})(1 - C_{FF'}).$$
(2.171)

En utilisant le principe (2.169) dans l'équation (2.167), on obtient :

$$\Sigma_{i}(u)\Phi(u) = S_{F}(u) - S_{F}(u)P_{iM}(u) + \sum_{m \in M} \frac{P_{im}(u)S_{m}(u)\Sigma_{i}(u)}{\Sigma_{m}(u)}$$
(2.172)

L'approximation NR pour modéliser le ralentissement dans le modérateur donne :

$$S_m(u) = \Sigma_m \Phi_\infty \tag{2.173}$$

où Σ_m est la section potentielle du modérateur. D'autres approximations sont envisageables pour le ralentissement. En remplaçant l'équation (2.173) dans l'équation (2.172), on obtient :

$$\Sigma_i(u)\Phi(u) = S_F(u) + P_{iM}(u)S_T(u), \qquad (2.174)$$

où S_F est la source de diffusion dans le milieu résonnant et S_T est la source transitoire défini par :

$$S_T(u) = \Sigma_i \Phi_\infty - S_F(u). \tag{2.175}$$

L'équation (2.174) montre que le flux dans la sous-région *i* du milieu *F* résulte de deux sources : S_F et S_T . La source S_F est indépendante de l'espace (hypothèse de source plate) mais la source S_T est multipliée par le facteur P_{iM} qui, lui, dépend de l'espace. Le flux Φ_i , solution de (2.174), peut être décomposé en deux flux Φ_H et $\Phi_{T,i}$ tels que :

$$\Phi_i(u) = \Phi_H(u) + \Phi_{T,i}(u)$$
(2.176)

où Φ_H , le flux du milieu homogène, est régi par l'équation :

$$\Sigma_i(u)\Phi_H(u) = S_F(u) \tag{2.177}$$

et $\Phi_{T,i}$, le flux transitoire, obéit à :

$$\Sigma_{i}(u)\Phi_{T,i}(u) = P_{iM}(u)S_{T,i}(u) = P_{iM}(u)\left(\Sigma_{i}\Phi_{\infty} - S_{F}(u)\right).$$
(2.178)

Approximation NR

En faisant l'approximation NR de l'opérateur de ralentissement dans l'équation (2.177), le flux Φ_H^{NR} est égal à l'expression classique dans un milieu homogène infini :

$$\Phi_{H}^{NR}(u) = \frac{\sigma_{p0} + \sigma_{p1}}{\sigma_{t0} + \sigma_{p1}} \Phi_{\infty}, \qquad (2.179)$$

où :

- $-\sigma_{p0}$ est la section potentielle microscopique de noyau résonnant;
- $-\sigma_{t0}$ est la section totale microscopique de noyau résonnant;
- $-\sigma_{p1}$ est la section de dilution du noyau résonnant dans le milieu résonnant, c'est la section potentielle macroscopique des matériaux non résonnants (ou supposé comme tels) présents dans le milieu divisée par la concentration du noyau résonnant ($\sigma_{p1} = \Sigma_{p1}/N_0$).

Le flux transitoire pour une sous-région i est obtenu en résolvant l'équation (2.178) :

$$\Phi_{T,i}^{NR}(u) = P_{iM}(u) \left(\Phi_{\infty} - \Phi_{H}^{NR}(u) \right).$$
(2.180)

On obtient donc l'expression du flux total dans la sous-région i:

$$\Phi^{NR}(u) = \Phi_{\infty} \left[(1 - P_{iM}(u)) \frac{\sigma_{p0} + \sigma_{p1}}{\sigma_{t0}^r + \sigma_{p1}} + P_{iM}(u) \right].$$
(2.181)

2.5.2 Calcul des sections efficaces spatialement autoprotégées multigroupes

Nous rappelons la définition classique de la section multigroupe autoprotégée du noyau résonnant 0 dans la sous-région i, qui s'écrit :

$$\sigma_{0,i} = \frac{\int_{g} \sigma_{0}(u)\Phi_{i}(u)du}{\int_{g} \Phi_{i}(u)du} = \frac{\langle \sigma_{0}\Phi_{i} \rangle}{\langle \Phi_{i} \rangle}.$$
(2.182)

En remplaçant le flux par son expression et après quelques développements mathématiques, on obtient l'expression suivant de $\sigma_{0,i}$:

$$\sigma_{0,i} = \frac{I_{0,H} + (I_{0,\infty} - I_{0,H}) \tilde{P}_{iM}}{\frac{I_{0,H}}{\sigma_{0,H}} + \left(\Delta u_g - \frac{I_{0,H}}{\sigma_{0,H}}\right) \hat{P}_{iM}},$$
(2.183)

avec \tilde{P}_{iM} et \hat{P}_{iM} les probabilités de fuites en dehors du combustible des neutrons émis dans la sous-région *i*, elles sont données par :

$$\tilde{P}_{iM} = \langle \mathbf{w}_0(u) P_{iM}(u) \rangle \ et \ \hat{P}_{iM} = \langle \mathbf{W}(u) P_{iM}(u) \rangle .$$
(2.184)

Les probabilités de fuite \hat{P}_{iM} et \tilde{P}_{iM} sont des probabilités pondérées respectivement par le flux transitoire $\Phi_{T,i}$ et la section effective "transitoire" $\sigma_0(u)\Phi_{T,i}$.

$$\mathbf{w}_{0}(u) = \frac{\sigma_{0}(u) \left(1 - \frac{\Phi_{H}(u)}{\Phi_{\infty}}\right)}{\left\langle\sigma_{0}(u) \left(1 - \frac{\Phi_{H}(u)}{\Phi_{\infty}}\right)\right\rangle}$$
(2.185)

 et

$$\mathbf{W}(u) = \frac{\left(1 - \frac{\Phi_H(u)}{\Phi_{\infty}}\right)}{\left\langle \left(1 - \frac{\Phi_H(u)}{\Phi_{\infty}}\right)\right\rangle}.$$
(2.186)

En divisant l'équation (2.183) par l'intégrale de la résonance $I_{0,\infty}$ sur le groupe g, on obtient :

$$\sigma_{0,i} = \sigma_{0,H} \frac{f_{0,IH} \left(1 - f_{0,IH}\right) P_{iM^0}}{f_{0,IH} + \left(f_{0,XH} - f_{0,IH}\right) \hat{P}_{iM^0}};$$
(2.187)

avec $f_{0,IH}$ et $f_{0,XH}$, deux types de "facteurs d'autoprotection", sont définis par :

 Facteur d'autoprotection de la section efficace en milieu homogène qui est le rapport de la section autoprotégée en milieu résonnant supposé infini par la section moyenne sur le groupe :

$$f_{0,XH} = \frac{\sigma_{0,H}}{\sigma_{0,\infty}}$$
(2.188)

 Facteur de protection sur l'intégrale effective qui est le rapport de l'intégrale effective de la résonance supposée en milieu infini par rapport à l'intégrale de résonance :

$$f_{0,IH} = \frac{I_{0,H}}{I_{0,\infty}} \approx \frac{f_X H}{1 + f_X H(\frac{\sigma_{a,\infty}}{\sigma_{r0}})}.$$
 (2.189)

Pour calculer la section autoprotégée, il suffit d'avoir des sections autoprotégées $\sigma_{0,H}$ et $f_{0,XH}$ tabulées en fonction de la section de dilution. Cependant, on doit estimer les probabilités de fuite \tilde{P}_{iM} et \hat{P}_{iM} en utilisant le flux transitoire ponctuel obtenu avec la modélisation NR (2.180).

2.5.3 Limites de la méthode de Williams pour le calcul d'autoprotection

La méthode de Williams de calcul d'autoprotection se limite aux cas où les régions résonnantes sont de même composition. Donc on ne peut traiter avec précision les cas d'assemblages MOX zonés et UOX gadoliniés.

L'expression de la section autoprotégée multigroupe dépend de deux probabilités de fuite pondérées \tilde{P}_{iM} et \hat{P}_{iM} que l'on détermine en utilisant un flux calculé avec un approximation NR et de probabilité ponctuelle $P_{iM} = (1 - P_{iF})(1 - C_{FF'})$.

Enfin, le formalisme de Williams ne prend pas en compte l'effet de recouvrement des résonances des isotopes présents dans le combustible.

2.6 Protection mutuelle

Les méthodes d'autoprotection décrites dans le paragraphe précédent, ne peuvent pas prendre en compte l'effet de la protection mutuelle. Santamarina [24] a évalué cet effet dans les interaction U238-U235 et U238-Pu239, et il a démontré que c'est un effet significatif. Des techniques de calcul de protection mutuelle ont été développées. Nous présentons dans ce paragraphe trois type de méthodes : la correction de Williams [25], la technique d'équivalence proposé par Coste [26, 27] et la méthode des sous-groupes basée sur les tables de probabilité croisées développée par Hébert [16, 28].

2.6.1 Correction de Williams

Dans un milieu hétérogène constitué de deux régions, combustible et modérateur, et dont le combustible contient un mélange de plusieurs noyaux résonnants i = 1, ..., K, l'équation de structure fine dans le milieu homogène "équivalent" prenant en compte l'autoprotection de mélange est :

$$\left[\sum_{i}^{K} N_i \left(\sigma_{ai}(u) + \sigma_{si}\right) + \Sigma_e\right] \phi_{mix}(u) = \sum_{i}^{K} N_i \int_{u_{\epsilon_i}}^{u} (\sigma_{si}(u)) e^{u'-u} \phi_{mix}(u') du' + \Sigma_e \quad (2.190)$$

avec :

 $-N_i$ est la densité atomique du noyau *i* dans combustible;

- $-\sigma_{ai}$ la section d'absorption du noyau i;
- $-\sigma_{si}$ la section de diffusion du noyau i;
- Σ_e la section équivalente du mélange.

On définit la section avec l'autoprotection de mélange $\overline{\sigma}_{k,Mix}^g$ par la section moyenne sur le groupe g pondérée par le flux ϕ_{Mix} qui est solution de l'équation (2.190) :

$$\overline{\sigma}_{k,Mix}^{g} = \frac{\int_{u_{g}}^{u_{g+1}} \sigma_{k}(u)\phi_{Mix}(u)du}{\int_{u_{g}}^{u_{g+1}} \phi_{Mix}(u)du} = \frac{\langle \sigma_{k}\phi_{mix} \rangle}{\langle \phi_{mix} \rangle}.$$
(2.191)

 $\overline{\sigma}_{k,\rho,Mix}^g$ dépend de la composition isotopique du combustible en plus des paramètres classiques (température, section équivalente Σ_e).

Une possibilité de traitement de ces sections est de les tabuler en fonction de la température, de la section équivalente et des rapports isotopiques entre le noyau k et les autres noyaux résonnants. Cette technique présente un problème au niveau de la grande taille de la tabulation ce qui rend compliqués le stockage et la manipulation des données. Les tableaux à grandes dimensions présentent également une difficulté de précision sur les sections obtenues par interpolation. La solution envisagée par Williams est une correction qui permet de prendre en compte l'effet de la protection mutuelle des résonances dans un mélange contenant plusieurs noyaux résonants. Elle consiste à introduire un facteur de correction RIF^g sur les sections multigroupes autoprotégées $\overline{\sigma}^g$ (calculées selon l'hypothèse d'un seul noyau résonnant). Les sections $\overline{\sigma}^g$ sont déterminées en interpolant dans les tabulations de la bibliothèque des sections multigroupes générées en fonction de la température et de la dilution.

L'approximation d'un seul noyau résonnant k (IRW : Independant resonance weighting) réduit l'équation (2.190) à :

$$\left[N_k\left(\sigma_{ak}(u) + \sigma_{sk}(u)\right) + \sum_{i \neq k} \Sigma_{pi} + \Sigma_e\right] \phi_{IRW}(u) = N_k \int_{u_{\epsilon_k}}^u \sigma_{sk}(u) e^{u'-u} \phi_{IRW}(u') du' + \sum_{i \neq k} \Sigma_{pi} \int_{u_{\epsilon_i}}^u e^{u'-u} \phi(u') du' + \Sigma_e.$$
(2.192)

En utilisant le flux $\phi_{IRW}(u)$ solution de (2.192), on définit la section multigroupe autoprotégée $\overline{\sigma}_k^g$ par :

$$\overline{\sigma}_{k}^{g} = \frac{\int_{u_{g}}^{u_{g+1}} \sigma_{k}(u)\phi_{k}(u)du}{\int_{u_{g}}^{u_{g+1}} \phi_{k}(u)du} = \frac{\langle \sigma_{k}\phi_{IRW} \rangle}{\langle \phi_{IRW} \rangle}.$$
(2.193)

Le facteur de correction RIF^g doit être choisi de telle sorte que :

$$\overline{\sigma}^g_{k,Mix} = RIF^g_k \cdot \overline{\sigma}^g_k. \tag{2.194}$$

 RIF^g est donc donné par :

$$RIF_k^g = \frac{\langle \sigma_k \phi_{Mix} \rangle \langle \phi_{IRW} \rangle}{\langle \sigma_k \phi_{IRW} \rangle \langle \phi_{Mix} \rangle}.$$
(2.195)

La détermination du facteur de correction RIF_x^g nécessite le calcul des flux ponctuels ϕ_{Mix} et ϕ_k . Dans la pratique, ϕ_{Mix} et ϕ_{IRW} sont déterminés analytiquement respectivement à partir des équations (2.190) et (2.192) en introduisant un modèle approché de ralentissement (NR, WR, IR).

Si on utilise le modèle $WR,\,\phi^{WR}_{Mix}$ et ϕ^{WR}_{IRW} sont donnés par :

$$\phi_{Mix}^{WR} = \frac{\Sigma_m}{\Sigma_a + \Sigma_m} \quad et \quad \phi_{IRW}^{WR} = \frac{\Sigma_m}{\Sigma_{ak} + \Sigma_m}, \tag{2.196}$$

où :

$$\Sigma_{ak} = N_k \sigma_{ak}, \ \Sigma_a = \sum_{i=1}^K N_i \Sigma_{ai} \text{ et } \Sigma_m = \sum_{i=1}^K N_i \Sigma_{pi} + \Sigma_e.$$
Le facteur *BIE*^g est approché par :

Le facteur RIF_x^g est approché par :

$$RIF_{x}^{g} \approx \frac{\langle \sigma_{k}\phi_{Mix}^{WR} \rangle \langle \phi_{IRW}^{WR} \rangle}{\langle \sigma_{k}\phi_{IRW}^{WR} \rangle \langle \phi_{Mix}^{WR} \rangle} = \frac{\left\langle \frac{\sigma_{k}}{\Sigma_{a} + \Sigma_{m}} \right\rangle \left\langle \frac{1}{\sigma_{ak} + \sigma_{mk}} \right\rangle}{\left\langle \frac{\sigma_{k}}{\sigma_{ak} + \sigma_{mk}} \right\rangle \left\langle \frac{1}{\Sigma_{a} + \Sigma_{m}} \right\rangle}.$$
 (2.197)

Le travail de Welhage [29] montre la sensibilité des résultats obtenus par cette méthode aux modèles de ralentissement. Des écart importants allant jusqu'à 200pcm entre le modèle NR et WR dans le cas MOX à 90% de taux de vide. Pour le calcul du facteur de correction de Williams, on a besoin d'un maillage fin. Welhage fait le test sur trois maillages différentes à 36500, 13150 et 1350 groupes. Des écarts de 100 pcm ont été observés dans le cas MOX dus aux maillages.
2.6.2 Technique de Coste d'autoprotection de mélange

La méthode de Coste d'autoprotection de mélange se base sur le même principe que la méthode d'équivalence pour le calcul d'autoprotection. En effet, on calcule une section équivalente dans un milieu homogène après résolution de l'équation de structure fine du mélange en milieu hétérogène (modèle de ralentissement TR) en utilisant les tables de probabilité. Une fois la section équivalente déterminée, une résolution de l'équation de structure fine du mélange en milieu homogène est effectué avec un maillage hyperfin. La différence par rapport à la méthode d'équivalence de calcul d'autoprotection classique est qu'on n'utilise plus les sections effectives tabulées et calculées avec un ralentissement exact.

Nous détaillons ci-dessous le principe de cette méthode qui a évolué de la technique Coste I à Coste II, dont la différence réside dans le critère de détermination de la section équivalente du mélange.

2.6.2.1 Technique de Coste I

Dans un milieu homogène contenant plusieurs noyaux résonnants et caractérisé par une section équivalente σ_e et un pouvoir absorbant γ_e , l'équation de structure fine du flux est donnée par :

$$(\sum_{m=1}^{M} a_{0m}\sigma_{0m} + \sigma_e)\phi = \sum_{m=1}^{M} a_{0m}r_{0m}\phi + \gamma_e\sigma_e,$$
(2.198)

avec $a_{0m} = N_{0m} / \sum_{i=1}^{M} N_{0i}$ la proportion de l'isotope *m* dans le mélange résonnant, σ_{0m} sa section microscopique totale et r_{0m} son opérateur de ralentissement.

Dans une géométrie hétérogène, l'équation de structure fine du flux peut s'écrire :

$$\phi_0 = CR_0\phi_0 + S \tag{2.199}$$

où la matrice C, la source S et l'opérateur de ralentissement R_0 sont définis par :

$$C_{\beta\alpha} = \frac{\sum_{i \in \alpha} \sum_{j \in \beta} P_{ji} V_j N_{0j}}{\sum_{i \in \alpha} ((\sum_{l=1}^M N_{0li} \sigma_{0li}) + \Sigma_{1i}) V_i}, S_{\alpha} = \frac{\sum_{i \in \alpha} \sum_j P_{ji} V_j \Sigma_{s1j}}{\sum_{i \in \alpha} ((\sum_{l=1}^M N_{0li} \sigma_{0li}) + \Sigma_{1i}) V_i}, R_{0\alpha} = \sum_{m=1}^M a_{0m\alpha} r_{0m\alpha} \phi_{0\alpha};$$
(2.200)

où α et β sont deux régions d'autoprotection.

Le principe de cette méthode [26] est le suivant :

1. pour chaque groupe d'énergie g et dans la région d'autoprotection α , on calcule le taux d'absorption $T_{a,\alpha}^{g,Het,TR}$ du mélange en résolvant l'équation de structure fine du flux dans le milieu hétérogène (2.199) avec l'approximation TR sur l'opérateur de ralentissement :

$$T_{a,\alpha}^{g,Het,TR} = \int_g (\sum_{m=1}^M a_{0m\alpha} \sigma_{a0m}(u)) \phi_\alpha^{TR}(u) du \qquad (2.201)$$

2. Pour le même groupe, on cherche la section équivalente $\sigma_{e,\alpha}$ du milieu homogène donnant le même taux d'absorption dans le milieu homogène équivalent que celui dans la région α . Le taux d'absorption est obtenu obtenu avec le même modèle TRde ralentissement. Ce taux est noté $T_{a,m}^{g,Hom,TR}(\sigma_{e,\alpha})$:

$$T_{a,m}^{g,Hom,TR}(\sigma_{e,\alpha}) = \int_g (\sum_{m=1}^M a_{0m\alpha}\sigma_{a0m}(u))\phi^{TR}(\sigma_{e,\alpha}, u)du, \qquad (2.202)$$

où $\phi^{TR}(\sigma_{e,\alpha}, u)$ est la solution de l'équation (2.198) avec la modélisation TR de l'opérateur de ralentissement.

3. Avec la section équivalente $\sigma_{e,\alpha}$ ainsi calculée, on résout l'équation de structure fine du flux (2.198) dans le milieu homogène en utilisant le même modèle de ralentissement TR mais dans un maillage énergétique très fin permettant d'obtenir une solution considérée comme exacte. Le flux solution de cette équation est noté $\phi_{fin}^{TR}(\sigma_{e,\alpha}, u)$. Ce flux sera utilisé pour calculer le taux de réaction ρ pour chaque noyau m du mélange dans le milieu homogène.

$$T^{g,Het,TR}_{\rho,m,\alpha,fin} = T^{g,Hom,TR}_{\rho,m,fin}(\sigma_{e,\alpha}) = \int_g \sigma_{a0m}(u)\phi^{TR}_{fin}(\sigma_{e,\alpha},u)du$$
(2.203)

4. Le taux de réaction hétérogène "exact" est donc égal au taux de réaction calculé dans le milieu homogène avec la même section équivalente $\sigma_{e,\alpha}$:

$$T^{g,Het,TR}_{\rho,m,\alpha,fin} = T^{g,Hom,TR}_{\rho,m,fin}(\sigma_{e,\alpha})$$
(2.204)

2.6.2.2 Technique de Coste II

La technique de Coste II [27] est similaire à la technique précédente. Elle se base sur les deux équations du mélange de noyaux résonnants dans le milieu homogène (2.198) et le milieu hétérogène (2.199). La différence entre les deux méthodes est dans les critères de choix des sections équivalentes.

Dans l'ancienne méthode, le section équivalente est déterminée afin de conserver le taux d'absorption du mélange résonnant. Pour la nouvelle méthode, on distingue deux sections équivalentes pour chaque noyau résonnant dans le mélange.

Pour chaque noyau m et dans chaque groupe g, on détermine une section équivalente d'absorption $\sigma_{e,m,a,\alpha}$ et une section équivalente de diffusion $\sigma_{e,m,s,\alpha}$ afin de conserver les taux de réactions respectivement d'absorption et de diffusion :

$$T^{g,Hom,TR}_{\rho,m,a}(\sigma_{e,m,a,\alpha}) = T^{g,Het,TR}_{\rho,m,a,\alpha}, \quad T^{g,Hom,TR}_{\rho,m,s}(\sigma_{e,m,s,\alpha}) = T^{g,Het,TR}_{\rho,m,s,\alpha}$$
(2.205)

2.6.2.3 Limites de la méthode de Coste

La méthode de Coste d'autoprotection de mélange est en cours de test. La première version est déjà coûteuse en temps de calcul et espace mémoire. La deuxième version este car on calcule de plus une section équivalente pour le taux de réaction de diffusion. Des efforts sont en cours pour réduire le coût de calcul en stockant les valeurs des sections efficaces des mélanges dans des tables de probabilité.

2.6.3 Méthode des sous-groupes

La méthode des sous-groupes pour le calcul d'autoprotection de mélange des noyaux résonnants se base sur les tables de probabilité conditionnelle. Takeda [30] a appliqué cette technique en utilisant la technique multibande d'ordre 3 (3 bandes) pour la détermination des tables de probabilités. La comparaison de cette méthode par rapport au calcul de référence montre que des écarts demeurent importants sur le calcul des taux de réaction de la résonance à 21,07eV de l'U235 (+16% sur la capture et -4% sur la fission).

Une méthode des sous groupes plus performante est développée par Hébert [16] à partir de calcul des tables de probabilité basées sur la technique des moments [15]. Dans ce chapitre, nous rappelons d'abord la définition de la table de probabilité conditionnelle; ensuite nous décrivons l'équation des sous-groupes permettant de déterminer les sections autoprotégées prenant en compte l'effet de la protection mutuelle.

2.6.3.1 Tables de probabilité conditionnelle de deux noyaux résonnants

Pour un calcul d'autoprotection avec deux corps résonnants, on a besoin de l'information sur la corrélation liant la section microscopique totale des deux corps. On introduit donc la densité de probabilité conditionnelle $\omega(\sigma^a, \sigma^b)$ telle que $\omega(\sigma^a, \sigma^b)d\sigma^a d\sigma^b$ est la probabilité que la section totale microscopique de l'isotope "a" ait une valeur entre σ^a et $\sigma^a + d\sigma^a$ et que la section totale microscopique de l'isotope "b" ait une valeur entre σ^b et $\sigma^b + d\sigma^b$ dans le groupe g. En utilisant cette définition, toute intégrale de Riemann d'une fonction en léthargie, dépendant de σ^a et σ^b , peut être remplacée par une intégrale équivalente de Lebesgue :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma^a(u), \sigma^b(u)] = \int_0^{\max(\sigma^a)} d\sigma^a \int_0^{\max(\sigma^b)} d\sigma^b \omega_s(\sigma^a, \sigma^b) f(\sigma^a, \sigma^b). \quad (2.206)$$

La densité de probabilité peut être écrite en fonction de la matrice des poids corrélés des deux isotopes $\omega_{k,l}^{ab}$ telle que :

$$P_s(\sigma^a, \sigma^b) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \delta(\sigma^a - \sigma^a_k) \delta(\sigma^b - \sigma^b_l) \omega^{ab}_{k,l}, \qquad (2.207)$$

où K et L sont l'ordre des tables de probabilités respectivement pour les isotopes a et b.

En utilisant cette définition dans l'équation (2.206) on obtient :

$$\frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du f[\sigma^a(u), \sigma^b(u)] = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^L \omega_{k,l}^{ab} f(\sigma_k^a, \sigma_l^b).$$
(2.208)

La matrice des poids corrélés des deux isotopes $(\omega_{k,l}^{ab})_{1\leq k,l\leq K}$ est normalisée de sorte que :

$$\sum_{k=1}^{K} \omega_{k,l}^{ab} = \omega_l^b \quad et \quad \sum_{l=1}^{L} \omega_{k,l}^{ab} = \omega_k^a, \tag{2.209}$$

où ω_k^a et ω_l^b sont les poids correspondant respectivement aux sections efficaces $\sigma^a(u)$ et $\sigma^b(u)$.

On peut calculer la table de probabilité conditionnelle pour deux noyaux résonnants a et b avec la méthode des moments :

$$\mathcal{M}_{m,n} = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du (\sigma^a(u))^m (\sigma^b(u))^n.$$
(2.210)

La conservation des moments s'écrit :

$$\sum_{k=1}^{K} \sum_{l=1}^{L} \omega_{k,l}^{ab} (\sigma_k^a)^m (\sigma_l^b)^n = \mathcal{M}_{m,n}.$$
 (2.211)

L'algorithme proposé par Hébert et Coste [15] calcule la table de probabilité de la façon suivante :

- 1. la table de probabilité ω_k^a , σ_k^a , k = 1, K est calculée de telle sorte qu'elle conserve les moments $\mathcal{M}_{m,0}$ de l'isotope *a* pour $(1 - K) \leq m \leq K$.
- 2. La table de probabilité ω_l^b , σ_l^b , l = 1, L est calculée de telle sorte qu'elle conserve les moments $\mathcal{M}_{0,n}$ de l'isotope b pour $(1 L) \leq n \leq L$.
- 3. enfin sont calculés les poids de la table de probabilité conditionnelle $\omega_{k,l}^{ab}$ afin de conserver les moments les moments $\mathcal{M}_{m,n}$ pour $(1-K)/2 \leq m \leq K/2$ et $(1-L)/2 \leq n \leq L/2$.

2.6.3.2 Équation des sous-groupes

Les méthodes des sous-groupes pour le calcul d'autoprotection en prenant en compte l'effet de recouvrement des résonances n'ont été appliquées que pour le cas de deux noyaux résonnants. Sur le plan théorique, on peut faire la généralisation pour plusieurs noyaux résonnants. Mais dans la pratique, la détermination des tables de probabilité conditionnelle peut poser des problèmes numériques.

Pour décrire l'équation des sous-groupes, on part donc de l'équation de ralentissement pour un milieu hétérogène avec deux noyaux résonnants a et b:

$$\phi_i(u) = \sum_{j=1}^{I} p_{ij}(u) \left(\sum_{s1,j} + N_j^a r_j^a \phi_j(u) + N_j^a r_j^b \phi_j(u) \right), \qquad (2.212)$$

avec :

– I : nombre de régions;

 $-p_{ij} = \frac{P_{ij}}{\Sigma_i}$ est la probabilité de collision réduite;

 $-\Sigma_{s1,j}$ la section des noyaux non résonnants dans les régions j;

 $-N_i^a$ et N_j^b les concentrations des noyaux a et b dans la région j;

 $-r_i^a \phi_j(u)$ et $r_i^b \phi_j(u)$ les opérateurs de ralentissement;

On calcule les tables de probabilité pour les deux isotopes comme indiqué précédemment, et les matrices des poids de ralentissement corrélées $\mathcal{W}_{k,l}^a$ et $\mathcal{W}_{k,l}^b$ pour chaque isotope tout seul. On calcule également les sections efficaces microscopiques de diffusion "secondaire" $\sigma_{w,j,l}^a$ et $\sigma_{w,j,l}^b$ pour les isotopes respectivement a et b pour chaque sous-groupe l dans chaque région j.

Dans une approximation ST, l'équation (2.212) s'écrit :

$$\phi_i(u) = \sum_{j=1}^{I} p_{ij}(u) \left(\sum_{s_{1,j}} + N_j^a \left\langle \sigma_s^a \phi_j \right\rangle_g + N_j^a \left\langle \sigma_s^b \phi_j \right\rangle_g \right).$$
(2.213)

L'équation des sous-groupe est donc donnée par :

$$\phi_{i,k,l} = \sum_{j=1}^{I} p_{ij,kl} \left(\sum_{s_{1,j}} + N_j^a \sum_{m=1}^{K} \omega_m^a \sigma_{s,j,m}^a \phi_{j,m}^a + N_j^b \sum_{n=1}^{L} \omega_n^b \sigma_{s,j,n}^b \phi_{j,n}^b \right),$$
(2.214)

avec

-k = 1, K et l = 1, L

– les composantes $p_{ij,kl}$ des probabilités de collision sont calculées en utilisant la section macroscopique :

$$\Sigma_{i,kl} = \Sigma_{i1} + N_i^a \sigma_{i,k}^a + N_i^b \sigma_{i,l}^b \quad ; \quad i = 1, I$$
(2.215)

Les composantes des flux $\phi_{i,k}^a$ et $\phi_{i,l}^b$, flux des sous-groupes k et l dans le milieu i pour les noyaux a et b, sont données par :

$$\phi_{i,k}^{a} = \sum_{l=1}^{L} \frac{\omega_{k,l}^{ab}}{\omega_{k}^{a}} \phi_{i,k,l} \ et \ \phi_{i,l}^{b} = \sum_{k=1}^{K} \frac{\omega_{k,l}^{ab}}{\omega_{l}^{b}} \phi_{i,k,l}.$$
(2.216)

A partir de l'équation (2.214) on obtient les deux équations relatives aux $\phi^a_{i,k}$ et $\phi^b_{i,l}$:

$$\phi_{i,k}^{a} = \sum_{j=1}^{I} \overline{p}_{ij,k}^{a} \left(\Sigma_{s1,j} + N_{j}^{a} \sum_{m=1}^{K} \omega_{m}^{a} \sigma_{s,j,m}^{a} \phi_{j,m}^{a} + N_{j}^{b} \sum_{n=1}^{L} \omega_{n}^{b} \sigma_{s,j,n}^{b} \phi_{j,n}^{b} \right)$$
(2.217)

 et

$$\phi_{i,l}^{b} = \sum_{j=1}^{I} \overline{p}_{ij,l}^{b} \left(\sum_{s_{1,j}} + N_{j}^{a} \sum_{m=1}^{K} \omega_{m}^{a} \sigma_{s,j,m}^{a} \phi_{j,m}^{a}, + N_{j}^{b} \sum_{n=1}^{L} \omega_{n}^{b} \sigma_{s,j,n}^{b} \phi_{j,n}^{b} \right)$$
(2.218)

où

$$\overline{p}_{ij,k}^{a} = \sum_{l=1}^{L} \frac{\omega_{k,l}^{ab}}{\omega_{k}^{a}} p_{ij,kl} \quad et \quad \overline{p}_{ij,l}^{b} = \sum_{k=1}^{K} \frac{\omega_{k,l}^{ab}}{\omega_{l}^{b}} p_{ij,kl}.$$
(2.219)

En faisant la même approche et en utilisant la technique étendue de Ribon proposée par Hébert [16], le flux dans le sous-groupe k dans le milieu i est :

$$\phi_{i,k}^{a} = \sum_{j=1}^{I} \overline{p}_{ij,k}^{a} \left(\Sigma_{s1,j} + N_{j}^{a} \sum_{m=1}^{K} \frac{\mathcal{W}_{k,m}}{\omega_{m}^{a}} \sigma_{w,j,m}^{a} \phi_{j,m}^{a} + N_{j}^{b} \tilde{\sigma}_{s,j}^{b} \right)$$
(2.220)

 et

$$\phi_{i,l}^b = \sum_{j=1}^{I} \overline{p}_{ij,l}^b \left(\Sigma_{s1,j} + N_j^a \tilde{\sigma}_{s,j}^a + N_j^b \sum_{n=1}^{L} \frac{\mathcal{W}_{l,n}}{\omega_n^b} \sigma_{s,j,n}^b \phi_{j,n}^b \right).$$
(2.221)

où $\sigma_{s,j}^{\tilde{b}}$ et $\sigma_{s,j}^{\tilde{a}}$ sont les sections efficaces de diffusion autoprotégées des isotopes b et a calculées dans une itération précédente. Cette approximation suppose que les tables de probabilités de ralentissement de chaque isotope sont indépendantes de la table de probabilité croisée des deux isotopes.

L'obtention des $\overline{p}_{ij,k}^a$ et $\overline{p}_{ij,l}^b$ demande $K \times L$ calculs individuels de probabilité de collision. Le volume de calcul augmente rapidement si on augmente le nombre d'isotopes résonnants à corréler.

2.6.3.3 Limite de la méthode des des sous-groupes pour le calcul d'autoprotection des mélanges

La méthode des sous-groupes pour le calcul de l'autoprotection des mélanges est très récente. Les premières études montrent un apport important de cette méthode dans la prise en compte de l'effet de la protection mutuelle [16, 28]. Cependant des écarts demeurent importants dans des groupes résonnants (8% sur l'absorption de l'U238 et 12% du Pu242 dans les résonances à 66eV). Malheureusement, les benchmarks réalisés ne détaillent pas les écarts par groupe d'énergie pour étudier les améliorations apportées sur chaque résonance. De plus ils ont été réalisés sur un mélange constitué uniquement de deux matériaux résonnants U238 et Pu240. Dans la pratique, on rencontre plusieurs noyaux résonnants dans le mélange qui peuvent intervenir dans le même groupe (résonances de U235, U238, Pu240 aux alentours de 21eV).

2.7 Modélisation des résonances par un maillage fin

2.7.1 Le maillage "Universel"

Une des techniques possibles de calcul des absorptions résonnantes est d'utiliser un maillage ponctuel permettant la description précise de la structure résonnante des sections efficaces. Un maillage multigroupe fin, appelé maillage universel et composé de 11276 groupes, a été développé par Mengelle dans le cadre de sa thèse [31]. Le but de cette thèse était de déterminer un maillage énergétique avec un nombre de groupes suffisamment élevé permettant de bien calculer les absorptions résonnantes des sections efficaces d'un certain nombre d'isotopes. Les bibliothèques multigroupes créées avec ce maillage atteignaient alors une place mémoire énorme due principalement au stockage des sections efficaces de transfert. De ce fait, les calculs ne pouvaient être effectués que pour quelques isotopes sur des géométries comportant peu de régions de calcul (de type cellule et avec un spectre en énergie limitée, c'est à dire avec seulement une partie du maillage).

Aggery lors de sa thèse [32] a développé une méthode permettant de diminuer de façon significative la place mémoire occupée par les bibliothèques multigroupes utilisées par le code APOLLO2 lorsqu'elles sont créées avec le maillage universel. Il s'agit de créer un nouveau format de stockage des matrices de transferts où seules quelques valeurs sont conservées, les autres sont à recalculer par interpolation linéaire. Cette méthode a permis d'effectuer des calculs plus complexes en terme de nombre d'isotopes et de géométrie.

On a montré que, même avec un maillage d'une dizaine de milliers de groupes, on ne peut pas s'affranchir totalement du modèle d'autoprotection notamment pour traiter le domaine non résolu. Ainsi, le maillage universel doit être associé à la méthode des sousgroupes. Les calculs déterministes utilisant des bibliothèques multigroupes avec le maillage universel ne peuvent pas être employés à l'échelle industrielle, du fait des géométries étendues traitées (assemblage REL par exemple), et ne servent que pour des calculs de référence.

2.7.2 Le maillage à 1968 groupes

Un maillage à 1968 groupes a été développé avec un pas constant en léthargie de 1/120 dans le domaine de 20MeV à 4eV. Rowlands [33] a proposé ce maillage qui permet de bien calculer les sources de ralentissement en dehors des résonances et nécessite un calcul d'autoprotection avec la méthode des sous-groupes. En dessous de 4eV, 136 groupes étaient définis pour permettre un calcul des réacteurs thermiques. En effet, le découpage thermique est basé sur le maillage XMAS et en y ajoutant des bornes afin d'éviter d'avoir des groupes de largeur supérieure à 1/40.

L'avantage de ce maillage est qu'il assez fin pour traiter les ralentissement résonnants (caloporteur sodium, matériaux de structure, oxygène). Ce maillage permet également de traiter correctement les absorptions dans les résonances de l'U238 à basses énergies (maillage assez fin permet de rendre licite l'hypothèse de non corrélation entre le flux et la source de ralentissement).

L'inconvénient du maillage 1968g est qu'il contient 10 fois plus de groupes dans le domaine de ralentissement que SHEM ce qui conduit à un temps de calcul rédhibitoire dans les assemblages REL et impose des approximations multicellules dans le calcul des RNR. De plus ce maillage n'est pas suffisamment fin pour permettre le calcul précis de l'absorption résonnante des corps lourds, et il reste nécessaire d'utiliser des tables de probabilité et de mettre en œuvre un formalisme d'autoprotection (basé sur la méthode des sous-groupes dans le système de calcul des réacteurs rapides Eranos). De plus le maillage est coûteux en temps de calcul et en place mémoire.

Chapitre 3

Optimisation du maillage énergétique pour la calcul de l'absorption résonnante et la protection mutuelle

3.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons les motivations qui nous ont amenés au développement d'un nouveau maillage multigroupe optimisé, en montrant les insuffisances marquant le maillage XMAS à 172 groupes, le dernier maillage multigroupe développé en 1989, et les performances attendues du maillage optimisé pour éliminer ces insuffisances.

La deuxième partie du chapitre est consacrée à la présentation du domaine d'utilisation du nouveau maillage, c'est-à-dire les différents isotopes et résonances pris en compte dans la détermination du maillage de par leur importance neutronique dans les réacteurs nucléaires à calculer.

Les troisième et quatrième parties décrivent l'algorithme de détermination du maillage optimisé pour une résonance isolée et le maillage global ainsi obtenu.

3.2 Maillages multigroupes et leurs champs d'application

Il existe plusieurs maillages multigroupes pour le calcul neutronique qui ont été développés au cours de l'histoire de calcul de réacteurs. Reuss [2] rappelle plusieurs exemples de maillages et les classe en plusieurs catégories (découpage pour le calcul des RNR, pour le calcul de criticité, pour les codes APOLLO2 et WIMS, pour les calcul des cœurs, etc).

Nous classons les maillages selon les catégories suivantes :

- maillage pour les codes assemblages : ces sont des assemblages utilisés dans le codes de calcul des assemblages. on distingues les maillages de premier niveau et les maillages de condensation de deuxième niveau :
 - 1. pour le calcul des RNR, ERANOS peut utiliser le maillage 1968g ou XMAS à 172g pour le premier niveau;
 - pour le calcul des REL, plusieurs maillages ont été développés pour le calcul du premier niveau; on cite les maillage à 69, 99 et 172 groupes. Ces maillage seront détaillés dans le paragraphe suivant; les maillages de condensation (ou du deuxième niveau) sont à 20 groupes et le plus récent à 26 groupes [34];
- maillage pour les codes cœur : pour le calcul des cœurs de type RNN, on utilise le maillage à 33 groupes. pour les REL, on utilise le maillage à 4 groupes pour les petits cœurs (fuites importants) et maillage à 2 groupes pour le calcul des cœurs des réacteurs de puissance.
- maillage pour le calcul de criticité : maillages à 15 groupe [35], à 18 groupes et 20 groupes [36, 37].
- maillage pour le calcul de propagation et de protection : maillages détaillés à hautes énergies pour prendre en compte les dommages générés par les neutrons rapides.

3.3 Insuffisances du maillage XMAS et et attentes du maillage optimisé

Dans notre travail nous nous intéressons aux maillages multigroupes utilisés dans le premier niveau des schémas de calcul de transport. nous rappelons ici quelques maillages appartenant à cette catégorie.

Nous citons le maillage 99 groupes d'APOLLO1 qui va de $1,1 \ 10^{-4}$ eV à 10MeV. Ce maillage est supposé être fin en dessous 2,77eV; au dessus de 2,77eV, les mailles sont de largeurs 0,2, 0,3 ou 0,4 en léthargie. Ouisloumen [38] a proposé des critères qualitatifs de détermination d'un maillage multigroupes. Il a notamment vérifié la pertinence du choix de la limite inférieure du maillage qui est égale à $1,1 \ 10^{-4}eV$. On retient également du travail de Ouisloumen l'importance de centrer les résonances sur les groupes larges pour les bien calculer avec un formalisme d'autoprotection. Il a donc développé un maillage à 109 groupes qui va au delà de 10Mev (jusqu'au 17MeV) pour tenir compte du spectre des neutrons émis dans les réacteurs à fusion.

Le maillage XMAS à 172 groupes, le plus récent, a été conçu dans le cadre d'une collaboration entre le CEA et l'UKAEA [39]. Ce maillage avait notamment pour objectif

de permettre une amélioration du calcul des réseaux REL à combustible MOX dans le code anglais WIMS et le nouvel outil français développé au CEA APOLLO2 [40, 41].

Malheureusement, il a été principalement réalisé par la simple réunion des maillages à 99 groupes et 69 groupes des bibliothèques APOLLO1 et WIMS respectivement. Ceci avait conduit, d'une part à obtenir des mailles de largeur anormalement irrégulière (Fig-3.1), et d'autre part à n'atteindre l'objectif de suppression du délicat calcul des résonances thermiques des isotopes de plutonium [42] que pour la résonance à 1eV du Pu240. En effet, dans APOLLO2 avec sa bibliothèque multigroupe XMAS, il est encore recommandé d'effectuer un calcul d'autoprotection dans APOLLO2 [41] dans la résonance à 2,7eV du Pu242 [43]; ce calcul par le formalisme d'autoprotection d'APOLLO2 permet de réduire l'erreur dans cette résonance, mais il subsiste un biais de -0,9% et -1,7% respectivement dans un combustible UOx-40GWj/t et un MOX-Pu7% [44]. De même, il est nécessaire d'effectuer un calcul d'autoprotection dans la résonance thermique du Hf177 à 2,4eV.



FIG. 3.1 – Irrégularité du maillage XMAS

Il fallait donc définir un nouveau maillage plus optimisé, et permettant d'éliminer le calcul d'autoprotection dans les résonances thermiques. Ce maillage doit également permettre d'éviter le calcul par un modèle d'autoprotection de l'absorption résonnante des grandes résonances ($E_{U238} = 6.7$ et 21,9eV, $E_{U236} = 5.4$ eV, $E_{Ag109} = 5.2$ eV, $E_{Hf178} = 7.8$ eV); en effet, pour ces résonances à basse énergie, les hypothèses du formalisme d'autoprotection sont peu valides [1](ralentissement pur, $\Phi \approx \psi \phi$, modèle WR, Dancoff imprécis en Pij-UP0). Ainsi, un maillage fin devra être adopté traitant la première et deuxième résonances de l'U238. La limite séparant le maillage fin du maillage large a été fixée au-delà de la résonance de l'U238 à 20.9eV. Cette limite est fixé au cours du développement du maillage. Cependant ce maillage " fin " devra être rigoureusement optimisé afin que les coûts de calculs restent comparables à XMAS (malgré l'accroissement du nombre de groupes entre 1,2eV et 23eV) tout en accroissant fortement la précision du bilan neutronique épithermique.

Cette optimisation du maillage dans les résonances épithermiques sera effectuée de manière rigoureuse par comparaison à un calcul étalon hyperfin; le maillage optimisé sera ainsi déterminé comme le découpage à plus faible nombre de groupes permettant d'atteindre la précision-cible requise (pour la dilution demandée).

Ce nouveau maillage devra également réduire à moins de 1% les fortes erreurs actuelles sur le calcul de l'empoisonnement de PF principaux (Pm147, Cs133, Sm152, Xe131, Tc99, Nd145, Mo95) et des actinides mineurs (U234, U236, Am243 et surtout Cm244).

De plus, ce maillage " fin " devra prendre en compte l'effet de protection mutuelle entre les différents isotopes au-dessous de 23eV; le recouvrement des résonances U238/U235 ($E_{U238} = 6,7eV$ avec $E_{U235} = 6,4$ et 7,1eV; $E_{U238} = 20,9eV$, $E_{U235} = 21,1eV$) devra être parfaitement représenté. De même le fort effet de recouvrement U238/Pu240 des résonances respectives 20,9eV/20,5eV sera traité afin de corriger le calcul des MOX [45]. L'effet de la protection mutuelle dans les absorbants devra être représenté, particulièrement le recouvrement Hf177/Hf179 (respectivement 5,89 et 5,68eV) et Hf176/Hf178 (respectivement 7,90 et 7,78eV).

Le maillage SHEM (Santamarina-Hfaiedh Energy Mesh) devra également améliorer le calcul du ralentissement dans le domaine rapide par la prise en compte des sections des matériaux structuraux et diffusants (Al, Fe, O,...), ainsi que les résonances du caloporteur Na.

Enfin, SHEM devra mieux prendre en compte les réactions à seuil à l'instar de la réaction de fission ainsi que le premier niveau de la réaction inélastique de l'U238.

3.4 Les principaux isotopes pris en compte dans le développement du maillage optimisé

Les noyaux pris en compte dans la définition du maillage multigroupe optimisé sont les plus communément résonnants que l'on peut trouver dans les réacteurs nucléaires à fission : actinides, Produits de Fission (PFs), absorbants, modérateurs / caloporteurs et matériaux de structure.

Toutes les résonances des ces isotopes situées en dessous de 22,5eV sont pris en considération dans la détermination du maillage SHEM. Ce maillage fin, qui couvre les deux premières résonances de l'U238 à $E_0 = 6,7eV$ et 20,9eV, permet un calcul précis des absorptions résonnantes en dessous de 22,5eV pour chaque isotope; ce maillage est suffisamment fin pour traiter des isotopes dont les résonances n'ont pas été traitées explicitement comme l'U233.

Éléments	Isotopes	En	$\sigma_e(barn)$	
		$[0,2eV \ 4eV]$	[4eV 24, 5eV]	
	U234		5,16	≥ 100000
		2,04	4,85	
		$3,\!62$	6,39	
			7,08	
			8,76	
Uranium	U235		$11,\!66$	2000 - 500
			12,38	
			$19,\!30$	
			21,07	
	U236		5,45	≥ 5000
			$6,\!67$	
	U238		20,87	200 - 50
		$0,\!49$		
Neptunium	Np237	$1,\!48$		≥ 50000
		3,86		
		0,29	7,82	
			$10,\!93$	
			$11,\!90$	
			$14,\!32$	
Plutonium	Pu239		$14,\!68$	5000 - 400
			$17,\!66$	
			22,27	
	Pu240	$1,\!05$	20,04	20000 - 1500
		0,26	4,29	
			5,81	
	Pu241		8,62	40000 - 3000
			$13,\!44$	
			14,77	
			17,88	
	Pu242	2,67		80000 - 6000
		0,31	$5,\!42$	
	Am241	$0,\!58$		≥ 10000
Américium		1,27		
	Am243	1,36		≥10000
Curium	Cm244	7,66		≥60000

Тав. 3.1	_	Résonances	des	principaux	actinides
----------	---	------------	----------------------	------------	-----------

Éléments	Isotopes	Energie		$\sigma_e(barn)$
		$[0,2eV \ 4eV]$	[4eV; 22, 5eV]	(à 40GWj/t)
Technétium	Tc99		5,59	22000
			20,3	
Rhodium	Rh103	1,26		40000
Xénon	Xe131		14,4	20000
Césium	Cs133		$5,\!86$	20000
Néodyme	Nd145		4,35	36000
Prométhium	Pm147		$5,\!36$	70000
Samarium	Sm150		$20,\!65$	70000
	Sm152		8,05	200000
Europium	Eu153	2,46		320000
	Eu155	0,60		200000

TAB. 3.2 – Principales résonances des PFs capturants

3.4.1 Les actinides

Les principaux actinides avec leurs résonances thermiques ($E \le 4eV$) et épithermiques ($E \ge 4eV$) pris en compte sont donnés dans le tableau (TAB-3.1). La plage de section équivalente σ_e étudiée pour la détermination du maillage optimal dans la résonance de l'isotope est également présentée. Cette plage couvre le domaine d'autoprotection rencontrée pour les actinides dans les applications REL à combustibles UOX et MOX.

3.4.2 Les produits de fission

Le tableau (TAB-3.2) résume les principales résonances des PFs absorbants pris en compte dans le maillage fin de SHEM. Au-dessus de ce maillage fin, un groupe $\Delta u_g=0,04$ (44,0 - 45,8eV) a été spécifiquement introduit pour réduire le biais de calcul dans la grande résonance E₀=45eV du Mo95.

Le maillage thermique de SHEM a également été élaboré pour traiter avec précision les résonances à 0.08eV et 0.1eV du Xe135 et du Sm149 respectivement.

3.4.3 Les absorbants

Les isotopes absorbants interviennent dans les barres de contrôle AIC ou Hafnium ainsi que dans les poisons consommables intégrés (gadolinium ou erbium). Les résonances spécifiquement prises en compte dans SHEM sont données dans le tableau (TAB-3.3).

Elements	Isotopes	En	$\sigma_e(barn)$	
		$[0,2eV \ 4eV]$	[4eV; 22, 5eV]	
Argent	Ag107		16,30	60
	Ag109		$5,\!19$	60
Indium	In115	1,46		200
		3,82		
Gadolinium	Gd155	$2,\!57$		4000
	Gd157		$16,\!77$	3800
Erbium	Er167	0,47	5,99	15000
	Hf176		7,93	680
		1,10	5,89	1000 - 190
	Hf177	$2,\!39$	$6,\!60$	
Hafnium			8,86	
			$13,\!97$	
	Hf178		7,78	800 - 150
	Hf179		$5,\!68$	≥ 260

TAB. 3.3 – Résonances des principaux absorbants

3.4.4 Les matériaux de structure

Les isotopes ralentisseurs importants sont l'oxygène, le sodium, l'aluminium et le fer (TAB-3.4).

L'oxygène se trouve dans l'eau utilisée comme caloporteur (CANDU) et modérateur dans les REL, ainsi que dans le combustible oxyde UOX ou MOX. Ainsi l'oxygène joue un rôle neutronique important dans les réacteurs à eau, et la non représentation de ses résonances dans les maillages actuels à 99 et 172 groupes d'APOLLO2 induit des erreurs non négligeables (de l'ordre de 1% sur l'aire de migration [37]).

Le sodium est utilisé comme caloporteur dans les réacteurs à neutrons rapides (SFR).

L'aluminium peut constituer la gaine dans le cas d'un réacteur à plaques ou d'un réacteur expérimental. Le fer est un élément important dans les composants de structure des réacteurs comme gaine des combustibles RNR ou baffle des réacteurs REP (ou encore le réflecteur lourd de l'EPR).

Ces isotopes présentent de larges résonances de diffusion dans le domaine intermédiaire et rapide d'énergie, où un maillage fin pourrait être adopté en vue d'améliorer le calcul de l'autoprotection.

La description des grandes résonances dans SHEM devrait de plus autoriser des calculs de protection et de propagation plus précis (comme par exemple la section du fer à 27keV).

3.5	Démarche	de	détermi	ination	du	maillage	optimal	l
	B office office						opennee	-

Eléments	Isotopes	Energie	$\sigma_e(barn)$
		(keV)	
		434	
Oxygène	O16	1000	7
		1312	
Sodium	Na23	2,85	11
		53,7	
		34,7	
Aluminium	Al27	87,3	100 - 1
		142	
Fer	Fe56	27,8	100 - 1
Nickel	Ni58	15,3	200
		0,34	
Manganèse	Mn55	1,1	1000
		2,3	

TAB. 3.4 – Résonances des principaux isotopes de structure et caloporteur

3.5 Démarche de détermination du maillage optimal

La détermination d'un maillage optimal consiste à chercher une discrétisation énergétique permettant de réduire fortement les erreurs de calcul des taux de réaction multigroupes liées à l'autoprotection des résonances ainsi qu'à la protection mutuelle, avec un minimum de groupes d'énergie.

La première étape consiste à optimiser le maillage pour des résonances isolées. La deuxième étape vise à réaliser la réunion des maillages optimisés associés à chaque résonance afin d'obtenir le maillage global optimisé prenant en compte l'autoprotection et la protection mutuelle des différents isotopes.

3.5.1 Définitions

- 1. La section ponctuelle $\sigma(u)$ est calculée à partir des fichiers PENDF par interpolation sur un maillage ponctuelle de pas en léthargie $\delta u = 10^{-4}$;
- 2. La section multigroupe d'absorption σ_a^g est , par hypothèse du maillage fin, égale à la section moyenne sur le groupe g de largeur Δu_g :

$$\sigma_a^g = \frac{1}{\Delta u_g} \int_{u_{g-1}}^{u_g} du \,\sigma_a(u). \tag{3.1}$$



FIG. 3.2 – Phénomène d'autoprotection dans une résonance et approximation multigroupe

- 3. Le flux ponctuel $\phi(u)$ est la structure fine calculée à partir de le résolution de l'équation de structure fine continue en énergie dans un milieu homogène; il est fonction de la section ponctuelle $\sigma(u)$ et de la dilution σ_e .
- 4. Le flux moyen multigroupe $\overline{\phi}^g$ est la solution de l'équation de structure fine multigroupe, il est fonction de la section multigroupe σ^g .
- 5. Le calcul " exact " du taux d'absorption $T_{a,fin}^g$ des neutrons, dans le groupe g, est l'intégrale en léthargie, du produit du flux de neutrons par la section efficace microscopique d'absorption :

$$T_{a,fin}^{g} = \int_{u_{g-1}}^{u_{g}} du \,\sigma_{a}(u) \,\phi(u).$$
(3.2)

6. Le taux d'absorption approché ou multigroupe d'un groupe g est :

$$T^g_{a,macro} = \Delta u_g \,\sigma^g_a \,\overline{\phi}_g. \tag{3.3}$$

7. Le taux d'absorption de la résonance T^r_a est défini par :

$$T_{a,fin}^r = \int_{u_{inf}}^{u_{sup}} du \,\sigma_a(u) \,\phi(u). \tag{3.4}$$

avec u_{inf} et u_{sup} sont les deux bornes définissant le domaine de la résonance, elles sont choisies suffisamment éloignées de l'énergie au pic.

8. L'erreur de calcul \mathcal{E}_{cal}^g sur un groupe énergétique dans une résonance représente l'écart entre un calcul multigroupe (approché) et un calcul fin (référence) de taux d'absorption dans le même groupe divisé par le taux d'absorption dans toute la résonance :

$$\mathcal{E}_{cal}^g = \frac{T_{a,macro}^g - T_{a,fin}^g}{T_{a,fin}^r}.$$
(3.5)

3.5.2 Algorithme d'optimisation

Les indices « Cib » et « Cal » désignent respectivement la valeur cible et la valeur calculée, et les exposants « g » et le « r » le groupe et la résonance (par exemple \mathcal{E}_{cib}^r désigne l'erreur cible de la résonance).

L'optimisation du maillage pour une résonance isolée représente la première étape du travail d'optimisation. Il s'agit de discrétiser le domaine d'énergie de la résonance en groupes permettant de répartir équitablement l'erreur globale de calcul de taux d'absorption de la résonance entre l'ensemble des groupes moyennant une erreur globale, dûe à la discrétisation, inférieure à l'erreur cible de la résonance \mathcal{E}_{cib}^r . L'erreur cible de la résonance est préalablement fixée. Elle est choisie en fonction de l'importance du noyau et du poids de l'intégrale de la résonance dans l'intégrale totale de la section efficace. Les erreurs cibles des noyaux pris en compte dans l'optimisation ont été fixées sous le jugement d'expert ([46]). Dans la détermination du maillage optimal, nous avons développé un algorithme effectuant une recherche itérative des groupes optimaux. Le principe de l'algorithme est le suivant :

- 1. on se donne une erreur cible \mathcal{E}_{cib}^r globale fixée selon l'importance de l'isotope et la taille de la résonance.
- 2. on se donne parallèlement une erreur cible par groupe initiale $\mathcal{E}_{cib}^{g(0)}$ faible telle que l'on garantit une erreur calculée globale $\mathcal{E}_{cal}^{r(0)} = \sum_{g} \mathcal{E}_{cib}^{g(0)}$ inférieure à \mathcal{E}_{cib}^{r} .
- 3. on cherche des groupes d'énergie correspondant à $\mathcal{E}_{cib}^{g(0)}$ partant de l'énergie au pic de la résonance vers les ailes jusqu'à couvrir tout le domaine de la résonance. Puis on vérifie que $\mathcal{E}_{cal}^{r(0)} \leq \mathcal{E}_{cib}^{r}$.
- 4. on augmente l'erreur cible par groupe $(\mathcal{E}_{cib}^{g(n+1)} = \mathcal{E}_{cib}^{g(n)} + \Delta \mathcal{E}_{cib}^{g})$, et on cherche de nouveau les groupes d'énergie correspondants. On obtient des groupes de plus en plus larges et donc de moins en moins nombreux pour la résonance. On calcule l'erreur globale correspondante $\mathcal{E}_{cal}^{r(n+1)}$ et on la compare à \mathcal{E}_{cib}^{r} . Tant que $\mathcal{E}_{cal}^{r(n+1)} \leq \mathcal{E}_{cib}^{r}$, on revient à l'étape 3.

On arrête l'itération dès que $\mathcal{E}_{cal}^{r(n)}$ dépasse l'erreur cible globale \mathcal{E}_{cib}^{r} ou si le nombre de groupes est égal à un.

En pratique, on prend une résonance d'énergie au pic E_0 , située dans le domaine $[E_{inf}, E_{sup}]$ et on fixe une erreur cible \mathcal{E}_{cib}^r .

On définit d'abord un maillage fin en léthargie de pas $\delta u = 10^{-4}$ qui nous permettra de réaliser un calcul fin des grandeurs en question. On calcule également les sections efficaces sur le maillage fin. On calcule le flux sur ce même maillage à partir de l'équation du ralentissement dans un milieu infini homogène (2.8) caractérisée par la section de dilution du noyau résonnant σ_d , comme on l'a montré dans le chapitre précédent. Nous avons utilisé le modèle WR pour le calcul de ralentissement pour la majorité des résonances à prendre en compte en dessous de 22,5eV (2.40). On calcule ensuite l'intégrale effective sur la résonance $T_{a,fin}^r$.

L'algorithme développé est composé de deux boucles imbriquées : boucle interne et boucle externe.

La boucle interne permet de déterminer les bornes d'un groupe pour une erreur cible par groupe \mathcal{E}_{cib}^{g} donnée. L'itération porte donc sur la largeur du groupe; on part d'une largeur initiale, on élargit le groupe peu à peu (le pas d'élargissement est $\Delta u = 10^{-4}$) jusqu'à ce que \mathcal{E}_{cal}^g devienne supérieure à \mathcal{E}_{cib}^r .

Dans la boucle externe, l'itération porte sur \mathcal{E}_{cib}^g . Donc, on fixe initialement une erreur par groupe \mathcal{E}_{cib}^{g} et on cherche le maillage permettant d'avoir une erreur par groupe égale à cette erreur en utilisant la boucle interne. On en déduit l'erreur sur la résonance \mathcal{E}_{cal}^r . On réitère la recherche du maillage en augmentant l'erreur \mathcal{E}_{cib}^{g} jusqu'à ce qu'on obtienne $\mathcal{E}_{\mathrm{cal}}^r \ge \mathcal{E}_{\mathrm{cib}}^r.$

3.5.2.1La boucle interne

Dans la recherche du maillage, on commence toujours par chercher le groupe central qui est symétrique en léthargie par rapport à l'énergie au pic. Puis on détermine les adjacents et ainsi de suite. On se contentera d'expliquer le principe de l'algorithme de détermination du groupe central, et le même raisonnement pourra être adapté aux autres groupes. L'algorithme se résume en l'ensemble des étapes suivantes :

– on part d'une itération n où on a déterminé le groupe $g_0^{(n)}$ défini par :

$$g_0^{(n)} = [u_0 - n\delta u_g , \ u_0 + n\delta u_g]; \qquad (3.6)$$

- on calcule les taux de réaction avec un calcul fin $T_{fin}^{g_0^{(n)}}$ et avec un calcul multigroupe
- $T_{macro}^{g_0^{(n)}}$ du groupe $g_0^{(n)}$. Si l'écart relatif entre $T_{fin}^{g_0^{(n)}}$ et $T_{macro}^{g_0^{(n)}}$ est encore inférieur à l'erreur fixée par groupe lors de la boucle externe, on élargit le groupe central des deux côtés avec :

$$g_0^{(n+1)} = \left[u_0 - (n+1)\delta u_g , \ u_0 + (n+1)\delta u_g\right], \tag{3.7}$$

et on compare à nouveau les deux taux de réaction sur le groupe. On effectue cette opération jusqu'à ce que l'écart entre les deux taux soit supérieur à l'écart fixé. C'est ainsi que l'on fige les bornes du groupe central et on détermine avec le même principe les bornes des groupes $\{g_1, g_2, \dots\}$, à droite du groupe central, et les bornes des groupes à gauche $\{g_{-1}, g_{-2}, \cdots\}$, jusqu'à couvrir tout le domaine de la résonance(Fig-3.3).



FIG. 3.3 – Détermination du maillage optimisé pour une résonance isolée

3.5.2.2 La boucle externe

- On se donne une erreur cible \mathcal{E}_{cib}^r et on fixe initialement une erreur par groupe \mathcal{E}_{cib}^g faible.
- On cherche les bornes des groupes à l'aide de la boucle interne pour une erreur par groupe déjà fixée. On calcule l'erreur de la résonance \mathcal{E}_{cal}^r générée par le maillage. Si $\mathcal{E}_{cal}^r \leq \mathcal{E}_{cib}^r$, on augmente l'erreur sur le groupe \mathcal{E}_{cib}^g de façon à déterminer des groupes plus larges et générer un écart plus grand sur la résonance par rapport au calcul fin, jusqu'à ce que l'erreur que l'on calcule dépasse l'erreur cible. Le pas d'augmentation de l'erreur sur le groupe doit être suffisamment petit pour que l'écart entre l'erreur calculée et l'erreur cible de la résonance soit très faible (5% de l'erreur cible).

3.5.2.3 Exemple d'optimisation d'une résonance isolée

Nous illustrons l'algorithme par un exemple d'optimisation d'une résonance isolée. Nous prenons la résonance du Pu242 à l'énergie au pic 2,67eV. Nous fixons une précision cible de l'ordre de 1% pour une dilution de 6000 barns. La figure (Fig-3.5) montre la résonance en question et la discrétisation énergétique optimisée. On voit que la taille des groupes augmente en allant du centre vers les ailes; on constate que plus la pente de la section est raide, plus la discrétisation est fine. La figure (Fig-3.5) montre la distribution égalitaire des erreurs sur les groupes. On remarque que l'erreur sur les groupes extrêmes



FIG. 3.4 – Algorithme d'optimisation du maillage pour une résonance isolée

(5 et (-6)) (Fig3.6) est plus petite que les erreurs sur les groupes au milieu, ceci est dû au fait qu'ils sont coupés par les bornes E_{inf} et E_{sup} (Fig-3.2) de l'intervalle sur lequel on réalise l'optimisation du maillage. Ces groupes seront éliminés de l'optimisation et remplacés par des groupes déterminés lors de l'optimisation d'un maillage pour une autre résonance située dans ce domaine d'énergie.



FIG. 3.5 – Exemple de maillage optimisé pour la résonance du Pu242 à 2,67eV

3.5.3 Validation préliminaire de la modélisation

Avant d'appliquer cette démarche d'optimisation, il nous a paru pertinent de vérifier que les écarts dûs à un calcul multigroupe par le modèle simplifié (milieu homogène avec un modèle de ralentissement) seront conservés dans un vrai calcul déterministe d'une situation hétérogène. Pour cela, nous avons fait un test avec le maillage existant XMAS à 172 groupes sur la résonance du Pu242 à 2,67eV qui contient plusieurs groupes. L'objectif est de comparer l'effet multigroupe avec notre modélisation simplifiée du calcul du taux d'absorption à celui obtenu avec un code déterministe comme APOLLO2.

Cet écart, dans notre modèle, est déterminé en comparant le calcul multigroupe par rapport à un calcul fin utilisant la même modélisation de ralentissement.

L'écart avec le code APOLLO2 est obtenu en comparant un calcul multigroupe (sans autoprotection) par rapport à un calcul multigroupe avec un modèle d'autoprotection des résonances que l'on suppose équivalent à un calcul fin.



FIG. 3.6 – Distribution de l'erreur sur les groupes d'énergie de la résonance du Pu242 à 2,67eV



FIG. 3.7 – Vérification du modèle : Cas du Pu
242 (E0=2,67eV) à $\sigma_e{=}6000\mathrm{barn}$



FIG. 3.8 – Vérification du modèle : Cas du Pu242 (E0=2,67eV) à σ_e =80000barn

Les figures (Fig-3.7) et (Fig-3.8) montrent la comparaison des erreurs multigroupes entre le modèle "WR" simplifié et le vrai calcul multigroupe avec APOLLO2, pour deux dilutions 6000 et 80000 barns. On remarque que les erreurs multigroupes pour les deux modèles ont des allures semblables et que l'erreur due au calcul multigroupe est plus faible dans l'estimation APOLLO2 que dans notre modèle simplifié. Ce dernier a tendance à maximiser l'erreur et à fournir ainsi des résultats « enveloppés ».

3.5.4 Effet de la dilution et de la température sur la détermination

du maillage

Le maillage optimal est celui qui minimise l'erreur sur le calcul de l'absorption résonnante en se plaçant dans des conditions réalistes d'utilisation des noyaux résonants : concentration des noyaux traduits par la plage de dilution et température exprimée par l'effet Doppler.

3.5.4.1 La plage de dilution

La dilution d'un noyau est représentative de l'inverse de sa concentration. Elle est traduite par une section dite section efficace de dilution dans le cas d'un milieu homogène et section efficace équivalente de dilution si le milieu est hétérogène.

Isotopes	Dilution (barn)	Situation
U234	100 000	Uranium retraité enrichi
U235	2 000 - 500	3% (UOX classique) - 20% (Limite de non prolifération)
U236	5 000	Uranium retraité enrichi
U238	200-50	HTR et réacteurs à plaques jusqu'à REL ($\sigma_e=50b)$
Np237	50 000	UOX fortement irradié (50GWj/t)
Pu239	5 000 - 400	
Pu240	20 000 - 1500	MOX (3%) à MOX (12%)
Pu241	40 000 - 3000	
Pu242	80 000 - 6000	
Am241	10 000	
Am243	10 000	MOX (50 GWj/t)
Cm244	60 000	

TAB. 3.5 – Sections équivalentes des principaux actinides

La dilution d'un corps dépend de l'évolution du cœur de réacteur (burn up), ou de la façon dont ces corps sont présents (produit de fission ou absorbant) ou de l'enrichissement du combustible. Pour les noyaux dont la plage de dilution est large, nous avons fait des études pour les valeurs extrêmes de leurs dilutions, sachant que ces études couvrent les valeurs intermédiaires. Quant aux noyaux résonants dont la plage de dilution est très petite et présentent des concentrations faibles (le cas de quelques actinides mineurs et PFs), nous avons fait des études pour une seule valeur de dilution. Le tableau (TAB-3.5) résume les plages de dilution pour les principaux actinides.

Le tableau (TAB-3.6) résume les plages de dilution pour les principaux PFs.

Le tableau (TAB-3.7) résume les plages de dilution pour les principaux absorbants.

3.5.4.2 Effet Doppler et effet de la dilution

Les réacteurs nucléaires couvrent en général une plage de température de fonctionnement très large (20 à 1000°C). La variation de la température se traduit par l'effet Doppler qui est la conséquence de l'agitation thermique des noyaux (variation de la vitesse relative entre noyau et neutron). L'effet Doppler se traduit par un élargissement des résonances de la section efficace (modification de la forme de la résonance). Par conséquent un maillage optimal pour une température donnée pourrait ne pas l'être pour une autre température.

Dans notre cas, nous avons cherché un maillage optimal à la température de 20°C (293K) et nous avons vérifié que ce maillage l'est pour des températures plus élevées. Les tableaux (TAB-3.8), (TAB-3.9) et (TAB-3.10) montrent la variation de l'erreur en

Isotopes	Dilution (barn)	Situation
Tc99	22000	
Rh103	40000	
Xe131	20000	
Cs133	20000	
Nd145	36000	UOX (40GWj/t)
Pm147	70000	
Sm150	70000	
Sm152	200000	
Eu153	300000	

TAB. 3.6 – Sections équivalentes des principaux PFs

Isotopes	Dilution (barn)	Situation
Ag107	60	Barre de commande (AIC)
Ag109	60	
In115	200	Barre de commande (AIC) (15% d'Indium)
Hf177	190	
Hf178	150	Crayon absorbants (Hafnium naturel)
Hf179	260	
Er167	40 000 - 10000	Poison consommable UO2-Er2O3
Gd155	30000 - 4000	Poison consommable UO2-Gd2O3
Gd157	30000 - 3800	

TAB. 3.7 – Sections équivalentes des principaux absorbants

3.5	Démarche	de	déter	mination	du	maillage	optima	l
						()		

Dilution	Température (K)					
(barn)	293	500	700	1300		
50	0,34	0,40	0,51	0,63		
200	0,28	0,31	0,43	0,52		
1000	0,41	0,25	0,24	0,25		

TAB. 3.8 – Précision de calcul (%) du taux d'absorption de la résonance de l'U238 ($E_0=6,67eV$) en fonction de la température et la dilution

Dilution	Température (K)				
(barn)	293	500	700	1300	
1500	0,35	0,36	0,37	0,38	
20000	0,38	0,32	0,29	0,27	

TAB. 3.9 – Précision de calcul (%) du taux d'absorption de la résonance du Pu240 ($E_0=1,06eV$) en fonction de la température et la dilution

fonction de la dilution et de la température pour des résonances typiques comme celles de l'U238 à 6,67eV, du Pu240 à 1,06eV et du Pu242 à 2,67eV.

Pour étudier l'effet de la dilution du noyau dans le milieu sur la précision de calcul de taux de réaction, nous avons étudié l'évolution de cette précision en fonction de la dilution. Pour celà, nous avons pris trois résonances typiques de trois noyaux U238, Pu240 et Pu242. L'effet de la dilution est illustré dans les tableaux (TAB-3.8), (TAB-3.9) et (TAB-3.10). On constate que la précision obtenue avec ce maillage varie légèrement en fonction de la dilution pour la résonance de l'U238 et la résonance du Pu240. Le maillage optimisé permet de conserver une erreur faible dans la fourchette de dilution. Ceci est réalisé grâce à deux atouts : 1- les résonances des isotopes à faible dilution nécessitent un maillage fin sur toute la résonance (aile + pic) et donc quasi-insensible à la dilution, 2- les isotopes ont généralement une fourchette de dilution limitée dans les applications réacteurs.

La variation de la précision est plus significative pour la résonance du Pu242 dont la plage de dilution est beaucoup plus grande (6000 à 80000 barns). En dépit de cette variation l'écart reste de l'ordre du pourcent. Lors de l'optimisation du maillage, on doit essentiellement tenir compte de la dilution surtout pour les isotopes ayant une grande plage de dilution.

Pour expliquer les variations de l'erreur, nous avons examiné la distribution de l'erreur sur les groupes en fonction de la dilution. Pour celà nous avons pris l'exemple de la résonance du Pu242 à 2,67eV aux deux dilutions 6000 et 80000 barns. Nous développons un maillage optimisé pour la résonance à une dilution et on observe la distribution de l'erreur à une autre dilution.

Dans le cas où l'optimisation du maillage se fait à 6000 barns, le cas de la figure (Fig-3.9), la distribution de l'erreur est constante pour σ_d =6000 barns (Fig-3.10) mais

Dilution	Température (K)						
(barn)	293	500	700	1300			
6000	1,01	1,01	1,12	1,39			
80000	0,41	0,25	0,20	0,17			

TAB. 3.10 – Précision de calcul (%) du taux d'absorption de la résonance du Pu242 ($E_0=2,67eV$) en fonction de la température et la dilution

les écarts diminuent sur les ailes et deviennent importants au pic à $\sigma_d = 80000$ barns (Fig-3.11).



FIG. 3.9 – Maillage optimisé à la dilution $\sigma_d = 6000$ barns

Pour le cas contraire où on développe un maillage optimisé à 80000barns (Fig-3.12), on observe que la distribution de l'erreur, en passant de σ_d =80000 barns (Fig-3.13) à σ_d =6000 barns (Fig-3.14), devient plus importante dans les groupes sur les ailes de la résonance et moins importante dans les groupes au milieu de la résonance (Distribution concave).

3.6 Description du maillage SHEM

Le maillage SHEM, ainsi développé avec la technique d'optimisation précédemment décrite, contient 281 groupes d'énergie optimisés. Ces groupes sont déterminés de façon à répondre aux objectifs de précisions attendues du maillage multigroupe. Dans ce paragraphe, nous détaillons la description du maillage SHEM en subdivisant tout le domaine



FIG. 3.10 – Répartition de l'erreur pour σ_d =6000 barns avec le maillage optimisé à σ_d = 6000 barns



FIG. 3.11 – Répartition de l'erreur pour $\sigma_d = 80000$ barns avec le maillage optimisé pour $\sigma_d = 6000$ barns



FIG. 3.12 – Maillage optimisé à la dilution $\sigma_d{=}$ 80000 barns



Répartition de l'erreur sur les groupes Pu242 (E_0=2.67eV) à T=20°C σ_d =80000barn

FIG. 3.13 – Répartition de l'erreur pour σ_d =80000 barns, pour le optimisé à $\sigma_d =$ 80000 barns



FIG. 3.14 – Répartition de l'erreur à σ_d =6000 barns, pour le maillage optimisé à σ_d = 80000 barns

d'énergie en 4 sous-domaines, et décrivons les contraintes détaillées du choix des groupes d'énergie.

3.6.1 Optimisation de SHEM dans le domaine thermique en dessous de 0,25 eV

Dans le domaine thermique, les sections efficaces de capture et de fission varient inversement proportionnellement à la vitesse du neutron. Le maillage SHEM est donc déterminé pour tolérer des erreurs acceptables du calcul de taux de réaction à 0,1% pour toute forme de spectre (Maxwellien, MOX, UOX, HTR à 800°C), quand les sections multigroupes sont obtenues par la pondération standard, i.e T=20°C, spectre Maxwell.

Notre étude d'optimisation du maillage arrive à la définition des contraintes suivantes : $\Delta u_g \leq 0,4$ dans l'intervalle subthermique 0,007-0,02eV et $\Delta u_g \leq 0,2$ dans l'intervalle 0,02-0,25eV. De plus, les résonances larges du Xénon à 0,084eV (Fig-3.15) et Sm149 à 0,097eV nécessitent un maillage fin avec $\Delta u_g = 0,014$ pour décrire la pente de la section entre 0,09 et 0,14eV : la comparaison des maillages XMAS et SHEM sur les figures (Fig-3.16) et (Fig-3.17) respectivement, met en évidence l'amélioration introduite par le maillage optimisé SHEM dans ce domaine d'énergie autour de 0,1eV. De la même manière, un maillage fin avec $\Delta u_g \leq 0,01$ est nécessaire au-dessus de 0,19eV pour décrire la résonance du Cd113 à 0,18eV (Fig-3.15).



FIG. 3.15 – Les principales résonances dans le domaine $\leq 0, 2eV$



FIG. 3.16 – Le maillage XMAS dans le domaine thermique : cas du Sm149



FIG. 3.17 – Le maillage SHEM dans le domaine thermique : cas du Sm149

3.6.2 Optimisation de SHEM dans le domaine épithermique 0,25eV - 4eV

Les résonances déterminant le maillage SHEM sont tracées dans la figure (Fig-3.18).

Dans la zone autour de 0,3eV, le maillage doit être suffisamment fin pour permettre une description précise de la forte dépression du flux thermique dans la résonance du Pu239. Une contrainte supplémentaire est cependant liée à la description précise de l'effet de protection mutuelle des grandes résonances Pu239 et Am241 (respectivement 0,296 et 0,308eV) sur la résonance du Pu241 à 0,264eV. Le pic de chaque résonance doit être décrit dans un groupe séparé.

Le maillage dans le domaine 0,425eV-0,9eV est principalement déterminé par les grandes résonances de Am241 et Np237 à 0,58eV et 0,49eV respectivement. Un groupe particulier est cependant nécessaire pour représenter le pic à 0,60eV de la résonance du PF Eu155; de même, un groupe particulier a dû être introduit pour représenter le pic à 0,46eV de la résonance des poisons Er167 et Eu151.

Le maillage dans le domaine d'énergie 0,9eV-1,2eV est entièrement conditionné par la grande résonance du Pu240 à 1,056eV; il faut cependant vérifier que le maillage ainsi obtenu permet de calculer l'absorption résonnante dans la grande résonance du Hf177 à 1,10eV avec la précision requise (0,4% sur toute la plage de dilution $\sigma_d = 190b-1000b$).

Les résonances qui ont principalement déterminé le maillage dans la plage 1,2eV-4,0eV sont la résonance du Pu242 à 2,67eV, puis la résonance du Hf177 à 2,39eV et enfin les résonances de In115 et Am243 à 1,46eV et 1,35eV, comme le montre la figure (Fig-3.18).

Le tableau (TAB-3.11) résume les erreurs du calcul multigroupe des taux d'absorption résonnante ($\Delta I_{eff}/I_{eff}$) à T=20°C utilisant respectivement les maillages XMAS et SHEM.

Isotope	E ₀	I_R^0	$W_R = I_R^0 / I_R$	σ_e	Er(XMAS)	Er (SHEM)
	(eV)	(barn)	(%)	(barn)	(%)	(%)
Rh103	1,26	942	91	40000	0,08	0,05
In115	1,46	2910	90	200	0,36	0,34
	3,82	47	2		32,7	4,4
Eu153	2,46	291	20	320000	0,08	0,08
Gd155	2,57	636	41	4000	6,14	1,33
Hf177	1,10	3057	42	1000 - 190	0,44 - 0,22	0,33 - 0,21
	2,39	2763	38		6,3 - 2,2	0,68 - 0,26
U235	2,03	3,8	1	2000 - 500	0,29 - 1,06	0,13 - 0,50
	3,62	7	2		1,16 - 4,14	0,29 - 1,10
	0,49	327	50		0,31	0,13
Np237	1,48	131	20	50000	$0,\!22$	$0,\!12$
	3,86	33	5		0,96	0,56
Pu239	0,29	2378	-	5000 - 400	0,13 - 0,17	0,10 - 0,13
Pu240	1,06	8099	95	20000 - 1500	0,48 - 0,50	0,27 - 0,40
Pu241	0,26	1390	-	40000 - 3000	0,04 - 0,05	0,05 - 0,05
Pu242	2,067	1050	91	80000 - 6000	3,0- 5,2	0,40 - 1,10
	0,31	1248	63		0,72	0,63
Am241	1,58	641	32	10000	$1,\!93$	0,79
	1,27	363	18		1,05	0,83
Am243	1,35	1160	64	10000	3,77	1,26

TAB. 3.11 – Erreurs (%) sur les taux d'absorption dans le domaine thermique ($\leq 4eV$)



FIG. 3.18 – Les principales résonances dans le domaine $0,25eV \le E \le 4,0eV$

Ce tableau rappelle la contribution W_R de la résonance à l'énergie E_0 dans l'intégrale totale de la section ($E \ge 0.5 \text{eV}$). Dans le tableau on trouve également la section équivalente σ_e correspondant aux limites de concentrations possibles trouvées dans les réacteurs à fission usuels.

Le tableau montre que la maillage XMAS est déjà pertinent pour les larges résonances de Pu239 et Pu240. En revanche, XMAS génère des biais élevés pour le Pu242 et l'Am243. L'utilisation de SHEM permet d'atteindre la précision cible de 1% (réduction du biais d'un facteur 5). Le calcul d'absorption des résonances de l'U235, Np237 et Am241 est significativement amélioré en utilisant SHEM.

Quant aux absorbants, SHEM permet un calcul précis des taux d'absorptions du Hf177 à 2,4eV, Gd155 à 2,6eV et In115 à 3,8eV. Les figures (Fig-3.19) et (Fig-3.20) illustrent l'amélioration de la discrétisation avec SHEM par rapport à XMAS de la résonance du Hf177 à 2,39eV.

3.6.3 Optimisation de SHEM dans le domaine épithermique

4eV - 22,5eV

Les principales résonances intervenant dans la détermination du maillage dans le domaine 4eV-22,5eV sont présentées dans la figure (Fig-3.21).

Un maillage fin est nécessaire pour les deux résonances larges de l'U238 : 25 et 16 groupes pour décrire les résonance respectivement à 6,7eV et 20,9eV (Voir description du maillage SHEM dans l'annexe).



FIG. 3.19 – Maillage XMAS pour la résonance du Hf177 à E_0=2,39eV



FIG. 3.20 – Maillage SHEM pour la résonance du Hf177 à E_0=2,39eV
Au voisinage de l'énergie 5,4eV, l'optimisation du maillage est conditionnée par la résonance de l'U236, puis à une énergie un peu plus haute, l'optimisation de SHEM est liée à la résonance du Hf179 à 5,7eV et Hf177 à 5,9eV.

Entre les deux résonances de l'U238, le maillage est essentiellement conditionné par les résonances de l'U235 et du Pu239. Cependant, un maillage encore plus fin est requis pour le domaine autour de 7,8eV correspondant à la résonance du Hf178 et du Hf176.



FIG. 3.21 – Les principales résonances dans le domaine [4,0eV; 22,5eV]

3.6.3.1 Les actinides

Le tableau (TAB-3.12) résume les erreurs du calcul multigroupe des taux d'absorption résonnante des actinides ($\Delta I_{eff}/I_{eff}$) à T=20°C utilisant respectivement les maillages XMAS et SHEM. Dans ce tableau, on montre que la forte autoprotection de la section de capture de l'U238 est résolue par SHEM : la surestimation est limitée à 0,5% dans un calcul multicellules des REL (ce biais est inférieur à celui généré par le module AUTOP d'APOLLO2 :entre +3% et -1% selon la modélisation de l'opérateur de ralentissement choisie). Le maillage SHEM permet un calcul précis du combustible URE (uranium de retraitement enrichi) utilisé dans la centrale française de Cruas : l'erreur des taux de capture de l'U236 et U234 est limitée à 1% avec SHEM, comparée à 71% et 5% en utilisant XMAS.

Le tableau (TAB-3.12) montre que le formalisme d'autoprotection est inutile avec SHEM jusqu'à 23eV, parce que chaque résonance de l'U235 est calculée avec 1,3% de précision dans un réseau de cellules UOX d'un REL et chaque résonance du Pu239 est calculée avec 1% de précision dans un assemblage MOX de REL. Par contre, le calcul avec XMAS utilisant le modèle d'autoprotection entraîne des erreurs importantes dues au chevauchement des résonances (+70% pour E_{U235} =21eV). Notons au passage que SHEM permet un calcul précis de l'évolution du combustible MOX grâce au calcul satisfaisant du taux de capture du Cm244.

Les figures (Fig-3.22) et (Fig-3.23) montrent le traitement des deux premières résonances de l'U238 aux énergies de résonances respectivement 6,67eV et 20,87eV grâce au maillage SHEM.

Les figures (Fig-3.24), (Fig-3.25), (Fig-3.26) montrent la prise en compte par SHEM des résonances du Pu239, Pu241 et U235 dans le domaine [4eV, 22,5eV].



FIG. 3.22 – Maillage SHEM pour la résonance de l'U238 à $E_0=6,67eV$

3.6.3.2 Les produits de fission

Le tableau (TAB-3.13) présente les erreurs du calcul multigroupe des taux d'absorption résonnante des PFs ($\Delta I_{eff}/I_{eff}$) à T=20°C utilisant respectivement les maillages XMAS et SHEM. L'erreur cible (1%) est atteinte avce SHEM alors que l'on enregistre des écarts importants (3 à 15%) avec XMAS sur la capture des PF. Ces larges écarts avec XMAS entraînent une sous-estimation de 200pcm de la réactivité d'un assemblage REL à 40GWj/t.

Isotope	E ₀	I ⁰ _R	$W_{\rm R} = I_R^0 / I_R$	σ_e	ΔI_{eff}	′I _{eff} (%)
	(eV)	(barn)	(%)	(barn)	(XMAS)	(SHEM)
U234	5,2	544	82	100000	4,74	1,07
	4,9	5	1,3			0,8 - 2,4
	6,4	13	$_{3,0}$			0,6 - 1,5
	7,1	5	$1,\!3$			0,5 - 1,9
U235	8,8	32	8,1	2000 - 500	2*	1,5 - 2,8
	11,7	9	2,4			1,2 - 3,6
	12,4	18	4,5			1,2 - 2,8
	19,3	19	4,8			1,2 - 3,1
	21,1	7	1,7		70*	0,6 - 1,7
U236	5,5	270	78	5000	71	1,8
U238	6,7	128	27	200 - 50	0,2*	0,3 - 0,4
	20,9	66	12		-1.0*	0,8 - 0,5
	7,8	37	8,0		-6*	0,8 - 2,9
	10,9	45	6,9			0,8 - 2,8
	11,9	26	4,0			0,7 - 2,5
Pu239	14,3	10	$1,\!6$	5000 - 400	-4*	0,7 - 3,4
	14,7	31	4,7			1,1 - 3,6
	17,7	19	$_{3,0}$			0,7 - 3,4
	22,3	16	2,5		-20*	0,7 - 3,2
	4,3	69	9,3			0,6 - 5,6
	5,8	105	$14,\!3$		1*	0,02 - 0,03
	8,6	34	4,5			0,1 - 0,9
Pu241	13,4	39	$5,\!2$	40000 - 3000	12*	0,2 - 2,7
	14,8	66	8,9			0,5 - 4,6
	17,9	22	3,0			0,3 - 3,1
Am241	5,4	51	3,6	10000	9,0	0,8
Cm244	7,7	549	86	10000	17,2	1,8

* Erreur de calcul multigroupe APOLLO2 avec le module AUTOP

TAB. 3.12 – Erreurs sur les taux d'absorption des actinides dans le domaine [4,0eV; 22,5eV]



FIG. 3.23 – Maillage SHEM pour la résonance de l'U238 à $E_0=20,87eV$



FIG. 3.24 – Maillage SHEM pour les résonances de l'U235 dans le domaine $\left[4,0eV\,;\,22,5eV\right]$



FIG. 3.25 – Maillage SHEM pour les résonances du Pu239 dans le domaine $\left[4,0eV\,;\,22,5eV\right]$



FIG. 3.26 – Maillage SHEM pour les résonances du Pu241 dans le domaine $[4,0\mathrm{eV}\,;\,22,5\mathrm{eV}]$

Isotope	E ₀	IR	W_R	σ_e	$\Delta I_{eff}/I_{eff}$ (%)	
	(eV)	(barn)	(%)	(barn)	(XMAS)	(SHEM)
Tc99	5,59	237	78	22000	4,1	0,2
	20,34	31	10		3,0	0,2
Xe131	14,40	813	92	50000	10,8	0,6
Cs133	5,86	320	73	20000	8,6	0,6
Nd145	4,35	125	54	36000	4,3	0,9
Pm147	5,36	1529	72	70000	15,0	1,0
Sm152	8,05	2707	91	200000	5,4	0,7

TAB. 3.13 – Erreurs sur les taux d'absorption des grands PFs dans le domaine [4eV; 22, 5eV]



FIG. 3.27 – Maillage XMAS pour la résonance du Xe131 à E_0=14,4eV



FIG. 3.28 – Maillage XMAS pour la résonance du Xe131 à $E_0=14,4eV$

3.6.3.3 Les absorbants

Le tableau (TAB-3.14) résume les erreurs du calcul multigroupe des taux d'absorption résonnante des absorbants ($\Delta I_{eff}/I_{eff}$) à T=20°C utilisant respectivement les maillages XMAS et SHEM. Le calcul précis de la résonance prédominante de l'Ag109 à E₀ =5,2eV permet un bon calcul des taux de capture dans les barres AIC. Le tableau (TAB-3.14) montre que SHEM est bien adapté pour les calculs des absorbants du hafnium : l'autoprotection ainsi que la protection mutuelle (Hf177/Hf179 à 5,8eV et Hf176/Hf178 à 7,9eV) sont bien traitées. Les résultats satisfaisants de SHEM pour les résonances de l'Er167 à 6,0eV (+3% au lieu de 32% avec XMAS) permet un très bon calcul du poison consommable UO2-Er2O3.

Les erreurs de calcul des taux de réaction, avec XMAS, des résonances des isotopes de l'argent et l'hafnium sont obtenues sans calcul d'autoprotection. Dans le calcul APOLLO2 avec XMAS, on recommande de les autoprotéger, mais les erreurs sur les taux d'absorption des isotopes sur tout le domaine restent significatives [5] (Ag107 (1,5%), Ag109 (2%), Hf176 (14%), Hf177(1,5%), Hf178 (-0,7%), Hf179 (4,4%)).

3.6.4 Optimisation du maillage au-dessus de 22,5eV

L'écart généré dans le calcul de la résonance de l'U238 à 36,8eV est réduit avec SHEM parce qu'on a centré le groupe autour du pic de la résonance (idem pour E_0^{U238} =66,0eV).

Pour mieux traiter la résonance du Mo
95 à E₀=45eV, un groupe spécifique a été défini de largeur
 Δu_g =0,04 (44,0-45,8eV).

Isotope	E ₀	IR	W_R	σ_e	$\Delta I_{eff}/I_e$	eff (%)
	(eV)	(barn)	(%)	(barn)	(XMAS)	(SHEM)
Ag107	16,30	41	40	60	102,0	3,5
Ag109	5,19	1298	88	60	6,3	0,3
Hf176	7,93	752	85	680	18,0	2,5
	5,89	309	4		25,8 - 52,5	0,9 - 2,3
Hf177	6,60	379	5	190 - 1000	36,4 - 78,0	0,3 - 0,5
	8,88	160	2		23,2 - 45,7	2,6 - 3,9
Hf178	7,78	1823	94	150 - 800	10,1 - 16,9	0,6 - 1,4
Hf179	5,68	246	46	260	29,5	1,9
Er167	5,99	942	31	15000	32,2	3,1

TAB. 3.14 – Erreurs sur les taux d'absorption des absorbants dans le domaine [4,0eV; 22,5eV]

Le domaine d'énergie intermédiaire 200eV - 200keV est caractérisé par les résonances de diffusion des matériaux de structure et le caloporteur sodium comme le montre la figure 3.29. Autour de 100keV, le maillage SHEM prend en compte la variation rapide de la réaction inélastique à seuil de l'U238 (n,n').

La figure 3.30 montre que les réactions à seuil U238(n,f) et U238(n,2n) introduisent des contraintes dans l'optimisation du maillage respectivement autour de 1MeV et 7MeV. De plus, les résonances de l'oxygène à 0,43, 1,00 et 1,31MeV sont prises en compte dans SHEM.

Les performances de SHEM pour les principaux matériaux de structure et caloporteurs sont comparées à celles de XMAS dans le tableau (TAB-3.15). L'erreur est réduite d'un facteur 2 à 4 en utilisant SHEM.

Concernant le fer (Fe56, σ_e =1barn), l'erreur sur le taux de diffusion de la résonance du Fe56 est réduite de +9,1% à 2,9%; de plus la section efficace de diffusion du fer à 25keV ("trou" du fer) est décrite par un maillage "fin" permettant de mieux calculer la pénétration des neutrons dans les protections aciers et la propagation dans les réflecteurs aciers (Fig-3.32) et (Fig-3.31).

Le tableau (TAB-3.15) indique que le ralentissement élastique résonnant de l'oxygène est correctement reproduit dans SHEM (+0.3% d'écart au lieu de 1.2% avec XMAS).

Les résonances du sodium (Na23) sont mieux décrites par SHEM (Fig-3.33) ce qui permet un calcul neutronique assez précis des réacteurs à neutrons rapides à caloporteur sodium.



FIG. 3.29 – Les principales résonances dans le domaine [200eV; 200keV]



FIG. 3.30 – Les principales résonances dans le domaine E \geq 200keV

Isotope	E ₀	IR	σ_e	$\mathrm{IR}_0/\mathrm{IR}~(\%)$	
	(keV)	(barn)	(barn)	(XMAS)	(SHEM)
Na23	2,85	81,5	11	4,74	0,8
	$53,\!0$	3,4		8,37	2,5
Ni58	15,3	31,5	200	4,3	1,24
Fe56	27,8	$_{9,5}$	100 - 1	3,5 - 9,0	2,7 - 2,8
	34,7				
	87,3				
Al27	120	15	100 - 1	2,1 - 4,5	0,6 - 2,3
	142				
	202				
	434	4,1		1,1	0,3
O16	1000	2,5	7	0,8	0,3
	1300	0,7		1,3	0,4
	0,33	158		9,6	4,9
Mn55	1,1	29,5	1000	25,4	9,8
	2,32	117		8,9	1,8

TAB. 3.15 - Écart sur les taux de diffusion

Enfin, les figures (Fig-3.34), (Fig-3.35) et (Fig-3.36) mettent en évidence que les résonances des autres matériaux de structure, Al27-Mn55-Ni58 respectivement, sont bien représentées dans le maillage SHEM.



FIG. 3.31 – Le maillage XMAS pour la résonance du Fe56 à $E_0=27,8$ keV



FIG. 3.32 – Le maillage SHEM pour la résonance de diffusion du Fe56 à $E_0=27,8$ keV



FIG. 3.33 – Le maillage SHEM pour la résonance de diffusion du Na23 à $E_0=2,85$ keV



FIG. 3.34 – Le maillage SHEM pour les résonances de diffusion du Al27 dans le domaine [13keV 300keV]



FIG. 3.35 – Le maillage SHEM pour les résonances du Mn55 dans le domaine [200eV 10keV]



FIG. 3.36 – Le maillage SHEM pour la grande résonance du Ni58 à E_0=15,03keV

Isotope	σ_e	$E_0 (eV)$	XMAS	SHEM
Pu240	1500	20,4	20%*	3,3%
U235	500	19,3 et 21,1	70%*	$2,\!2\%$

* Erreur de calcul multigroupe APOLLO2 avec le module AUTOP

TAB. 3.16 – Effet de la protection mutuelle U238/Pu240 et U238/U235 aux alentours 21eV

3.6.5 Les effets de la protection mutuelle pris en compte par SHEM

Un des objectifs de SHEM est la prise en compte des effets de protection mutuelle dans le calcul des absorptions résonnantes. En effet le maillage fin défini pour décrire l'autoprotection de la résonance de l'U238 à 20,87eV permet également de décrire l'effet de la protection de l'U238 sur les résonances des autres noyaux telles que la résonance à 20,5eV du Pu240 (Fig-3.37), les résonances de l'U235 à 19,3 et 21,1eV (Fig-3.38), et la résonance du Sm150 à 20,7eV. Les effets de la protection mutuelle de l'U238 sur l'U235 et le Pu240 aux alentours de 21eV sont évalués pour le maillage SHEM et XMAS et sont résumés dans le tableau (TAB-3.16) pour $\sigma_e U238$ égale à 50barns.

On note également d'après la figure (Fig-3.39) un effet significatif de la résonance du Pu240 sur celle de l'U238.

L'effet de recouvrement des résonances dans les absorbants Hafnium (Hf176/Hf178 dans (Fig-3.40) et (Fig-3.41) et Hf177/Hf179 dans (Fig-3.42) et (Fig-3.43)) est également pris en considération dans le développement du maillage SHEM. L'amélioration prévue par le maillage dans le calcul de l'effet de la protection mutuelle entre les résonances du Hf176 et du Hf178 aux énergies aux pics respectives 7,93eV et 7,78eV est présentée dans le tableau (TAB-3.17). Le tableau (TAB-3.18) résume les améliorations prévues par le maillage SHEM dans le calcul de la protection mutuelle entre les résonances du Hf177 et du Hf179 aux énergies aux pics respectives 5,89eV et 5,68eV.

	H	If176	Hf178		
Isotope	σ_e	Erreur	σ_e	Erreur	
SHEM	680	$0,\!6\%$	260	$0,\!3\%$	
XMAS		-13,8%		10,9%	

TAB. 3.17 – Effet de la protection mutuelle Hf176/Hf178 aux alentours de 7,8eV

	H	[f177	Hf179		
Isotope	σ_e	Erreur	σ_e	Erreur	
SHEM	190	0,5%	260	0,7%	
XMAS		22%		-6,9%	

TAB. 3.18 – Effet de la protection mutuelle entre Hf177/Hf179 aux alentours de 5,8eV



FIG. 3.37 – Protection mutuelle de l'U238 à 20,9eV sur le Pu240 à 20,5eV



FIG. 3.38 – Protection mutuelle de l'U238 à 20,9eV sur l'U235 à 19,3 et 21,1eV



FIG. 3.39 – Protection mutuelle du Pu
240 à 20,5eV sur l'U238 à 20,9eV $\,$



FIG. 3.40 – Protection mutuelle de l'Hf176 à 7,93eV sur le Hf178 à 7,78eV



FIG. 3.41 – Protection mutuelle du Hf178 à 7,78eV sur l'Hf176 à 7,93eV



FIG. 3.42 – Protection mutuelle de l'Hf177 à 5,89eV sur le Hf179 à 5,68eV



FIG. 3.43 – Protection mutuelle du Hf179 à 5,68eV sur l'Hf177 à 5,89eV

Chapitre 4

Validation du Maillage SHEM dans le code APOLLO2

4.1 Introduction

Après avoir développé le maillage multigroupe optimisé SHEM à 281 groupes, un travail de validation est nécessaire. La validation vise à étudier la performance du maillage SHEM dans le calcul des absorptions résonnantes, en comparant les résultats de calculs déterministes utilisant ce maillage avec ceux d'un calcul étalon à énergie continue. La validation a pour but également de comparer la performance du maillage SHEM par rapport à l'ancien maillage XMAS à172 groupes. Ce chapitre commence donc par la présentation de la méthodologie de la validation.

Dans tout calcul déterministe, on doit associer un schéma de calcul à chaque découpage multigroupe. Nous décrivons donc, dans la deuxième partie de ce chapitre, le schéma de calcul d'autoprotection avec le maillage SHEM et nous rappelons brièvement le schéma défini avec le maillage XMAS.

Nous présentons enfin les résultats de benchmarks permettant d'étudier la performance de SHEM par rapport à XMAS.

4.2 Méthodologie de validation

Le principe de la validation consiste à comparer un schéma de calcul déterministe par rapport à un calcul probabiliste, étalon, considéré comme référence. Il est donc important de souligner que la validation se fait uniquement par comparaison avec des résultats issus d'autres codes et non par par rapport à des résultats expérimentaux. Le but de la validation est de calibrer les biais introduits par les différents modèles physiques et les approximations numériques dans le schéma déterministe. La validation s'effectue en utilisant la même bibliothèque de données nucléaires pour les deux codes.

Le calcul par méthode de Monte-Carlo polycinétique s'impose tout naturellement dans le rôle du calcul étalon, parce qu'elle ne présente aucune approximation physique. Le calcul déterministe sera effectué par le code déterministe APOLLO2 du CEA.

Dans ce paragraphe, nous rappelons le principe de calcul Monte-Carlo et présentons brièvement le code déterministe APOLLO2. un aperçu sera donné sur le système de génération des bibliothèques de sections efficaces multigroupes nécessaire au calcul déterministe.

Nous décrivons également les paramètres de comparaison APOLLO2/TRIPOLI4 sur lesquels s'appuie la validation du maillage SHEM.

4.2.1 Le calcul étalon

4.2.1.1 Principe de la méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo se base sur le tirage d'évènements aléatoires. Dans toute les applications de cette méthode, on construit un modèle stochastique dans lequel l'espérance mathématique d'une certaine variable aléatoire est équivalente à la valeur d'une quantité physique que l'on veut déterminer. La méthode a l'avantage de traiter les problèmes avec un minimum d'approximation; son inconvénient est qu'elle nécessite un un grand nombre de simulations, donc un temps de calcul important, et celà est d'autant plus vrai q'une grande précision est recherchée puisque l'incertitude statistique d'un résultat obtenu par la technique Monte-Carlo diminue comme l'inverse de la racine carrée du nombre de simulations (par exemple, un gain d'un facteur 10 sur la précision nécessite 100 fois plus de simulations, donc de temps de calcul).

4.2.1.2 Simulations analogues et simulations non analogues

On a l'habitude de distinguer les simulations analogues, lorsque le modèle stochastique construit simule le plus exactement possible les lois régissant le phénomène physique étudié, des simulations non analogues lorsque ce n'est pas le cas (exemple : calcul d'une intégrale).

Les simulations mixtes sont souvent qualifiées de biaisées, ou de semi-analogues (exemple : calcul d'une protection biologique avec une technique de biaisage du cheminement des particules).

4.2.1.3 Étude du transport des neutrons à l'aide de la méthode de Monte-Carlo

La méthode de Monte-Carlo peut être utilisée pour simuler le cheminement des neutrons et résoudre l'équation de transport qui est considéré, ici, sous sa forme stationnaire, la seule qui nous intéresse. On notera cependant que la méthode de Monte-Carlo peut également être utilisée pour l'étude de problèmes dépendants du temps.

Au sein du réacteur nucléaire, le cheminement d'un neutron est constitué par une suite de segments de droite, interrompus par des chocs sur les noyaux constituant le réacteur. Ce cheminement se caractérise par divers aspects aléatoires. Un neutron émis par fission en un point du réacteur construit en effet son cheminement jusqu'à son terme par des « *tirages au hasard* » successifs et concernant :

- sa position, sa direction et sa vitesse de départ;
- la longueur de chacun de ses parcours effectués en lignes droites;
- la nature de chacune de ses collisions, avec également des « tirages au hasard » concernant :
 - dans le cas d'une diffusion, la nature de cette diffusion et l'angle de la déviation du neutron,
 - dans le cas d'une absorption, la nature de cette absorption;
 - dans le cas où cette absorption est une fission, le nombre de neutrons émis.

Cet aspect aléatoire du cheminement en espace s'accompagne d'un aspect aléatoire de son cheminement en énergie : le ralentissement du neutron depuis son énergie de fission (environ 2 MeV) jusqu'à l'énergie thermique de l'ordre de 25 meV, obtenu par des chocs successifs sur les noyaux dans le réacteur, se fait de façon tout aussi irrégulière que son déplacement dans l'espace.

Ces cheminements aléatoires sont corrélés par le biais des sections efficaces qui varient en fonction de l'énergie : le changement d'énergie lors d'un collision (dans le cas d'une diffusion) conditionne l'énergie après la collision et, par conséquent, la section efficace qui régira le parcours suivant.

Au final, ces cheminements en espace et en énergie, parfaitement irréguliers, mettent en évidence, le caractère aléatoire de l'histoire des neutrons. Ce caractère aléatoire existe pour les deux types d'évènements qui ponctuent ces histoires : le transport des neutrons en lignes droites sans interaction avec la matière et les collisions avec un noyau d'atome. Dans le premier cas, c'est le parcours qui est aléatoire, dans le second c'est la nature de la collision (type de noyau, type d'interaction) qui l'est.

Les spécialistes de la méthode de Monte-Carlo ont pour habitude de réécrire l'équation de Boltzmann en explicitant les deux opérateurs traduisant ces deux phénomènes, ainsi que deux densités pouvant représenter la population des neutrons : la densité des neutrons qui vont subir un choc et celle de ceux qui viennent d'en subir un.

L'application de la méthode de Monte-Carlo à la simulation du transport des neutrons consiste alors à développer ces deux densités en série de NEUMANN, permettant de suivre le parcours des neutrons choc après choc depuis la naissance jusqu'à leur absorption finale; chacun des termes de ces séries, indicées par n se rapportant aux neutrons ayant réalisé exactement n parcours élémentaires, ponctués d'autant de chocs sur les noyaux.

4.2.1.4 Organisation de la simulation



FIG. 4.1 – Simulation de l'histoire d'un neutron par la méthode de Monte-Carlo

Les principales étapes d'une simulation du transport neutronique par la méthode de Monte-Carlo découlent de ce qui précèdent et s'appuie donc sur des tirages au sort :

- tirage au hasard de l'énergie et de la direction de chaque neutron source, dont la position est fixée ou calculée en fonction des régions fissiles (distribution des sources de fission);
- 2. tirage au sort des parcours des neutrons qui placent ces neutrons aux positions de leurs prochaines collisions (rôle de l'opérateur de transport)
- 3. tirage au sort des caractéristiques de chaque collision (rôle de l'opérateur de collision) qui permet de déterminer par le biais de lois de probabilités : la nature des noyaux collisionnés, le type des interactions ainsi que les directions et les énergies des neutrons à l'issue de ces chocs;
- 4. calcul de la moyenne et la variation des grandeurs recherchées au cours du calcul (taux de réaction, facteur de multiplication) à l'aide d'estimateurs, qui s'appuient sur les évènements préalablement encaissés (c'est-à-dire comptés), au cours des histoires précédentes.

Les étapes 2 et 4 sont répétées pour chaque nouveau neutron issu des sources, suivi individuellement jusqu'à sa disparition finale. Les étapes 1 et 4 sont, elles, répétées jusqu'à l'obtention d'une statistique satisfaisante (variance suffisamment faible) sur les grandeurs que l'on recherche. La simulation de l'histoire d'un neutron par la méthode de Monte-Carlo est ainsi synthétisée de manière graphique dans l'organigramme issue de la référence [2] :

4.2.1.5 Le code TRIPOLI4 pour le calcul étalon

Le code TRIPOLI4 est un code développé au CEA. Il permet la simulation couplée de particules neutrons et photons en énergie continue. Il utilise une bibliothèque ponctuelle de données nucléaires directement issue de la même évaluation , JEF2.2, « *processée* » par NJOY, que la bibliothèque multigroupe CEA93 d'APOLLO2, raison pour laquelle ce code autorise des comparaisons avec APOLLO2 sans biais concernant les données nucléaires.

La bibliothèque ponctuelle utilisée par TRIPOLI4 contient les sections efficaces ponctuelles reconstruites par NJOY à la température souhaitée, ainsi que d'autres données (des données d'anisotropie, mise en forme du cosinus équiprobable, par exemple) obtenues soit directement à partir de l'évaluation soit également en sortie NJOY. Par ailleurs, pour un traitement plus précis du domaine non résolu, TRIPOLI4 utilise également des tables de probabilité calculées par le biais du code CALENDF [47].

4.2.2 Le calcul déterministe

Le code déterministe utilisé pour la validation du maillage énergétique SHEM est APOLLO2. APOLLO2 [40, 41] est un code modulaire pour le calcul de transport multigroupe à 2 dimensions. Il résout l'équation de transport multigroupe soit par la méthode des probabilités de collision, soit par la méthode S_N à différences finies, nodales ou des caractéristiques. La validation du maillage est effectuée en utilisant la méthode des probabilités de collision, appelée encore la méthode P_{ij} , parce qu'elle avait été validée dans le cadre de la définition de schéma de référence CEA-97 [48].

4.2.2.1 Principe de calcul de probabilités de première collision

La résolution multigroupe de l'équation du transport par la méthode de probabilités de collision est définie par l'équation suivante, donnée pour le groupe g:

$$V_i \Sigma_i^g \Phi_i^g = \sum_{j=1} V_j Q_j^g P_{ij}^g, \tag{4.1}$$

avec *i* et *j* les indices relatifs aux régions *i* et *j*, Φ le flux neutronique, *V* le volume, *Q* la source des neutrons, Σ la section efficace macroscopique et P_{ij} la probabilité de première collision définie dans (2.10).

Le calcul pratique des probabilités de première collision peut être mené de manière très simplifiée en utilisant ce qu'on appelle un « traitement 1D cylindrique » qui permet, par le biais d'approximations, de ramener le problème à considérer à un problème à une dimension. Des études montrent que cette approximation est trop peu adaptée à la résolution de problème hétérogène [5]. Elle doit donc être abandonnée au profit de méthodes plus raffinées.

Il existe essentiellement deux variantes utilisables de la méthode de probabilités de collision. La première est la méthode qualifiée de « 2D exacte »qui se base sur un calcul des matrices des probabilités P_{ij} dans les différentes zones de la géométrie, qui s'obtiennent par intégration des noyaux de transport correspondant sur des cordes. La seconde de ces méthodes, qui se base sur le couplage de l'ensembles des régions de la géométrie par le biais de *courants d'interface* et constitue ce que l'on appelle l'*approximation multicellule* [49]. Le formalisme de courant d'interface le plus précis, UP1 avec flux d'interface linéairement anisotrope, a été choisi dans la validation, conformément aux recommandations établies dans les références [50, 5].



FIG. 4.2 – Cellule combustible constitutive d'un assemblage REL

4.2.2.2 Traitement multicellule

Dans la validation des schémas de calcul, on s'intéresse souvent à la situation dite fondamentale d'un réseau infini et régulier de la maille considérée. Dans notre travail, nous nous sommes intéressés aux mailles des types des réacteurs à eau légère de type PWR et BWR. On peut étendre la validation à d'autres types de géométries (réacteurs à plaques). La maille, elle-même, peut être constituée d'une seule cellule (cas d'une cellule combustible (Fig-4.2)) comme elle peut être constituée de plusieurs cellules (cas d'un absorbant ou trou d'eau entouré de cellules combustible (Fig-4.3)); une cellule de réacteur à eau légère (REL) est généralement formée d'un crayon central (élément de combustible nucléaire, absorbant) et d'autres matériaux (gaine, modérateur), ou un simple trou d'eau. Dans le cas des REL, ces cellules sont représentées par des carrés, dont les bords sont fictifs.



FIG. 4.3 – Maille multicellule 5×5 constituée d'une cellule d'absorbant entourée de cellules combustibles

Les modèles multicellules APOLLO2 pour le calcul des probabilités de collision sont basés sur la notions de cellule et de courant d'interface, avec flux angulaire uniforme ou partiellement anisotrope sur chaque face.

Le plus simple de ces modèles multicellules est le « *modèle ROTH* » dans lequel la cellule réelle est cylindrisée aussi bien pour le calcul des probabilités de collision à l'intérieur de la cellule que pour celui des probabilités de transmission. Le « modèle multicellule UP0 » se distingue du précédent par la différenciation des faces de la cellule réelle. Ceci permet de respecter une caractéristique physique essentielle que n'assure pas le modèle de ROTH : la probabilité de collision d'un coté de la cellule avec luimême est nulle. Ce modèle offre deux options de calcul des probabilités de transmission : soit sur la cellule cylindrisée (mots-clés APOLLO2 UP0 &ROTH) soit sur la cellule carrée réelle (mots-clés UP0 &HETE). Dans le cadre de ce modèle, le flux à l'interface est supposé uniforme en espace par face et isotrope en angle.

Le « *modèle multicellule UP1* » se distingue du modèle UP0 par une représentation de l'anisotropie du flux angulaire par le biais d'un développement dit DP1 comportant trois termes angulaires par face.

Par ailleurs, deux formalismes sont utilisables dans la résolution de l'équation du transport :

- Formalisme Flux : seul le flux est utilisé dans la résolution. Les composantes angulaires des surfaces internes au domaine décrit sont éliminées. On utilise alors une matrice de collision pour l'ensemble des régions situées dans le domaine.
- Formalisme Flux-Courant : les courants d'interface sont utilisés en plus du flux. Ils sont recherchés en premier, à l'aide d'un processus itératif. En pratique, ce formalisme ne modifie pas les résultats, mais il permet un gain notable sur le temps de calcul avec le *modèle UP1*.

4.2.3 Génération des sections efficaces multigroupes

Dans la validation, le code déterministe et le code étalon doivent utiliser des données nucléaires issues de la même évaluation et créées par un même système de processing afin limiter les sources d'erreurs. Au CEA, il existe le système GALILEE (Fig-4.4) basé sur le code de traitement de données nucléaires NJOY et CALENDF assurant cette fonction.

NJOY est le système de traitement de données nucléaires développé au Laboratoire National de Los Alamos (Nouveau Mexique-USA) depuis 1974. C'est un code modulaire permettant, à partir des évaluations des données nucléaires, de créer des paramètres neutroniques ponctuels ou multigroupes (sections efficaces multigroupes, spectres de fission, etc) nécessaires aux codes de transport probabilistes et déterministes.

CALENDF permet notamment, à partir des évaluations, de générer des données nucléaires du domaine non résolu sous forme des tables de probabilité. Ces données sont utilisables par le code TRIPOLI4. Les tables de probabilité créées par CALENDF sont utilisées dans le domaine résolu par APOLLO2 pour calculer l'équivalence hétérogène/homogène dans l'autoprotection.

Les données nucléaires sont obtenues suite au travail des physiciens nucléaires qui va de la mesure, à l'évaluation des mesures complétées par des ajustements sur des modèles nucléaires. Ces données sont par la suite stockées dans des fichiers sous un format standardisé dit format ENDF (Evaluated Nuclear Data File). Il existe plusieurs évaluations



FIG. 4.4 – Chaîne de création de bibliothèques

dans le monde utilisées par les physiciens des réacteurs. Les trois principales évaluations sont :

- ENDF/B (Evaluated Nuclear Data File) aux USA;
- JEFF Joint European File en Europe (maintenue par l'agence de l'énergie nucléaire de l'OCDE) ;la nouvelle version JEFF-3 (Joint European Fission and Fusion file) est désormais utilisé dans APOLLO2.8 et TRIPOLI4 ;
- JENDL/3 (Japanese Evaluated Nuclear Data File) au Japon

Nous rappelons ici la fonction des modules principaux de NJOY utilisés dans la réalisation de la bibliothèque : RENCONR, BROADR, UNRESR, THERMR, GROUPR.

4.2.3.1 Le module RECONR

Le module RECONR part des données nucléaires dans l'évaluation et reconstruit les sections efficaces à 0K pour un isotope donné. Il produit des sections efficaces partielles ponctuelles en énergie entre 10^{-5} et $20 \ MeV$. Pour chaque isotope, RECONR produit un maillage énergétique unique sur lequel chaque section partielle est correctement représentée à un facteur de tolérance près par une interpolation linéaire. Pour chaque isotope les sections efficaces ponctuelles sont stockées dans un même fichier sous format PENDF (Pointwise Energy Nuclear Data File). Les données nucléaires sont réparties en plusieurs types en fonction de la gamme d'énergie considérée. On distingue :

- Les paramètres de résonances établis pour un formalisme donné (Breit-Wigner simple ou multiniveau, Reich-Moore ou Adler-Adler) dans le domaine des résonances résolues;
- les paramètres moyens de résonance associés à des lois de distribution statistique dans le domaine des résonances non résolues;

 les sections efficaces ponctuelles évaluées, associées à une loi d'interpolation entre les points (constante en énergie, linéaire-linéaire, linéaire-log, log-linéaire, log-log) pour les domaines d'énergie où cela a été stipulé dans l'évaluation (en particulier le domaine du continuum).

4.2.3.2 Le module BROADR

Le module BROADR génère des sections efficaces partielles ponctuelles en énergie à une température donnée, en traitant l'élargissement Doppler des résonances par une convolution numérique point par point de la section efficace générée par RECONR. Le module BROADR produit une bibliothèque de sections efficaces ponctuelles en énergie en format PENDF similaire à celui des fichiers issus du module RECONR.

4.2.3.3 Le module UNRESR

Le module UNRESR permet le traitement des résonances non résolues, lesquelles, non décrites individuellement, nécessitent une représentation statistique. Ce module génère une courbe monotone de sections efficaces moyennes point par point pour chaque dilution (ou section équivalente σ_0) demandée par l'opérateur. Les sections efficaces moyennes sont calculées par pondération par le flux de Bondarenko qui traduit la dépression moyenne du flux dans la zone des résonances par une fonction en $1/\Sigma_t$. Après calcul, ces sections efficaces sont stockées dans un fichier de format PENDF.

4.2.3.4 Le module THERMR

Le Module THEMR génère des sections efficaces et des matrices de diffusion dans le domaine thermique, ponctuelles en énergie, qui sont rajoutées aux fichiers de format PENDF issus des précédents modules. Il s'agit de prendre en compte la diffusion dans le domaine thermique où l'agitation thermique du noyau diffuseur dans son environnement doit être considérée. La section efficace de diffusion thermique s'exprime alors à l'aide de lois de diffusion spécifiées par l'évaluateur et obtenues dans le cadre de différentes hypothèses pour le noyau cible : modèles de spectre de vibrations phoniques caractéristique d'une structure cristalline particulière ou modèle du gaz libre. En général, le modèle cristallin retenu permet le calcul de la section de diffusion thermique en approximation incohérente mais certains matériaux, tels le graphite, possèdent une importante composante de diffusion cohérente qui ne permet pas le calcul avec cette approximation.

Le domaine thermique est différent selon le maillage énergétique : il s'arrête à 2,7679eV pour le maillage 99 groupes d'APOLLO1 et va jusqu'au 4eV pour les maillages XMAS et SHEM.

4.2.3.5 Le module GROUPR

Le module GROUPR utilise les sorties des modules RECONR, BROADR, UNRESR qui donnent des sections efficaces ponctuelles en énergie pour calculer :

- les sections efficaces multigroupes pour la réaction x pondérées par le flux ϕ

$$\sigma_x^g = \frac{\int_g \sigma_x(E)\phi(E)dE}{\int_g \phi(E)dE};$$
(4.2)

– les matrices de transfert multigroupe pondérées par le flux ϕ :

$$\sigma_x^{g \to g'} = \frac{\int_{g'} dE' \int_g dE \sigma_x(E \to E') \phi(E)}{\int_g \phi(E) dE}.$$
(4.3)

Au CEA, dans la réalisation des bibliothèques multigroupes pour le code APOLLO2 pour les réacteurs thermiques, on distingue deux types de flux de pondération selon la nature de l'isotope.

- 1. Pour les isotopes à dilution infini, le flux de pondération ϕ doit représenter au mieux le spectre neutronique réel du réacteur. Le flux de pondération utilisé dans :
 - $-E \leq E_C = 1, 3 MeV$: un spectre de fission représenté par un spectre maxwellien à la température $T_C = 1, 29 MeV$
 - $-~E \leq E_B = 0, 1 eV$: un spectre de maxwellien dont la température thermique est $T_B = 0,025 eV$
 - $-E_B \leq E \leq E_C$: un spectre de ralentissement en 1/E;
- 2. *Pour les isotopes effectifs* (isotopes qui nécessitent d'être autoprotégés), on distingue deux flux selon le domaine énergétique :
 - dans le domaine résolu, la fonction de pondération ϕ est solution de l'équation de structure fine de flux :

$$r_0\phi - (\sigma_{t0} + \sigma_e)\phi + \sigma_e = 0. \tag{4.4}$$

Cette équation est résolue point par point en énergie avec l'hypothèse du choc élastique et isotrope dans le centre de masse :

$$\sigma_{s0} = \sigma_{s0}(u') \frac{e^{u'-u}}{1-\alpha} \tag{4.5}$$

sur le maillage énergétique donné dans le fichier PENDF issu du module BROADR.

 dans le domaine non résolu, le flux de pondération solution de la structure fine de flux avec l'approximation NR :

$$\phi(E,\sigma_e) = \frac{\sigma_e + \sigma_p}{\sigma_{t0} + \sigma_e} \frac{1}{E}.$$
(4.6)

4.2.4 Paramètres de comparaison

La comparaison APOLLO2/TRIPOLI4 porte sur plusieurs paramètres :

- le facteur de multiplication K_{∞} et les paramètres phénoménologiques du bilan neutronique pour évaluer la performance globale du maillage SHEM;
- les taux de réaction des principaux noyaux résonnants dans chaque domaine d'énergie pour valider la performance local du maillage SHEM;
- le cœfficient de vide pour valider la pertinence du maillage SHEM dans le calcul délicat des réacteurs BWR.

4.2.4.1 Bilan neutronique et nouvelle formule des six facteurs

Le facteur de multiplication du réseau K_{∞} est le paramètre neutronique le plus synthétique; il s'écrit, dans un calcul sans fuite :

$$K_{\infty} = \frac{P}{S} = \frac{P_1 + P_2}{S}.$$
(4.7)

La comparaison des facteurs de multiplication ne suffit généralement pas pour conclure. Des compensations d'erreurs peuvent se produire et conduire à une interprétation erronée. Il est possible de faire apparaître ces compensations en décomposant le facteur de multiplication suivant la formule dite des six facteurs [5] :

$$K_{\infty} = \chi_{n,2n} \cdot \epsilon_{pair} \cdot \epsilon_{impair} \cdot p \cdot f \cdot \eta.$$
(4.8)

avec :

 $-\chi_{n,2n}$ le facteur de la réaction à seuil (n,2n),

- $-\epsilon_{pair}$ le facteur de fission rapide des noyaux pairs,
- $-\epsilon_{impa}$ le facteur de fission rapide des noyaux impairs,
- p le facteur anti-trappe,
- f le facteur d'utilisation thermique,
- $-\eta$ le facteur de reproduction des neutrons thermiques.

Le calcul des six facteurs proposé dans la référence [5] n'élimine pas totalement la compensation d'erreur entre ces facteurs. Nous proposons donc une nouvelle méthode de calcul permettant d'éliminer la redondance des erreurs dans les six facteurs. Avant d'expliciter ces termes, il importe de définir quelques notations utilisées dans cette méthode.

On désigne par les indices « 1 » le domaine rapide ($\geq 0,625$ eV), « 2 » le domaine thermique ($\leq 0,625$ eV), « *pair* » les actinides pairs, « *impair* » les actinides impairs et « c » le combustible.

On note :

- S : la source des neutron qui est généralement normalisée à 1.
- P : la production totale dans le système; elle est la somme de la production pair et impair et également la somme de la production rapide et thermique :

$$P = P_1 + P_2; (4.9)$$

– A : l'absorption totale qui s'écrit :

$$A = A_1 + A_2; (4.10)$$

– C : la capture radiative totale qui s'écrit :

$$C = C_1 + C_2; (4.11)$$

– F : la fission totale qui s'écrit :

$$F = F_{pair} + F_{impair} = F_1 + F_2; (4.12)$$

Les six facteurs peuvent dont être calculés comme suit :

 $-\chi_{n,2n}$ est défini par :

$$\chi_{n,2n} = \frac{A}{S} = \frac{A_1 + A_2}{S}; \tag{4.13}$$

 $-\epsilon_{pair}$: le facteur de fission des actinides pair {U234, U236, U238, Pu238, Pu240, Pu242, ...} dans le domaine rapide qui est défini comme étant le rapport de production par absorption des neutrons dans le système par rapport au même rapport dans un système où les noyaux pairs sont considérés non fissiles :

$$\epsilon_{pair} = \frac{\frac{P_1 + P_2}{A_1 + A_2}}{\frac{P_{1,impair} + P_2}{A_1 - F_{1,pair} + A_2}};$$
(4.14)

- ϵ_{impair} le facteur de fission des actinides impair {U235, Pu239, Pu241, Am241, ...} dans le domaine rapide; ce facteur constitue l'apport de production des neutrons rapides des noyaux impairs par rapport aux productions thermiques, il est donc défini comme étant le rapport de la production par rapport au fission dans un système où les noyaux pairs sont considéré non fissiles dans le domaine rapide par rapport à ce rapport dans un système où il y a pas de production dans le domaine rapide :

$$\epsilon_{impair} = \frac{\frac{P_{1,impair} + P_2}{\overline{A_1 - F_{1,impair} + A_2}}}{\frac{P_2}{\overline{A_1 - F_{1,pair} - F_{1,impair} + A_2}};$$
(4.15)

 p le facteur anti-trappe défini par la probabilité, pour un neutron, de ne pas être absorbé dans un système sans fission rapide :

$$p = \frac{A_2}{A1 - F_{1,pair} - F_{1,impair} + A_2};$$
(4.16)

f le facteur d'utilisation thermique qui représente la probabilité des neutrons thermiques d'être absorbés dans le combustible :

$$f = \frac{A_{2,c}}{A_2};$$
 (4.17)

 $-\eta$ le facteur de multiplication neutronique qui définit le rapport des neutrons produits par rapport au neutrons absorbés dans le domaine thermique par le combustible :

$$\eta = \frac{P_2}{A_{2,c}};\tag{4.18}$$

4.2.4.2 Comparaison des taux de réaction

Dans la démarche de validation nous comparons les taux de réactions obtenus avec un calcul APOLLO2 par rapport aux résultats de calcul étalon TRIPOLI4. Les calculs APOLLO2 sont effectués avec les maillages XMAS et SHEM. La comparaison des taux de réaction est détaillée sur 12 domaines d'énergie judicieusement choisis afin de permettre l'analyse physique des résultats. Nous avons, par exemple, séparé les principaux résonances de l'U238. Le calcul des taux de réactions est effectué avec une normalisation à un seul neutron source.

4.3 Description des schémas de calcul avec le maillage SHEM

Pour valider le maillage SHEM et comparer sa performance par rapport au maillage XMAS, nous réalisons des calculs déterministes avec APOLLO2 utilisant des bibliothèques de sections efficaces multigroupes au format SHEM et XMAS. Pour chaque maillage on associe un schéma de calcul qui est un ensemble de recommandation choisissant des options de calcul parmi l'ensemble d'options offertes dans le code déterministe.

Dans le calcul déterministe avec APOLLO2, il est nécessaire de définir un schéma de calcul adapté à chaque maillage multigroupe. Le schéma de référence [50] est adapté au maillage multigroupe XMAS.

Le schéma de calcul APOLLO2-SHEM ne diffère de APOLLO2-XMAS que par le schéma de calcul d'autoprotection. Puisque la partie fine du maillage SHEM couvre un domaine plus large que celle de XMAS, nous aurons donc moins de résonances à autoprotéger. Nous présentons donc le schéma d'autoprotection adaptée au maillage SHEM.

Énergie	Groupes	Pij	Modèle de
	1		ralentissement
[49,9keV 2,29keV]	[43 62]	ROTH×4	
$\begin{bmatrix} 2,29keV & 61,44eV \end{bmatrix}$	[63 85]	UP1	
[61, 44eV 40, 17eV]	[86 89]	ROTH×4	ST
$\begin{bmatrix} 40, 17eV & 33, 72keV \end{bmatrix}$	[90 90]	UP1, HETE	

TAB. 4.1 – Option de calcul d'autoprotection de l'U238

4.3.1 Les actinides

Nous présentons la stratégie de calcul d'autoprotection adaptée au maillage SHEM pour les actinides. Pour le combustible UOX, on autoprotège les noyaux U238 et U235; l'U236 est à autoprotéger en plus de l'U238 et l'U235 en évolution ou dans le combustible URE. Dans le combustible MOX, on recommande l'autoprotection de l'U238, U235, Pu239, Pu240 et le Pu242. On remarque qu'il n'est plus nécessaire avec SHEM d'autoprotéger U234, Pu241, Am241, Am243 et Cm244.

Le Zrnat constituant la gaine du combustible des REL est à autoprotéger également.

- <u>Uranium238</u>

La précision de calcul des Pij pour l'autoprotection de l'U238 est choisie selon l'énergie : UP1, HETE pour les grandes résonances et ROTH×4 ailleurs. L'autoprotection de l'U238 est traitée spatialement dans le combustible ; on a montré que 4 couronnes (50%, 30%, 15%, 5%) étaient suffisantes [50]. Le calcul d'autoprotection au dessus de 22,5eV est basé sur la Méthode Directe. Le tableau (TAB-4.1) résume les options de calcul d'autoprotection de l'U238.

- Uranium235



- <u>Plutonium239</u>

4.3 Description des schémas de calcul avec le maillage SHEM

$10^{-4} eV$	22,	5eV 24,	6 eV				19, 6 MeV
&DOPP		Rien			ST		
281	94	93 93	92				1
– <u>Plutoni</u>	um	$\underline{240}$					
$10^{-4} eV$	22,	5eV $($	33,7eV				19, 6 MeV
&DOPP		Rien			ST		
281	94	93 9	91 90				1
– <u>Plutoni</u>	um	242					
$10^{-4}eV$	22,	5 eV					19, 6 MeV
&DOPP					ST		
4 281	94	93					1
– <u>Zrnat</u>							
$10^{-4} eV$				132, 7eV			19, 6 MeV
		Rien				ST	
281				82 81			1

4.3.2 Absorbants Hafnium

Dans le maillage SHEM, les résonances de hafnium sont décrites avec un maillage fin; par conséquent on retrouve des groupes d'énergie avec un niveau très haut de la section d'absorption des isotopes du hafnium, ce qui cause spatialement un dépression brusque dans le crayon de hafnium. Bien qu'une discrétisation spatiale 50%-30%-15%-5% (recommandée dans les crayons combustibles) soit acceptale, notre étude d'optimisation du maillage spatiale nous permet de recommander la décomposition du crayon Hf en 5 couronnes réparties, du centre à la périphérie, de la manière suivante : 60%, 25%, 9%, 4% et 1% du volume.

- <u>Hafnium176</u>

$10^{-4}eV$	22,	5 eV	45,	8eV		19,6 MeV
&DOPP		Rien			ST	
281	94	93	88	87		1
– <u>Hafnium17</u>	7					
$10^{-4} eV$	22,	5eV				19, 6 MeV
&DOPP					ST	
4 281	94	93				1
– <u>Hafnium17</u>	<u>′8</u>					
$10^{-4} eV$	22,	5eV	88	,9eV		19,6 <i>MeV</i>
&DOPP		Rien			ST	
281	94	93	84	83		1
– <u>Hafnium17</u>	<u>′9</u>					
$10^{-4} eV$	22,	5 eV				19,6 MeV
&DOPP					ST	-
4 281	94	93				1
– <u>Hafnium18</u>	<u>80</u>					
$10^{-4} eV$		61, 4eV	/			19, 6 MeV
Rien					ST	
2 81		86 85				1

4.3.3 Les barres de controle en AIC

Nous observons le même phénomène dans la barre de contrôle AIC que dans le crayon hafnium quant à la dépression du flux dans les groupes fins. Nous recommandons également la décomposition de la barre en 5 couronnes réparties, du centre à la périphérie, de la même manière : 60%, 25%, 9%, 4% et 1% du volume.

- Argent107

$10^{-4}eV$	22,	5 eV	40	, 2eV		11,	1 keV	19, 6 MeV
&DOPP		Rien			ST			Rien
281	94	93	90	89		56	55	1
- Argent109								
$10^{-4} eV$	22,	5 eV	27,	6 eV		55,	2keV	19, 6 MeV
&DOPP		Rien			ST			Rien
281	94	93	92	91		41	40	1
– <u>Indium115</u>	1							
$10^{-4}eV$	22,	5 eV				11,	1 keV	19, 6 MeV
&DOPP					ST			Rien
2 81	94	93				56	55	1

4.3.4 Gadolinium

Bien que le maillage SHEM permettrait d'éviter tout calcul d'autoprotection pour les isotopes Gd dans un crayon de poison consommable UO_2 -GdO₃, il est recommandé la stratégie ci-dessous pour les calculs de référence :

```
- <u>Gadolinium155</u>
```



- <u>Gadolinium157</u>


4.4 Validation du combustible UOX neuf

Nous testons dans ce benchmark un calcul d'un réseau de type REP au pas carré 1.26 cm (Fig-4.2). Il s'agit d'un crayon REP standard entouré d'une gaine en zircaloy. Le combustible utilisé est un UOX neuf à 3,7% d'enrichissement en U235.

Nous commençons la validation du combustible UOX par une configuration homogène, où nous avons dilué la quantité de combustible dans le crayon du réseau sur toute la cellule. Cette étape vise à réduire les effets dus au calcul Pij dans la configuration hétérogène.

Nous avons réalisé des tests sur un calcul réseau à plusieurs taux de vides : froid, chaud, 40% et 80% de taux de vide. Nous nous contentons de présenter les résultats de calcul sur une configuration à 40% de taux de vide représentatif d'un configuration à mihauteur d'un réacteur à eau bouillante. Les résultats concernant les configurations aux autres taux de vide sont présentés dans l'annexe B.1.

Nous rappelons que les incertitudes statistiques sur les calculs des taux de réaction avec TRIPOLI4 sont très faibles et de l'ordre de quelques centièmes de pourcent (0,01%). Pour avoir une idée sur ces incertitude, nous les présentons pour un le prmier benchmark.

4.4.1 Validation pour le cas milieu homogène UOX à 40% de taux de vide

Ce benchmark consiste en une cellule homogène en milieu infini. Le but de ce benchmark est de tester un calcul dans une configuration homogène est d'éliminer au maximum les bais dus aux approximations des calculs Pij (approximation multicellule).

Les résultats obtenus de ce benchmark montrent que le calcul de flux en milieu homogène est plus précis avec SHEM qu'avec XMAS (TAB-4.2).

Les résultats concernant les taux de capture et de fission de l'U238 sont présentés dans le tableau (TAB-4.3) pour le cas du milieu homogène UOX à 40% de taux de vide.

Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	${\rm cm}^{-2}.{\rm s}^{-1}$	(%)	(%)
1) 20MeV	3.27e+00	0.20	0.29
2) 2,23MeV	1.11e+01	-0.39	0.09
$3) 494 \rm keV$	1.60e+01	0.14	-0.02
4) 11,1keV	6.39e+00	-0.13	-0.08
5) $748 eV$	4.49e+00	-0.87	-0.30
6) 75eV	1.04e+00	0.92	-0.65
7) 40eV	8.22e-01	-0.97	-0.60
8) $22,53 eV$	1.48e-01	-3.17	-1.39
9) $19,39 eV$	1.11e+00	-1.13	-0.65
10) 8,3 eV	7.24e-01	-3.28	-1.24
11) 4,0eV	3.36e+00	-1.78	-0.88
12) 0,19 eV	1.64e + 00	-2.16	-0.83
Total	5.01e+01	-0.39	-0.15

4.4 Validation du combustible UOX neuf

TAB. 4.2 – Flux pour le cas milieu homogène UOX à 40% de taux de vide

La comparaison des taux de fission concerne uniquement les deux macrogroupes 1 et 2 du tableau, parce qu'ailleurs la section de fission de l'U238 est nulle. Ce tableau montre que l'objectif de 1% est atteint quant à la précision de calcul de la capture de l'U238 avec le maillage SHEM. En effet, le maillage SHEM permet un calcul plus précis de la capture dans les deux premières résonances de l'U238 que XMAS associé au modèle d'autoprotection d'APOLLO2.

Le tableau (TAB-4.3) montre que la fission rapide de l'U238 est calculé avec précision (+0,38% avec SHEM contre +0,86% avec XMAS), parce que la réaction du fission de l'U238 est mieux discrétisée avec SHEM.

Les résultats concernant les taux de capture et de fission de l'U235 sont résumés dans le tableau (TAB-4.4). Le tableau montre un calcul satisfaisant de la capture et la fission de l'U238 avec SHEM sans modèle d'autoprotection. On constate que la protection mutuelle de la résonance de l'U238 sur la fission et la capture de l'U235 (groupe 8) est bien prise en compte avec SHEM (-1,3% avec SHEM contre 80% avec XMAS).

4.4.2 Validation pour le réseau UOX à 40% de taux de vide

Nous présentons les résultats de calcul sur le benchmark de la cellule REL 40% de taux de vide représentatif d'une configuration à mi-hauteur d'un réacteur à eau bouillante en fonctionnement.

Les résultats du bilan neutronique sont présentés dans le tableau (TAB-4.5). on vérifie que les différents paramètres phénoménologiques du bilan neutronique sont calculés d'une

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	38	-0.61	-0.08	1316	0.20	0.27
2) 2,23MeV	790	-0.65	0.08	1023	1.71	0.50
3) 494keV	2791	0.52	0.46			
4) 11,1keV	4504	1.41	1.33			
5) 748eV	6979	4.18	2.85			
6) 75eV	1649	1.33	2.14			
7) 40eV	3547	0.61	2.41			
8) 22,53eV	3752	2.75	0.53			
9) $19,39 eV$	542	2.64	-0.17			
10) 8,3 eV	6288	4.26	-0.12			
11) 4,0eV	1495	-1.68	-0.87			
12) 0,19eV	2067	-2.06	-0.84			
Total	34429	2.11	1.09	2343	0.8	0.38

TAB. 4.3 – Taux de réaction de l'U238

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	3	-0.29	-0.29	155	0.16	0.26
2) 2,23MeV	48	-0.79	0.05	513	-0.34	0.11
$3) 494 \mathrm{keV}$	275	0.06	0.09	1027	0.13	0.06
4) 11,1keV	560	-0.34	0.31	1348	-0.64	-0.36
5) $748 eV$	1304	-1.01	-0.25	3116	-2.05	-0.51
6) 75 eV	680	-0.00	-0.36	1557	0.21	-1.43
7) 40eV	814	-4.12	-2.94	1490	-3.99	-3.00
8) $22,53 eV$	118	80.3	-1.34	164	41.1	-0.43
9) $19,39 eV$	1552	0.17	0.93	2556	0.00	0.42
10) 8,3 eV	553	-0.33	-0.44	382	-6.62	-0.62
11) 4,0eV	2054	-1.50	-0.80	9660	-1.46	-0.79
12) 0,19eV	3777	-2.00	-0.79	22220	-2.00	-0.79
Total	11713	-0.63	-0.54	44155	-1.56	-0.75

TAB. 4.4 – Taux de réaction de l'U235

Paramètre	T4	$\sigma(T4)$	E (XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00159	9	5	5
ϵ_{pair}	1.05086	2	1	-32
ϵ_{impair}	1.17342	7	93	-39
р	0.58294	5	-234	101
f	0.96305	1	8	6
η	1.86758	10	1	2
K_{∞}	1.29491	11	-126	42

TAB. 4.5 – Bilan neutronique d'une cellule UOX à 40% de taux de vide

manière satisfaisante pour la cas du maillage SHEM. Le facteur de fission rapide-épithermique dans l'U235 ϵ_{impair} et le facteur anti-trappe p sont mieux calculé avec SHEM. Ceci montre que l'on calcule avec plus de précision les absorptions dans les résonances.

Le tableau (TAB-4.6) présente les résultats de calcul du flux dans le combustible. Le flux est très bien reproduit avec la maillage SHEM.

– <u>Taux de réaction</u>

Les résultats concernant les taux de capture et de fission de l'U238 sont présentés dans le tableau (TAB-4.7) pour le cas du réseau UOX à 40% de taux de vide .

Ce tableau met en évidence l'amélioration du calcul de la capture U238 avec SHEM. La capture des deux résonances de l'U238 à 6,7 et 20,9eV est calculée avec une précision meilleure que la précision cible de 1% (groupes 8 et 10). Les écarts sur la capture et le flux ont la même tendance. A contrario, avec XMAS, l'autoprotection de la résonance à 20,9eV (groupe 8) La résonance à 36eV (groupe 7) est mieux calculé dans SHEM avec le modèle d'autoprotection que dans XMAS car elle est centrée dans SHEM (Fig-4.5).

L'écart de calcul de la fission rapide de l'U238 avec le maillage SHEM suit celui du flux (groupes 1 et 2). En revanche, on constate avec XMAS des écarts importants surtout dans le groupe 2 où la capture est surestimé de +0.7% dans un flux sous-estimé de -1.1%.

Les résultats concernant les taux de capture et de fission de l'U235 sont présentés dans le tableau (TAB-4.8) pour le cas UOX à 40% de taux de vide.

Ce tableau montre que la capture et la fission de l'U235 sont bien calculées avec SHEM surtout dans le domaine inférieur à 22,5eV où le maillage est suffisamment fin. On remarque que l'erreur due à l'effet de la protection mutuelle de l'U238 sur l'U235 (à 6,7eV et 20,9eV) est éliminée avec le maillage SHEM qui enregistre des écarts de -0,1% et +1,6% dans les macrogroupes 10 et 8 contre +3,8% et +119% avec XMAS.

Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	${\rm cm}^{-2}.{\rm s}^{-1}$	(%)	(%)
1) 20MeV	2.07e+00	-0.61	-0.73
2) 2,23MeV	4.57e+00	-1.07	-0.56
3) 494keV	5.45e+00	0.23	-0.05
4) 11,1keV	2.15e+00	0.52	0.53
5) 748eV	1.57e+00	0.26	0.67
6) 75eV	3.78e-01	2.02	0.43
7) 40eV	3.01e-01	0.99	1.29
8) $22,53 eV$	5.29e-02	3.88	-0.79
9) 19,39eV	4.30e-01	-0.10	-0.20
10) 8,3 eV	2.84e-01	0.28	-0.69
11) 4,0eV	1.43e+00	-0.26	-0.12
12) 0,19eV	9.45e-01	-0.34	0.20
Total	1.96e+01	-0.14	-0.10

TAB. 4.6 – Flux pour le cas du réseau UOX à 40% de taux de vide

		Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)	
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)	
1) 20MeV	70	-0.87	-0.73	2563	-0.63	-0.75	
2) 2,23MeV	969	-1.38	-0.55	1466	0.70	-0.38	
3) 494keV	2844	0.42	0.17				
4) 11,1keV	4024	0.46	0.43				
5) 748eV	5492	0.71	0.78				
6) 75eV	1298	-1.55	-1.28				
7) 40eV	2880	-2.33	0.17				
8) $22,53 eV$	2905	-1.15	-0.62				
9) $19,39 eV$	646	3.45	0.43				
10) 8,3 eV	5580	0.75	-0.99				
11) 4,0eV	1948	-0.11	-0.07				
12) 0,19eV	3809	-0.43	0.02				
Total	32444	-0.06	-0.07	4033	-0.14	-0.61	

TAB. 4.7 – Taux de réaction de l'U238 (réseau UOX à 40% de taux de vide

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	4	-0.81	-0.81	215	-0.63	-0.74
2) 2,23MeV	42	-1.38	-0.54	464	-1.00	-0.54
3) 494keV	203	0.08	0.06	761	0.17	0.01
4) 11,1keV	413	0.74	0.89	994	0.28	0.39
5) 748eV	995	0.59	1.19	2387	-0.83	0.43
6) 75eV	535	0.85	0.52	1226	1.02	-0.50
7) 40eV	649	-3.12	-2.69	1192	-2.96	-2.72
8) 22,53eV	82	118.73	1.57	124	56.08	1.91
9) 19,39eV	1270	1.21	1.84	2113	1.21	1.37
10) 8,3eV	464	3.83	-0.13	320	-1.78	-0.33
11) 4,0eV	1928	0.29	0.26	9117	0.27	0.18
12) 0,19eV	5021	-0.41	0.03	29591	-0.41	0.02
Total	11576	0.78	0.27	48453	-0.14	0.05

TAB. 4.8 – Taux de réaction de l'U235



FIG. 4.5 – Résonance de l'U238 à E_0=36,7eV

K_{∞}	Froid	Chaud	Chaud 40%	Chaud 80%
			taux de vide	taux de vide
TRIPOLI4	1.43738	1.39489	1.29491	1.05876
	± 0.00012	± 0.00011	± 0.00011	± 0.00010
APOLLO2-XMAS	-52	-92	-126	-344
APOLLO2-SHEM	49	27	42	-187

TAB. 4.9 – Cœfficient de vide pour les assemblages UOX

4.4.3 Validation du cœfficient de vide

Le tableau (TAB-4.9) présente la comparaison APOLLO2/TRIPLOI4 du calcul du facteur de multiplication en fonction du taux de vide : Froid, Chaud, 40% et 80% de taux de vide. Le facteur de multiplication K_{∞} est calculé avec une précision satisfaisante avec SHEM, particulièrement à forts taux de vide où la précision cible de 300pcm est atteinte. L'utilisation de SHEM permet ainsi de réduire la dérive négative en réactivité avec le durcissement du spectre constatée avec XMAS.

4.5 Validation pour le réseau Uranium Retraité Enrichi

Nous testons dans cette validation un calcul d'un réseau de type REP au pas carré 1.26 cm (Fig-4.2). Le combustible utilisé est un oxyde d'uranium de retraitement réenrichi (URE) à 3,7% d'enrichissement en U235. Il se distingue de l'UOX neuf par une plus grande concentration en U234 et U236.

Ce benchmark vise principalement à valider le calcul des absorptions dans les résonances de l'U236 et l'U234.

– Bilan neutronique

Les résultats de calcul du bilan neutronique de la cellule URE sont présentés dans le tableau (TAB-4.10). Le calcul du bilan neutronique est satisfaisant à la fois avec XMAS que SHEM.

- Taux d'absorption de l'U234 et l'U236

Les résultats concernant les taux d'absorption de l'U236 sont présentés dans le tableau (TAB-4.11). Ce tableau montre que le calcul APOLLO2 avec SHEM de la résonance à 5,45eV de l'U236 est satisfaisant (+0,8% le groupe 10) et aussi précis que le calcul XMAS nécessitant un formalisme d'autoprotection sophistiqué et coûteux.

Paramètre	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00114	2	3
ϵ_{pair}	1.02844	-27	-26
ϵ_{impair}	1.06664	0	-21
р	0.74260	-32	59
f	0.92411	52	51
η	1.86037	-0	-6
K_{∞}	1.40206	-5	59

TAB. 4.10 – Bilan neutronique d'une cellule URE

Le tableau (TAB-4.12) présente les écarts de calcul APOLLO2/T4 des taux d'absorption de l'U234. L'écart avec XMAS (+6,22%) sur le calcul d'absorption de la principale résonance de l'U234 à 5,16eV est réduit à 0,74% grâce au maillage fin de SHEM.

4.6 Validation du combustible MOX neuf

Nous testons dans ce benchmark un calcul du combustible MOX d'un réseau de type REL au pas carré 1.26 cm (Fig-4.2). Il s'agit d'un crayon REL standard entouré d'une gaine en zircaloy. Le combustible est un MOX neuf enrichi à 7% en Pu.

Le but de ce test est de valider le calcul des absorptions résonnantes des principaux isotopes du plutonium et de l'U238.

Nous avons réalisés des tests sur ce réseau MOX à plusieurs taux de vides : Froid, Chaud, 40% et 80% de taux de vide. Nous nous contentons de présenter les résultats de calcul sur une configuration à 40% de taux de vide représentatif d'un configuration à mi-hauteur d'un réacteur à eau bouillante. Les résultats concernant les configurations aux autres taux de vide sont présentés dans l'annexe B.2.

4.6.1 Validation pour le cas MOX neuf à 40% de taux de vide

– Bilan neutronique

Le tableau (TAB-4.13) résume la comparaison APOLLO2/TRIPOLI4 de calcul du bilan neutronique d'un réseau MOX neuf à 40% de taux de vide. On remarque d'abord que le facteur anti-trappe dans les réseaux MOX est beacoup plus faible que celui dans le réseau UOX neuf pour le même taux de vide (p=0,39 dans un MOX contre 0,58 dans un UOX à 40% de taux de vide). On vérifie donc que les absorptions résonantes sont beacoup plus importantes à cause de nombreuse résonances du Pu239, Pu240, Pu241, Pu242 et Am241, ce qui rend leurs calculs plus délicats dans le cas MOX. On observe aussi sur le calcul

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	36	-1.25	-0.87
2) 2,23MeV	49	-0.99	-0.40
3) 494keV	32	2.13	2.00
4) 11,1keV	70	-19.29	-19.26
5) 748eV	217	-0.05	0.86
6) 75eV	192	-0.08	0.11
7) 40eV	81	-9.80	-8.60
8) $22,53 eV$	0	6.05	-0.71
9) $19,39 eV$	2	-0.66	-0.31
10) 8,3 eV	877	0.44	0.80
11) 4,0eV	36	0.13	-0.05
12) 0,19eV	133	-0.04	0.14
Total	1726	-1.06	-0.65

TAB. 4.11 – Taux d'absorption de l'U236 (benchmark URE)

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	4	-1.23	-0.85
2) 2,23MeV	7	-1.23	-0.40
$3) 494 \mathrm{keV}$	3	0.67	0.13
4) 11,1keV	5	1.65	1.63
5) 748eV	28	-1.58	-2.06
6) 75eV	9	-0.56	0.11
7) 40eV	16	-0.58	1.40
8) $22,53 eV$	0	14.94	-2.15
9) $19,39 eV$	0	-0.73	-0.33
10) 8,3 eV	237	6.22	0.74
11) 4,0eV	26	0.51	0.15
12) 0,19eV	177	-0.06	0.11
Total	513	2.76	0.33

TAB. 4.12 – Taux d'absorption de l'U234 (benchmark URE)

Paramètre	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00180	1	1
ϵ_{pair}	1.08697	-257	-299
ϵ_{impair}	1.53033	491	346
р	0.39266	-398	-22
f	0.98733	-9	-11
η	1.64400	49	65
K_{∞}	1.06211	-126	79

TAB. 4.13 – Bilan neutronique d'une cellule MOX neuf à 40% de taux de vide

des fissions résonnantes du Pu (ϵ_{impair}) des écarts plus importants par rapport au UOX. Cependant, grâce au maillage SHEM, le facteur anti-trappe est déterminé avec précison (-22 contre -400 avec XMAS).



FIG. 4.6 – Protection mutuelle des résonances de l'U238, Pu240 et Pu239 aux alentours de 36eV

– Taux de réaction de l'U238 et Pu239, Pu240 et Pu241

Le tableau (TAB-4.14) présente les résultats de calcul du flux dans un réseau MOX neuf à 40% de taux de vide. Le calcul du flux est satisfaisant avec SHEM, qui devient légèrment plus négatif au cours de ralentissement à cause de la sous-estimation du courant de ralentissement. Cette sous-estimation s'explique par la surestimations des absorptions dans

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	${\rm cm}^{-2}.{\rm s}^{-1}$	(%)	(%)
1) 20MeV	2.19e+00	-0.84	-0.77
2) 2,23MeV	4.54e+00	-1.12	-0.29
$3) 494 \rm keV$	5.37e + 00	0.28	0.11
4) 11,1keV	2.11e+00	0.57	0.50
5) $748 eV$	1.50e+00	0.43	0.59
6) 75eV	3.36e-01	0.66	-0.97
7) 40eV	2.87e-01	0.04	0.07
8) $22,53 eV$	4.59e-02	6.53	-1.83
9) $19,39 eV$	3.66e-01	-0.71	-1.15
10) 8,3 eV	2.38e-01	-0.46	-1.71
11) 4,0eV	6.77e-01	-1.41	-1.30
12) 0,19eV	1.54e-01	-0.33	0.45
Total	1.78e+01	-0.25	-0.14

4.6 Validation du combustible MOX neuf

TAB. 4.14 – Flux pour le cas MOX neuf à 40% de taux de vide

les résonances par le modèle d'autoprotection dans le domaine où le maillage SHEM est large (au dessus de 22,5eV).

Les résultats concernant les taux de capture et de fission de l'U238 sont présentés dans le tableau (TAB-4.15) pour le réseau MOX neuf à 40% de taux de vide .

Ce tableau montre que le maillage SHEM calcule mieux la capture de l'U238 dans les deux premières résonances. En effet, la sous-estimation des taux capture dans les groupes 8 et 10 est cohérente avec la sous-estimation du courant de ralentissement : on vérifie que ces écarts (-1,9 dans le groupe 8 et -2,3% dans 10) suivent bien les mêmes écarts que ceux du calcul de flux (-1,83% dans le groupe 8 et -1,71% dans 10). Au dessus de 22,5eV, un écart apparaît dans la 3^e résonance de U238 dû à la protection mutuelle entre l'U238 et le Pu240 dans le groupe 6 aux énergies respectives des pics 36,7eV et 38,8eV (Fig-4.7). Dans la 4^e résonance de U238 à 66eV, le taux de capture U238 est surestimé dans XMAS et SHEM du fait du recouvrement des résonances U238/Pu239/Pu240. Il serait intéressant d'appliquer dans ce groupe la technique de l'autoprotection de mélange développée par Coste [26, 27].

Les résultats concernant les taux de capture et de fission du Pu239 sont présentés dans le tableau (TAB-4.16) pour le cas du MOX neuf à 40% de taux de vide .

Ce tableau montre le calcul de la capture la fission du Pu239 est satisfaisant avec SHEM. L'effet de protection mutuelle de l'U238 et Pu240 sur le Pu239 est bien réduit par SHEM aux alentours de 21eV (2^e résonance de l'U238). L'écart de calcul, tant pour la fission que pour la capture, passe de -20% avec XMAS à -0,1%. La réduction de cet écart est due au maillage fin de de SHEM (Fig-4.7).

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	70	-1.10	-0.67	2606	-0.88	-0.81
2) 2,23MeV	918	-1.41	-0.25	1411	0.50	-0.29
$3) 494 \rm keV$	2683	0.46	0.25			
4) 11,1keV	3824	0.50	0.40			
5) 748eV	5131	1.23	1.01			
6) 75eV	1097	2.43	5.05			
7) 40eV	2601	-0.87	1.80			
8) 22,53eV	2567	0.34	-1.90			
9) $19,39 eV$	534	-1.28	-0.68			
10) 8,3 eV	4765	-0.13	-2.30			
11) 4,0eV	802	-1.37	-1.31			
12) 0,19eV	577	-0.10	0.60			
Total	25577	0.27	0.02	4020	-0.39	-0.62

TAB. 4.15 – Taux de réaction de l'U238 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide

Le problème de la protection mutuelle entre le Pu239 et Pu240 demeure au dessus de 22,5eV. On enregistre des écarts significatifs (+10% avec XMAS et +7% avec SHEM) dans le macrogroupe 7 correspondant au domaine d'énergie 75 à 40eV. L'effet de la protection mutuelle dans ce domaine est observé particulièrement à deux endroits : au alentours de 42eV (Fig-4.6) et aux alentours de 66eV (Fig-4.8).

Les résultats concernant les taux d'absorption du Pu240 sont présentés dans le tableau (TAB-4.17) pour le cas du MOX neuf à 40% de taux de vide. Ce tableau montre des résultats de calcul satisfaisants pour à la résonance à 1eV du Pu240 avec les deux maillages : un écart de -1,3% dans le macrogroupe 11 est observé avec SHEM, cohérent avec la sous-estimation du flux (-1,3%) dans le même groupe.

SHEM élimine le problème de la protection mutuelle de l'U238 sur le Pu240 à 20,5eV rencontré dans le calcul d'autoprotection (+20% avec XMAS dans le macrogroupe 8). Le recouvrement des résonances est présenté dans la figure (Fig-4.7).

Au dessus de 22,5eV, des écarts importants dans le macrogroupe 5 [40eV, 75eV] dus essentiellement au recouvrement des résonances de l'U238, Pu240 et Pu239 aux alentours de 66eV (Fig-4.8). Un effet anti-ombre est plus ressenti dans SHEM que XMAS dans le macrogroupe 7 car les résonances de l'U238 et Pu240 sont dans un même groupe de SHEM sans qu'il y ait recouvrement (Fig-4.6).

Les résultats concernant les taux de capture et de fission du Pu241 sont présentés dans le tableau (TAB-4.18) pour le cas du MOX neuf à 40% de taux de vide.

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	T4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	2	-1.10	-0.68	370	-0.86	-0.77
2) 2,23MeV	30	-1.47	-0.22	744	-1.03	-0.29
3) 494keV	165	0.14	0.13	758	0.31	0.11
4) 11,1keV	504	0.32	0.33	661	0.50	0.39
5) 748eV	1655	-1.95	0.87	2248	-4.80	-0.43
6) 75eV	1080	10.51	6.79	1228	15.45	7.97
7) 40eV	234	-2.55	-0.45	238	-2.22	1.63
8) $22,53eV$	184	-20.64	-0.03	255	-20.79	-0.07
9) $19,39 eV$	1436	3.43	0.89	2262	1.52	0.53
10) 8,3 eV	452	0.16	1.75	646	-0.04	1.22
11) 4,0eV	4922	-0.66	-0.88	8616	-0.81	-0.98
12) 0,19eV	3801	-0.59	0.41	8220	-0.37	0.51
Total	14418	0.22	0.56	26210	-0.19	0.26

TAB. 4.16 – Taux de réaction du Pu
239 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide



FIG. 4.7 – Protection mutuelle des résonances de l'U238, Pu240 et Pu239 aux alentours de 21eV $\,$



FIG. 4.8 – Protection mutuelle des résonances de l'U238, Pu240 et Pu239 aux alentours de 66eV

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	145	-0.84	-0.76
2) 2,23MeV	249	-0.91	-0.32
3) 494keV	111	0.70	0.38
4) 11,1keV	219	1.10	1.21
5) 748eV	746	0.12	0.09
6) 75eV	557	14.01	14.00
7) 40eV	321	-2.93	-5.70
8) 22,53eV	164	23.90	0.83
9) $19,39 eV$	5	0.92	-1.12
10) 8,3 eV	13	-0.49	-1.74
11) 4,0eV	11220	-1.17	-1.30
12) 0,19 eV	1213	-0.19	0.55
Total	14964	-0.17	-0.51

TAB. 4.17 – Taux d'absorption du Pu
240 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	2	-1.01	-0.67	42	-0.86	-0.77
2) 2,23MeV	17	-1.24	-0.25	91	-1.09	-0.29
$3) 494 \rm keV$	31	0.20	0.07	146	0.18	0.11
4) 11,1keV	44	0.08	0.03	180	0.36	0.32
5) $748 eV$	126	-1.76	-1.06	465	0.67	1.08
6) 75 eV	23	7.87	5.31	137	6.08	5.80
7) 40eV	50	-3.20	-2.84	288	-1.25	-0.73
8) $22,53 eV$	3	60.22	-1.90	5	75.50	-2.23
9) $19,39 eV$	301	2.53	-0.49	719	2.38	-0.56
10) 8,3 eV	245	-0.67	-1.02	770	2.12	-1.30
11) 4,0eV	265	-0.59	-0.95	756	-0.61	-0.98
12) 0,19eV	483	-0.30	0.59	1520	-0.34	0.55
Total	1583	0.17	-0.33	5102	0.68	-0.04

TAB. 4.18 – Taux de réaction du Pu241 dans le réseau MOX à 40% de taux de vide

Ce tableau montre que le calcul des taux de capture et de fission du Pu241 est plus précis avec SHEM qu'avec XMAS (-0,04% sur la fission totale, au lieu de +0,68% avec XMAS). Ce résultat est possible car au dessous de 22,5eV, SHEM permet un calcul précis de l'effet de la protection mutuelle, en économisant le temps de calcul lié à un modèle d'autoprotection.

4.6.2 Validation du cœfficient de vide

Le tableau (TAB-4.19) présente l'écart de calcul du facteur de multiplication en fonction du taux de vide : Froid), Chaud, 40% et 80% fr taux de vide. Le facteur de multiplication K_{∞} est calculé avec une meilleure précision dans SHEM, particulièrement à forts taux de vide. La dérive de l'erreur sur la réactivité pour les forts taux de vide est moins prononcée avec SHEM qu'avec XMAS.

4.7 Validation pour le cas MOX à 50 GWj/t

Nous testons dans ce benchmark un calcul du combustible MOX à 50GWj/t d'un réseau de type REL au pas carré 1.26 cm (Fig-4.2). Le but de ce test est de valider la performance de SHEM dans le calcul de l'empoisonnement des PFs et les actinides mineurs.

K_{∞}	Froid	Chaud	Chaud 40%	Chaud 80%
			taux de vide	taux de vide
TRIPOLI4	1.21305	1.15266	1.06211	0.96164
	± 0.00011	± 0.00010	± 0.00010	± 0.00012
APOLLO2-XMAS	-30	-72	-126	-502
APOLLO2-SHEM	79	73	79	-311

TAB. 4.19 – Cœfficient de vide pour les assemblages MOX

Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	1	-1.38	-1.48
2) 2,23MeV	1	-1.19	-0.86
$3) 494 \rm keV$	1	0.34	0.15
4) 11,1keV	2	0.72	0.71
5) $748 eV$	7	-0.36	-0.45
6) 75 eV	4	0.43	0.31
7) 40eV	6	1.02	0.97
8) $22,53 eV$	1	8.93	-0.53
9) $19,39 eV$	8	0.79	-0.28
10) 8,3 eV	4	-4.29	-1.41
11) 4,0eV	45	-1.58	-1.01
12) 0,19eV	20	-0.41	0.14
Total	101	-0.78	-0.47

TAB. 4.20 – Taux d'absorption du Np237 (MOX 50Gwj/t)

Nous présentons les résultats de taux d'absorptions des actinides mineurs Np237, Am241, Am243 et Cm244.

Les résultats de calcul de quelques principaux PFs sont également présentés. Le reste de PFs sont présentés dans l'annexe B.3.

4.7.1 Taux de réactions des actinides mineurs

Les résultats concernant les taux d'absorption du Np237 sont présentés dans le tableau (TAB-4.20) pour le cas du MOX à 50 GWj/t . Ce tableau met en évidence l'amélioration de calcul d'absorption dans les grandes résonances du Np237 à 0,5, 1,5 et 3,9eV grâce au maillage fin de SHEM (groupe 11).

Les résultats concernant les taux d'absorption de l'Am241 sont présentés dans le tableau (TAB-4.21) pour le cas du MOX à 50 GWj/t. Le calcul du taux d'absorption de

Groupes	Т4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV		-1 39	-1 49
2) 2.23MeV	6	-1.09	-0.82
3) 494keV	7	0.27	0.15
4) 11,1keV	11	0.71	0.71
5) 748eV	32	0.49	0.69
6) 75eV	14	-0.84	-0.69
7) 40eV	17	9.35	9.05
8) 22,53eV	1	-12.93	-0.61
9) $19,39 eV$	34	8.66	0.09
10) 8,3eV	30	0.58	-0.96
11) 4,0eV	588	-0.91	-0.53
12) 0,19 eV	333	-0.43	0.19
Total	1075	-0.23	-0.11

TAB. 4.21 – Taux d'absorption de l'Am241 (MOX 50Gwj/t)

l'Am241 avec SHEM et XMAS est satisfaisant; on notera cependant la suppression des compensations d'erreurs grâce à SHEM, notamment avec une erreur réduite de +8,7% à 0,1% dans le groupe 10.

Les résultats concernant les taux d'absorption de l'Am243 sont présentés dans le tableau (TAB-4.22) pour le cas du MOX à 50 GWj/t . Ce tableau montre que SHEM permet un calcul satisfaisant sur l'absorption de l'Am243 et réduit fortement les écarts dans les grandes résonances u dessous de 23 eV: la surestimation de +1.3% dans XMAS de l'empoisonnement Am243 est désormais éliminée avec SHEM.

Les résultats des taux d'absorption du Cm244 sont présentés dans le tableau (TAB-4.23). On remarque que les écarts de calcul d'absorption sont fortement réduits dans la résonance du Cm244 à 7,67eV (macrogroupe 10 : de +2,9% avec XMAS à +0,2% avec SHEM), ce qui permet d'éliminer l'actuelle surestimation de l'empoisonnement Cm244.

4.7.2Empoisonnement des PFs

Les résultats de calcul du taux d'absorption du Tc99 présentés dans le tableau (TAB-4.24) met en évidence la forte réduction des écarts APOLLO2/TRIPOLI4 grâce au maillage SHEM. Les absorptions dans les deux résonances du Tc99 à 5,6 et 20,3eV sont calculées avec précision avec SHEM. Les écarts des résonances respectivement de 12,5 et 2,4%, avec XMAS, sont passés à -0.08 et 0.63% avec SHEM.

Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	7	-1.38	-1.49
2) 2,23MeV	10	-1.03	-0.82
3) 494keV	12	0.24	0.17
4) 11,1keV	22	0.71	0.70
5) 748eV	61	-0.38	1.39
6) 75eV	26	5.30	1.12
7) 40eV	32	4.57	6.78
8) $22,53 eV$	4	78.85	-2.39
9) $19,39 eV$	78	-3.01	-0.22
10) 8,3 eV	56	25.50	0.17
11) 4,0eV	907	-0.14	-0.61
12) 0,19 eV	79	-0.44	0.13
Total	1295	1.24	-0.17

TAB. 4.22 – Taux d'absorption de l'Am243 (MOX 50Gwj/t)

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	6	-1.37	-1.49
2) 2,23MeV	9	-1.27	-0.89
3) 494keV	3	0.55	0.16
4) 11,1keV	3	-33.55	-33.53
5) 748eV	22	1.50	1.37
6) 75eV	1	-0.82	-2.10
7) 40eV	11	-5.45	-5.96
8) 22,53eV	0	17.07	-2.92
9) 19,39eV	17	-0.61	0.39
10) 8,3eV	232	2.86	0.22
11) 4,0eV	3	-1.01	-0.80
12) 0,19eV	10	-0.41	0.13
Total	318	1.53	-0.35

TAB. 4.23 – Taux d'absorption du Cm244 (MOX 50Gwj/t)

Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.34	-1.35
2) 2,23MeV	2	-1.41	-0.71
$3) 494 \mathrm{keV}$	7	0.28	0.20
4) 11,1keV	17	-0.73	-0.62
5) 748eV	46	0.67	0.39
6) 75eV	7	-6.93	-3.18
7) 40eV	4	-14.10	-13.79
8) $22,53 eV$	40	12.52	-0.08
9) $19,39 eV$	3	2.43	-0.63
10) 8,3 eV	282	-2.25	-0.51
11) 4,0eV	21	-1.05	-0.80
12) 0,19 eV	40	-0.44	0.12
Total	469	-0.53	-0.49

TAB. 4.24 – Taux d'absorption du Tc99 (MOX 50Gwj/t)

Les écarts APOLLO2/TRIPOLI4 de calcul du taux d'absorption du Mo95 sont présentés dans le tableau (TAB-4.25). Le biais de calcul de taux d'absorption totale du Mo95 est passé de 7,22% avec XMAS à 4,7% avec SHEM. En effet, une meilleure description de la résonance à 44,9eV avec le maillage SHEM (Fig-4.9) a permis de réduire l'erreur dans la résonance qui passe de 9,8% à 6,2% (groupe 6).

Le tableau (TAB-4.26) présente les résultats de calcul des taux d'absorption du Rh103. Ces résultats montre que l'écart sur le calcul de l'absorption de la résonance du Rh103 à 1,26eV est divisé par 2 (macrogroupe 11).

Les résultats concernant les taux d'absorption du Xe131 sont présentés dans le tableau (TAB-4.27). L'erreur de calcul de la capture de la résonance du Xe131 à 14,4eV est annulé grâce au maillage fin de SHEM (macrogroupe 9). L'empoisonnement Xe131 (4^e PF par importance), qui était surestimé de 15% avec XMAS, est désormais calculé à niveau que 1%.

Les résultats les taux d'absorption du Césium133 sont résumés dans le tableau (TAB-4.28). Avec XMAS, le calcul de la capture de la résonance de Cs133 à 5,9% affiche une erreur de 3,75%. Cet écart passe à -0,11% avec SHEM.

Le calcul d'absorption du Néodyme145 est amélioré grâce à SHEM comme le montre le tableau (TAB-4.29) dans le macrogroupe 10 de la grande résonance à 4,3eV.

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.41	-1.42
2) 2,23MeV	1	-1.49	-0.74
3) 494keV	3	0.29	0.19
4) 11,1keV	7	-1.68	-2.02
5) 748eV	7	6.46	6.75
6) 75eV	123	9.77	6.19
7) 40eV	2	1.32	1.24
8) $22,53 eV$	0	5.23	-0.82
9) $19,39 eV$	1	-0.73	-0.49
10) 8,3 eV	0	-0.06	-1.21
11) 4,0eV	6	-1.00	-0.83
12) 0,19eV	21	-0.44	0.12
Total	170	7.22	4.69

TAB. 4.25 – Taux d'absorption du Mo
95 (MOX 50Gwj/t) $\,$



FIG. 4.9 - Résonance du Mo95 à 44,9eV

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.30	-1.36
2) 2,23MeV	1	-1.42	-0.69
3) 494keV	7	0.17	0.17
4) 11,1keV	13	-0.67	-0.76
5) 748eV	42	-5.60	-5.56
6) 75eV	2	-2.21	-2.23
7) 40eV	0	-9.48	-9.83
8) $22,53 eV$	0	4.47	-0.78
9) $19,39 eV$	0	-1.20	-0.46
10) 8,3 eV	1	-0.50	-1.44
11) 4,0eV	916	-1.37	-0.74
12) 0,19eV	273	-0.43	0.14
Total	1255	-1.30	-0.71

TAB. 4.26 – Taux d'absorption du Rh103 (MOX 50Gwj/t)

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.47	-1.35
2) 2,23MeV	0	-1.42	-0.63
3) 494keV	1	0.21	0.18
4) 11,1keV	3	1.14	1.38
5) 748eV	17	-7.91	7.03
6) 75eV	12	19.57	-1.83
7) 40eV	1	-1.13	0.20
8) 22,53eV	1	1.19	-0.75
9) 19,39eV	570	20.10	-0.03
10) 8,3 eV	6	-0.09	-1.05
11) 4,0eV	26	-1.05	-0.83
12) 0,19eV	78	-0.44	0.11
Total	620	15.44	0.11

TAB. 4.27 – Taux d'absorption du Xe131 (MOX 50Gwj/t)

Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.33	-1.35
2) 2,23MeV	1	-1.35	-0.61
3) 494keV	6	0.28	0.19
4) 11,1keV	14	1.39	1.37
5) 748eV	69	0.82	1.03
6) 75eV	31	4.08	5.21
7) 40eV	33	-22.41	8.60
8) $22,53 eV$	15	26.24	-5.64
9) $19,39 eV$	4	-1.03	-0.59
10) 8,3 eV	429	3.75	-0.11
11) 4,0eV	27	-1.04	-0.80
12) 0,19 eV	63	-0.44	0.12
Total	692	2.01	0.57

TAB. 4.28 – Taux d'absorption du Cs133 (MOX 50Gwj/t)

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.36	-1.32
2) 2,23MeV	1	-1.42	-0.70
3) 494keV	3	0.30	0.18
4) 11,1keV	10	2.46	2.50
5) 748eV	27	30.99	29.81
6) 75eV	45	5.71	7.66
7) 40eV	2	-0.89	-0.99
8) 22,53eV	0	4.93	-0.82
9) 19,39eV	1	-0.92	-0.47
10) 8,3 eV	94	5.38	-1.25
11) 4,0eV	16	-0.96	-0.81
12) 0,19eV	45	-0.44	0.11
Total	242	6.52	4.30

TAB. 4.29 – Taux d'absorption du Nd145 (MOX 50Gwj/t)

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.34	-1.32
2) 2,23MeV	0	-1.35	-0.66
$3) 494 \mathrm{keV}$	2	0.30	0.17
4) 11,1keV	7	0.75	0.74
5) 748eV	27	2.37	2.21
6) 75eV	14	-1.58	-3.43
7) 40eV	11	-0.90	-1.23
8) $22,53 eV$	4	-37.70	0.25
9) $19,39 eV$	5	11.90	-1.71
10) 8,3 eV	291	7.12	0.01
11) 4,0eV	18	-1.00	-0.79
12) 0,19eV	51	-0.44	0.11
Total	430	4.56	-0.03

TAB. 4.30 – Taux d'absorption du Pm147 (MOX 50Gwj/t)

SHEM est performant dans le calcul des taux d'absorption du Pm147 d'après le tableau (TAB-4.30). En effet, l'écart de +7% de calcul de la grande résonance du Pm147 à 5,4eV est éliminée(macrogroupe 10).

Les résultats concernant les taux d'absorption du Sm149 sont présentés dans le tableau (TAB-4.31). Ce tableau montre la performance de SHEM dans le calcul des résonances thermiques. Les résultats de calcul du Sm149 sont satisfaisants avec SHEM.

4.8 Validation du calcul des absorbants

Les absorbants dont l'on souhaite de vérifier le calcul avec SHEM, sont les absorbants les plus usuels, constitués de noyaux résonnants, tels que les crayons ou plaques hafnium et les barres de contrôle en AIC.

Le benchmark réalisé pour le calcul des absorbants consiste à placer un crayon d'absorbant au milieu d'un réseau multicellule 5×5 de type REL (Fig-4.3).

Nous présentons les résultats de calcul sur des benchmarks avec des absorbants hafnium et AIC.

La comparaison APOLLO2/TRIPOLI4 des taux d'absorption est réalisée sur 10 groupes allant de 4eV jusqu'à 20MeV. En dessous de 4eV, le calcul par la méthode Pij (basée sur l'hypothèse du flux plat) entraîne des biais importants sur calcul des taux de réaction.

1.0 Validation du calcul des absorballe	4.8	Validation	du	calcul	\mathbf{des}	absorbants
--	-----	------------	----	--------	----------------	------------

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.36	-1.31
2) 2,23MeV	0	-1.43	-0.65
3) 494keV	0	0.27	0.18
4) 11,1keV	0	0.74	0.74
5) 748eV	2	-1.80	0.74
6) 75eV	2	0.23	-3.06
7) 40eV	1	-3.78	-3.67
8) $22,53eV$	0	3.43	-1.01
9) $19,39 eV$	2	-2.55	-0.31
10) 8,3 eV	1	-2.53	-2.42
11) 4,0eV	17	-0.34	-0.46
12) 0,19eV	751	-0.15	0.31
Total	777	-0.17	0.28

TAB. 4.31 – Taux d'absorption du Sm149 (MOX 50Gwj/t)

L'hypothèse du flux plat trouve ses limites notamment dans le modérateur où un fort gradient de flux d \hat{u} à la présence de l'absorbant à coté du combustible.

4.8.1 Les absorbants hafnium

Dans ce benchmark, on vérifie la performance de SHEM dans le calcul des principaux noyaux résonnants dans le crayon de hafnium métallique : Hf176, Hf177, Hf178 et Hf179.

- Taux d'absorption du Hf176

Les résultats de calcul des taux d'absorption du Hf176 sont présentés dans le tableau (TAB-4.32). L'erreur de calcul de la résonance du Hf176 à l"énergie au pic 7,9eV est calculée avec précision avec SHEM (-1,3% contre 109% avec XMAS dans le macrogroupe 10). En effet le maillage fin de SHEM prend en compte l'effet de la protection mutuelle Hf178/Hf176 à cette énérgie (Fig-4.10).

Dans le macrogroupe 9, l'absorption dans l'aile de la résonance du Hf176 (Fig-4.11) est mieux calculée avec SHEM.

Taux d'absorption du Hf177

Le tableau (TAB-4.33) résume les résultats concernant les taux d'absorption du Hf177. Ce tableau montre une amélioration de calcul d'absorption par les résonances du Hf177 surtout dans le domaine [4eV,8eV]. Le maillage fin résout le problème de calcul de la protection mutuelle (Hf179/Hf177) aux alentours de 5,9eV (Fig-4.10) où la précision passe



FIG. 4.10 – Résonances du Hf176, Hf177, Hf178 et Hf179 entre 4eV et 8eV

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	3	-0.21	-0.21
2) 2,23MeV	12	-0.48	0.03
$3) 494 \mathrm{keV}$	19	0.21	0.04
4) 11,1keV	39	3.77	3.29
5) 748eV	54	8.66	9.52
6) 75eV	64	16.49	20.13
7) 40eV	1	0.56	-1.89
8) $22,53 eV$	0	-1.79	-5.06
9) $19,39 eV$	9	3.24	-1.51
10) 8,3eV	19	109.47	-1.29
Total	220	17.02	8.67

TAB. 4.32 – Taux d'absorption du Hf176



FIG. 4.11 – Résonances du Hf176, Hf177, Hf178 et Hf179 entre 8eV et 22eV

de 4,4% avec XMAS à 1% avec SHEM. Des écarts demeurent significatifs avec SHEM et XMAS au dessus de 23eV, du fait des effets de la protection mutuelle (groupe7).

– Taux d'absorption du Hf178

Les résultats concernant les taux d'absorption du Hf178 sont résumés dans le tableau (TAB-4.34). Une amélioration de la précision de calcul des absorptions résonnantes du Hf179 dans la résonance à 7,8eV qui est répartie sur les deux macrogroupes 9 et 10. L'écart généré avec XMAS est dû à la protection mutuelle des résonances Hf178/Hf176/Hf177 (Fig-4.10 et Fig-4.11).

– Taux d'absorption du Hf179

Le tableau (TAB-4.35) présente les résultats des taux d'absorption du Hf179. L'absorption dans la résonance à 5,7eV est mieux calculée avec le maillage SHEM (macrogroupe 10) (Fig-4.10). On observe des écarts significatifs au dessus de 22,5eV avec XMAS et SHEM dus aux effets de recouvrement des résonances du Hf179 avec les autres isotopes Hf.

Au dessus de 22,5 eV, des écarts importants sont observés sur le calcul des taux de réaction surtout des trois isotopes de Hafnium (Hf176, Hf177, Hf179) avec XMAS et SHEM. Le modèle de calcul d'autoprotection actuel dans APOLLO22 ne permet pas de prendre en compte l'effet de la protection mutuelle. En effet, les résonances de Hf177 et Hf179 se recouvrent à plusieurs endroits. Une grande résonance du Hf176 à 48eV se recouvre avec plusieurs résonances Hf177 et Hf179 (Fig-4.12).

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	5	-0.31	-0.24
2) 2,23MeV	49	-0.73	0.05
3) 494keV	168	0.13	0.04
4) 11,1keV	372	1.32	1.43
5) 748eV	690	2.10	3.50
6) 75eV	360	5.69	5.80
7) 40eV	154	18.42	21.51
8) $22,53 eV$	59	-7.12	4.37
9) $19,39 eV$	341	6.59	5.96
10) 8,3eV	331	4.39	-1.08
Total	2508	3.97	4.05

TAB. 4.33 – Taux d'absorption du Hf177

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	2	-0.33	-0.24
2) 2,23MeV	16	-0.53	0.04
3) 494keV	34	0.16	0.04
4) 11,1keV	68	5.75	6.38
5) 748eV	98	1.80	1.48
6) 75eV	1	5.51	4.21
7) 40eV	4	-3.35	-4.41
8) $22,53eV$	2	-4.40	-4.85
9) $19,39 eV$	229	-2.86	-1.55
10) 8,3eV	441	-5.76	1.39
Total	901	-2.96	0.89

TAB. 4.34 – Taux d'absorption du Hf178

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	1	-0.40	-0.27
2) 2,23MeV	12	-0.70	0.06
3) 494keV	56	0.06	0.03
4) 11,1keV	147	1.78	1.86
5) 748eV	412	6.39	6.61
6) 75eV	124	4.21	3.21
7) 40eV	189	13.38	14.21
8) 22,53eV	3	8.25	-6.03
9) 19,39eV	64	2.22	2.61
10) 8,3eV	154	-0.74	0.31
Total	1161	5.16	5.41

TAB. 4.35 – Taux d'absorption du Hf179



FIG. 4.12 – Résonances du Hf176, Hf177, Hf179 entre 22eV et 100eV

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)	E (SHEM+AUTOP)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(%)
1) 20MeV	5	-0.16	-0.36	-0.36
2) 2,23MeV	31	-0.70	-0.01	-0.01
3) 494keV	190	0.11	0.11	0.11
4) 11,1keV	324	2.23	1.35	1.35
5) 748eV	187	8.35	9.43	9.43
6) 75eV	229	6.85	4.38	4.38
7) 40eV	10	10.26	15.06	14.57
8) $22,53 eV$	5	-4.99	-2.02	-1,87
9) $19,39 eV$	251	2.87	4.14	-1,33
10) 8,3eV	10	0.90	-1.39	-1,31
Total	1235	3.76	3.54	2.98

TAB. 4.36 – Taux d'absorption de l'Ag107

4.8.2 Validation de la barre de contrôle AIC

Dans ce benchmark, on vérifie la performance de SHEM dans le calcul des principaux noyaux résonnants dans le crayon de AIC : Ag107, Ag109 et In115.

La performance de SHEM sera évaluée pour deux schémas de calcul :

- 1. schéma SHEM sans autoprotection des résonances de l'Ag107 et l'In115 en dessous du 22,5eV baptisé SHEM;
- 2. schéma SHEM avec autoprotection des résonances de l'Ag107 à 16,3eV et les deux résonances de l'In115 à 9,1 et 22,7eV appelé SHEM+AUTOP.

- Taux d'absorption de l'Ag107

Les résultats concernant les taux d'absorption de l'Ag107 sont présentés dans le tableau (TAB-4.36). Dans ce tableau on compare les des calculs APOLLO2/TRIPOLI4 pour un schéma XMAS de référence, où on effectue un calcul d'autoprotection sur les résonances de l'AIC, et deux schémas avec le maillage SHEM (SHEM et SHEM+AUTOP).

Les résultats de ce tableau montre que SHEM effectue un calcul satisfaisant sans autoprotection, et les résultats sont encore meilleurs si on passe un calcul d'autoprotection de la résonance de l'Ag107 à 16,3eV (macrogroupe 9). Des écarts importants dans le macrogroupe 6 ont été réduits grâce à un découpage pertinent de SHEM en centrant les résonances dans leurs groupes respectifs (Fig-4.13).

Au dessus de 22,5eV, des écarts significatifs sont enregistrés avec SHEM et XMAS; ceci est dû au recouvrement des résonances de Ag109 et Ah107 (macrogroupes 5 et 6).

– Taux d'absorption de l'Ag109

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	7	-0.07	-0.33
2) 2,23MeV	39	-0.71	-0.02
$3) 494 \rm keV$	197	-1.16	-1.18
4) 11,1keV	314	-17.33	-17.29
5) 748eV	298	4.99	5.16
6) 75eV	181	1.68	2.91
7) 40eV	174	5.88	5.67
8) $22,53 eV$	3	-2.48	-1.77
9) 19,39 eV	78	0.29	-2.40
10) 8,3eV	950	1.55	0.49
Total	2243	-0.63	-1.05

TAB. 4.37 – Taux d'absorption de l'Ag109

Le tableau (TAB-4.37) présente les résultats de calcul des taux d'absorption de Ag109. Dans ce tableau, on remarque que SHEM sans modèle d'autoprotection calcule avec précision l'absorption dans les résonances de l'Ag109 en dessous de 22,5eV (macrogroupe 10).

Au dessus de 22,5eV, le modèle d'autoprotection d'APOLLO2 génère des biais significatifs. Par ailleurs, des écarts de calcul des résonances de l'argent 109 sont significatifs au dessus de 22,5ev avec XMAS et SHEM à cause de l'effet de protection mutuelle Ag109/Ag107 (macrogroupes 5 et 7).

- Taux d'absorption de l'In115

Les résultats de calcul des taux d'absorption de In115 sont présentés dans le tableau (TAB-4.38). Le calcul d'autoprotection avec SHEM (SHEM+AUTOP) permet un calcul avec précision de l'absorption dans la résonance de l'In115 à 9,1eV. Cependant le poids de cette résonance est moins de l'ordre de 1%, car l'indium à deux résonances à 1,46eV et 3,82eV de poids respectifs 90% et 2% qui sont calculée avec très bonne précision. Donc, il est possible de réaliser un calcul des absorbants avec le maillage SHEM associé à un modèle d'autoprotection à partir de 22,5eV.

Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)	E (SHEM+AUTOP)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(%)
1) 20MeV	3	-0.22	-0.37	-0.37
2) 2,23MeV	18	-0.58	-0.02	0.02
3) 494keV	43	0.22	0.11	0.11
4) 11,1keV	71	0.45	0.34	0.34
5) 748eV	160	-1.50	-1.92	-1,92
6) 75eV	19	-3.55	-9.27	-9.27
7) 40eV	52	3.72	12.82	12.82
8) $22,53 eV$	5	47.31	-1.69	-3.28
9) $19,39 eV$	153	3.57	13.03	1.56
10) 8,3eV	21	-7.00	-1.95	-1.91
Total	540	0.99	3.86	0.71

TAB. 4.38 – Taux d'absorption de l'In115



FIG. 4.13 – Résonances du Ag107, Ag109 et In
115 entre 22eV et 100eV

Keff (T4)	AP2-SHEM	AP2-XMAS
	(pcm)	(pcm)
1,30858	-43	135
± 0.00028		

TAB. 4.39 – Ecart en réactivité d'un Réseau RNR à 100% de vide

4.9 Validation des configurations à spectre rapides

Le but de ce benchmark est tester la performance de SHEM dans le calcul des taux de réactions dans des spectres rapides. Nous effectuons de la comparaison des taux de réaction de l'U238, du sodium, de l'aluminium (utilisé dans des maquettes expérimentales pour reproduire des configurations à fort taux de vide), et les matériaux de structure tels que le fer.

4.9.1 Réseau RNR à 100% de vide

Ce benchmark consiste en une cellule dont la géométrie est de type REL en remplaçant l'eau par le vide et la gaine de zircaloy par une gaine en acier. Le combustible utilisé est de type MOX à 15% d'enrichissement en Pu. Le bilan neutronique est présenté dans le tableau (TAB-4.39). SHEM permet d'obtenir un bilan neutronique beaucoup plus précis qu'avec XMAS.

4.9.2 Spectre d'un réseau RNR sodium

Ce benchmark consiste en une cellule dont la géométrie est de type REL en remplaçant l'eau par du sodium et la gaine de zircaloy par une gaine en acier. Le combustible utilisé est de type MOX à 15% d'enrichissement en Pu.

- Taux de réaction du Na23

Les résultats concernant les taux de diffusion du Na23 sont présentés dans le tableau (TAB-4.40). La capture par le sodium est calculée avec une précision satisfaisante ainsi que la diffusion. Grâce à la discrétisation assez fine avec le maillage SHEM, l'écart de calcul de taux de réactions de la résonance du Na23 à 2,85keV est divisé par 6 (+56% avec XMAS à 9,5\% dans le groupe 4). De même, l'erreur de calcul de la diffusion dans le groupe 3 à été réduite en passant de +6,2% avec XMAS à 4,3% avec SHEM grâce au traitement de la résonance à 53keV. Le modèle d'autoprotection permet de réaliser un calcul de référence des taux de récations du sodium (TAB-4.41), mais il possible de réaliser des calculs de projets sans l'autoprotection de Na23 .

- <u>Taux de réaction de l'U238</u>

	Taux de diffusion			Taux d'absorption		
Groupes	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
3) 494keV	203257	0.64	-1.32	33	6.24	4.26
4) 11,1keV	122433	46.15	5.49	84	56.3	9.53
Total	381816	17.6	3,43	141	34.8	6.71

TAB. 4.40 – Taux de réaction du Na23 sans autoprotection du Sodium

	Taux de diffusion			Taux d'absorption		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
3) 494keV	203311	-0.56	-1.84	33	-1,82	-0,09
4) 11,1keV	122447	25.52	4.55	84	37.08	9.08
Total	389541	8,28	0.93	141	21.5	5,50

TAB. 4.41 – Taux de réaction du Na23 avec autoprotection du Sodium

Les résultats concernant les taux de capture et de fission de l'U238 sont présentés dans le tableau (TAB-4.42). Le bilan neutronique observé à travers les taux de réaction de l'U238 est amélioré avec SHEM du fait de l'amélioration du calcul de la diffusion dans les résonances du sodium 23. Par conséquent, le facteur de multiplication K_{∞} est surestimé de +300pcm avec XMAS contre -50pcm avec SHEM (TAB-4.43).

<u>Taux de réaction du Fe56</u>

Les résultats concernant les taux de diffusion du Fe56 sont présentés dans le tableau (TAB-4.44) pour le cas d'une cellule d'un RNR sodium, où les résonances du fer ne sont pas autoprotégées. SHEM améliore le calcul de diffusion dans le fer 56 (groupe 3) en passant à +5,3% au lieu de 7,6% avec XMAS. Cependant, des écarts de capture demeurent importants dans la résonance 1,15keV (+66% avec XMAS et SHEM). Cet écart peut être éliminé en utilisant un modèle d'autoprotetction (TAB-4.45). Pour une meilleure précision de calcul de l'absorption de Fe56, il est recommandé d'autoprotéger cette première résonance de Fe56 à 1,15keV, permettant ainsi de réaliser des calcul de projet où on peut tolérer +100pcm d'écart sur le calcul de taux d'absorption du fer. Le tableau (TAB-4.45) présente les écarts de calcul des taux de diffusion et d'absorption du Fe56 en utilisant le formalisme d'autoprotection d'APOLLO2. Le tableau montre qu'on calcule avec une bonne précision les résonances de capture et de diffusion du Fe avec le maillage SHEM ce qui aide à obtenir un bilan neutronique satisfaisant dans le tableau

		Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)	
1) 20MeV	103	-0.60	-0.40	3549	-0.34	-0.39	
2) 2,23MeV	2548	1.37	1.72	2472	2.00	0.38	
$3) 494 \rm keV$	23687	-2.81	-1.55	13	15.64	10.20	
4) 11,1keV	11078	2.58	0.56	1	-7.75	-1.87	
5) $748 eV$	1282	5.77	8.57	2	-2.88	-6.54	
6) 75 eV	4	86.86	84.49	0	86.29	87.11	
7) 40eV	1	98.66	78.97	0	103.65	84.98	
Total	38702	-0.69	-0.38	6037	0.65	-0.05	

TAB. 4.42 – Taux de réaction de l'U238

Keff (T4)	AP2-SHEM	AP2-XMAS
	(pcm)	(pcm)
1,22197	-56	307
± 0.00038		

TAB. 4.43 – Ecart en réactivité d'un Réseau RNR à caloporteur Sodium

(TAB-4.43). Le calcul avec autoprotetcion des résonances des matériaux de structure peux servir comme référence.

4.9.3 Validation pour le cas Aluminium 27

Ce benchmark consiste en une cellule dont la géométrie est de type REL en remplaçant l'eau par de l'aluminium et la gaine de zircaloy par une gaine en acier. Le combustible utilisé est de type MOX à 15% d'enrichissement en Pu. Le calcul avec précision des taux

	Taux de diffusion			Taux d'absorption		
Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
2) 2,23MeV	62831	6.15	4.85	51	12.2	12.3
3) 494keV	377424	7.57	5.35	577	19.9	19.2
4) 11,1keV	85334	2.04	0.86	340	66.0	71.0
Total	555361	6.17	4.33	1011	33.1	35.5

TAB. 4.44 – Taux de réaction du Fe56 sans autoprotection

	Taux de diffusion			Taux d'absorption		
Groupes	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
2) 2,23MeV	62831	-2.07	-2.81	51	-1.40	-0.85
3) 494keV	377424	0.51	-1.03	577	-1.68	-0.72
4) 11,1keV	85334	2.55	0.61	340	-2.89	0.98
Total	555341	0.47	-0.83	1011	-1.96	-0.02

TAB. 4.45 – Taux de réaction du Fe56 avec autoprotection

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	80	-1.59	-0.84	2708	-0.97	-0.57
2) 2,23MeV	2046	0.95	2.36	2092	2.42	0.40
3) 494keV	24403	-0.63	-0.71	12	28.37	20.20
4) 11,1keV	14477	-4.62	1.44	1	-13.17	-0.27
5) 748eV	926	17.78	2.44	1	1.59	-11.02
6) 75eV	2	109.43	62.06	0	108.55	65.06
7) 40eV	1	110.67	19.73	0	118.49	23.97
Total	41937	-1.52	0.25	4814	0.57	-0.10

TAB. 4.46 – Taux de réaction de l'U238

de réaction de l'Al27 est important dans l'interprétation des expériences où on utilise des surgaines en aliminium pour reproduire les réseaux à fort taux de vide.

- Taux de réaction de l'U238

Les résultats concernant les taux de capture et de fission de l'U238 sont présentés dans le tableau (TAB-4.46). SHEM offre plus de précision dans le calcul de la capture et la fission de l'U238, parce que les réactions à seuil de l'U238 sont mieux discrétisées avec SHEM.

- Taux de réaction de l'Al27

Les résultats concernant les taux de diffusion de l'Al27 sont présentés dans le tableau (TAB-4.47). Ce tableau montre que l'erreur sur le calcul de la diffusion dans l'aluminium avec SHEM par rapport XMAS. On constate une réduction importante de l'erreur dans les résonances situé entre 30 et 200 keV. En effet, dans le macrogroupe 3 du tableau, l'écart passe de 30 à 4%.

Groupes	T4	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	45645	27.26	28.40
2) 2,23 MeV	32588	5.78	7.22
$3) 494 \rm keV$	1340621	30.88	3.91
4) 11,1keV	133229	5.98	-6.20
Total	1851176	24.53	4.36

TAB. 4.47 – Taux de diffusion de l'Al27

4.10 Étude de l'autoprotection de mélange

L'objet de ce paragraphe est d'étudier la performance de la technique de l'autoprotection de mélange permettant de prendre en compte l'effet de la protection mutuelle. Cette technique, qui a été développée par Coste [26, 27], est récemment implémentée dans le code APOLLO2. Cette technique est en cours de validation et on dispose actuellement des données d'autoprotection adaptées qu'au maillage XMAS. Les données utilisables avec le maillage SHEM sont en cours de test.

Nous présentons des comparaisons APOLLO2/TRIPOLI4 des taux de réactions des isotopes pris en compte dans le mélange : U238, U235, Pu239 et Pu240. Le calcul APOLLO2 est effectué avec deux schémas de calcul : TR et AM.

Le schéma TR est similaire au schéma de référence CEA-97 sauf que le calcul d'autoprotection se fait avec le modèle de ralentissement TR dans le domaine de 4eV à 204eV. Dans ce même domaine on applique le calcul d'autoprotection de mélange utilisant le même modèle de ralentissement TR : c'est le schéma AM.

Nous présentons ici les résultats du benchmark MOX neuf à 40% de taux de vide sur les groupes XMAS (64 à 92) où on a appliqué le module d'autoprotection de mélange d'APOLLO2. Dans ces tableaux on trouve les numéros et les bornes supérieures des groupes XMAS.

Le tableau (Tab-4.48) présente les écarts de calcul sur les taux de capture de l'U238. Le modèle de l'autoprotection de mélange améliore le calcul l'absorption de l'U238 essentiellement dans les résonances au dessus de 22,5eV (36,7 eV, 3, 66,0eV, 80,7eV).

Les résultats de comparaison des calculs de l'absorption du Pu240 sont résumés dans le tableau (Tab-4.50). Les écarts de taux capture sont suffisamment réduits à l'aide du modèle d'autoprotection de mélange dans les groupes XMAS 65, 66, 68, 73 et 74 situés à des énergies supérieures à 22,5eV. Ce pendant, l'écart reste élevé dans la résonance à 20,4eV qui est bien traitée avec le maillage SHEM.

Le tableau (Tab-4.49) présente les résultats de comparaison de calcul des taux d'absorption du Pu239. Des écarts importants observés avec le schéma TR ont été réduits avec le schéma AM. En effet, dans les groupes 69 et 73 de XMAS, les erreurs passent de
+10%à 1%. Des écarts significatifs demeurent en dessous du 22,5eV (groupes 80, 81 et 82).

En conclusion, le modèle d'autoprotection est performant dans le domaine des résonances au dessus de 22,5eV et permet de prendre en compte l'effet de la protection mutuelle des résonances. En utilisant le maillage SHEM, il pourrait être intéressant d'utiliser le modèle d'autoprotection de mélange dans le domaine des groupes larges surtout à fort taux de vide et pour des combustibles MOX.

4.11 Temps de calcul

L'étude de la performance de SHEM nécessite l'évaluation des coûts de calcul engendrés par ce maillage. Nous présentons les temps de calculs enregistrés par les différents schémas.

Les tableaux (Tab-4.51), (Tab-4.52) et (Tab-4.53) résument les temps de calculs obtenus pour les principales configurations : UOX neuf, MOX neuf et les deux réseaux avec absorbants Hafnium et AIC. On remarque que l'utilisation de SHEM accroît légèrement le temps de calcul par rapport au calculs basé sur le schéma XMAS. Le calcul avec le modèle d'autoprotection de mélange avec XMAS est plus lent que dans l'autoprotection classique avec XMAS et SHEM. Le calcul d'autoprotection avec SHEM est moins coûteux dans la majorité des cas. Dans la configuration d'assemblage (MOX zoné dans les REB), le poids du temps de calcul d'autoprotection devient le plus important, par conséquent SHEM permet un calcul plus rapide. En conclusion, bien que SHEM ait 1,5 fois de groupes par rapport à XMAS, le temps de calcul avec ces deux maillages est comparable, voire inférieur avec SHEM dans les géométries de projets réalistes (assemblage en évolution).

Г						
	$ m N^\circ~GR$	GR (eV)	T4 (pcm)	TR (%)	AM (%)	
	64	204	635	2,94	1,11	
	65	$148,\! 6$	147	-1,51	-0,48	
	66	136,7	1316	1,43	$0,\!45$	
	67	$91,\!66$	488	-0,14	1,02	
	68	$75,\!67$	50	-4,71	$0,\!19$	
	69	$67,\!9$	943	3,18	-0,64	
	70	$55,\!6$	9	-2,09	$0,\!16$	
	71	$51,\!58$	11	-1,30	-0,85	
	72	48,25	12	-0,94	-0,05	
	73	$45,\!52$	72	-2,31	$0,\!05$	
	74	$40,\!17$	401	-0,93	-0,47	
	75	$37,\!27$	1863	-1,10	$0,\!22$	
	76	33,72	98	-0,54	-0,12	
	77	$30,\!51$	46	$0,\!17$	$0,\!59$	
	78	$27,\!61$	51	-1,48	-0,66	
	79	$24,\!98$	130	-0,57	-0,37	
	80	$22,\!6$	2569	$2,\!35$	$1,\!19$	
	81	$19,\!45$	228	-1,98	-1,52	
	82	$15,\!93$	46	-3,36	-2,90	
	83	13,71	64	-1,21	-0,75	
	84	$11,\!22$	95	-9,16	-8,75	
	85	9,906	37	-0,42	0,04	
	86	$9,\!19$	81	-0,75	-0,28	
	87	8,315	179	0,76	$1,\!25$	
	88	$7,\!524$	3755	-0,10	$1,\!30$	
	89	$6,\!16$	523	-0,02	$0,\!55$	
	90	$5,\!346$	87	1,00	$1,\!33$	
	91	5,043	199	-2,95	-2,77	
	92	4,129	21	-1,37	-1,05	
	Total	$0 - 20 \mathrm{MeV}$	25574	0,42	0,47	

TAB. 4.48 – Taux de capture de l'U238

$N^{\circ} GR$	GR (eV)	T4 (pcm)	TR (%)	AM (%)
64	204	480	2,63	-0,44
65	148,6	154	-3,66	-1,17
66	136,7	792	1,81	-0,82
67	91,66	645	$1,\!35$	$0,\!26$
68	$75,\!67$	441	$0,\!93$	-0,25
69	67,9	835	$14,\!25$	1,07
70	$55,\!6$	332	-6,35	-5,53
71	$51,\!58$	231	-0,46	-0,56
72	48,25	110	-0,02	$0,\!23$
73	$45,\!52$	505	$10,\!23$	-0,72
74	40,17	6	-9,20	-1,80
75	$37,\!27$	33	-8,14	$0,\!34$
76	33,72	44	-0,64	-0,21
77	$30,\!51$	8	-0,07	$0,\!36$
78	$27,\!61$	292	$1,\!85$	$1,\!17$
79	24,98	77	-0,48	-0,55
80	$22,\!6$	450	-23,89	-6,30
81	$19,\!45$	553	$2,\!85$	$3,\!32$
82	$15,\!93$	1130	$3,\!97$	$4,\!46$
83	13,71	839	-0,06	$0,\!39$
84	11,22	1031	$2,\!13$	$2,\!59$
85	9,906	27	-0,70	-0,24
86	$9,\!19$	34	-0,92	-0,46
87	$8,\!315$	880	2,06	$2,\!54$
88	7,524	87	-19,62	-20,10
89	$6,\!16$	38	0,21	$0,\!61$
90	$5,\!346$	17	0,76	$1,\!15$
91	$5,\!043$	65	-2,40	-2,11
92	4,129	12	-1,35	-0,99
Total	0 - 20MeV	40632	-0,09	-0,10

TAB. 4.49 – Taux d'absorption du Pu
239 $\,$

$ m N^\circ~GR$	GR (eV)	T4 (pcm)	TR (%)	AM (%)
64	204	152	-6,12	0,45
65	$148,\! 6$	5	-2,09	-0,40
66	136,7	261	$1,\!15$	-1,48
67	$91,\!66$	65	23,06	-0,88
68	$75,\!67$	152	-1,22	$0,\!33$
69	$67,\!9$	140	31,35	-1,86
70	$55,\!6$	0	-2,14	$0,\!15$
71	$51,\!58$	0	-1,38	-0,65
72	48,25	1	-1,16	-0,09
73	$45,\!52$	264	$13,\!67$	0,11
74	$40,\!17$	316	-3,14	-1,73
75	$37,\!27$	2	70,24	$0,\!45$
76	33,72	1	-0,30	-0,04
77	$30,\!51$	1	$0,\!17$	$0,\!57$
78	$27,\!61$	0	-0,92	-0,56
79	$24,\!98$	1	-0,52	-0,47
80	$22,\!6$	165	21,69	6,61
81	$19,\!45$	2	-0,80	-0,52
82	$15,\!93$	1	-2,83	-2,61
83	13,71	1	-1,33	-1,32
84	$11,\!22$	1	-0,02	$0,\!55$
85	9,906	0	-0,74	-0,01
86	$9,\!19$	1	-0,72	-0,36
87	8,315	1	-1,50	-2,43
88	7,524	1	$6,\!45$	-4,52
89	$6,\!16$	2	-0,32	$0,\!61$
90	$5,\!346$	1	0,66	1,04
91	5,043	6	-2,05	-1,73
92	4,129	1	-1,37	-1,05
Total	$0 - 20 \mathrm{MeV}$	14957	-0,23	-0,60

TAB. 4.50 – Taux d'absorption du Pu
240 $\,$

Module	XMAS	SHEM	AM
	(s)	(s)	(s)
BIBINT :	0,142	0,941	$0,\!556$
PIJ :	17,463	24,676	17,391
AUTOP :	0,659	0,649	1,058
CRTPMTPI :			0,562
BIBLITP :			$5,\!333$
code APOLLO	18,429	26,528	$25,\!148$

TAB. 4.51 – Temps de calcul d'un réseau UOX neuf

Module	XMAS	SHEM	AM
	(s)	(s)	(s)
BIBINT :	1,804	2,223	1,709
PIJ :	15,859	21,732	15,428
AUTOP :	1,231	1,083	1,567
CRTPMTPI :			1,229
BIBLITP :			10,82
code APOLLO	19,189	$25,\!359$	31,048

TAB. 4.52 – Temps de calcul d'un réseau MOX neuf

	Réseau	Hafnium	Réseau AIC		
Module	Xmas	Shem	Xmas	Shem	
	(s)	(s)	(s)	(s)	
BIBINT :	2.97	6.16	3.69	7.25	
PIJ:	1.68	2.53	1.76	2.82	
AUTOP :	13.24	14.53	10.27	12.1	
code APOLLO	19.05	25.48	16.88	24.23	

TAB. 4.53 – Temps de calcul Hafnium et AIC

Chapitre 5

Conclusions

Ce travail de recherche s'inscrit dans le cadre de l'amélioration de la précision des calculs neutroniques, visant à permettre un gain de marge sur le fonctionnement et la conception des réacteurs nucléaires, notamment à eau légère.

Le calcul des absorptions dans les résonances constitue une source importante d'erreur dans les calculs neutroniques. Ce travail de thèse apporte une contribution déterminante à l'amélioration de la précision de calcul des absorptions par les noyaux résonnants (actinides, absorbants, PFs, caloporteurs et matériaux de structure) présents dans les réacteurs nucléaires.

Les biais de calcul des absorptions résonnantes sont dus essentiellement à l'approximation multigroupe et la difficulté de modélisation du flux dans les résonances. Les découpages énergétiques précédemment développés, tels que XMAS (le plus récent), associés à des modélisations de l'autoprotection donnent des résultats peu satisfaisants de calcul des absorptions résonnantes. De plus, les méthodes d'autoprotection ne prennent pas en compte l'effet de la protection mutuelle.

Dans ce travail de thèse nous avons une idée originale : combiner un calcul fin exact dans le domaine épithermique et maintenir les formalismes d'autoprotection à plus hautes énergies. Nous avons ainsi optimisé rigoureusement le maillage SHEM à 281 groupes. Ce maillage est fin en dessous de 22,5eV (188 groupes) permettant le calcul précis des absorptions résonnantes et de l'effet de recouvrement des résonances.

Pour l'élaboration du découpage fin de SHEM, nous avons développé une méthode rigoureuse basée sur un algorithme de détermination d'un découpage énergétique optimisé pour une résonance isolée.

La détermination du maillage SHEM a commencé par un travail de recensement des principales résonances à prendre en compte dans la détermination du maillage. Puis, nous avons appliqué l'algorithme permettant de déterminer le maillage optimisé des résonances pour enfin effectuer le raccordement du maillage entre les résonances.

Dans le domaine en dessous de 22,5eV, les deux résonances de l'U238 à 6,76eV et 20,9eV sont décrites par des groupes énergétiques fins permettant de se dispenser de modèles d'autoprotection. Les absorptions résonnantes des principaux actinides, PFs et absorbants (les isotopes résonnants communément présents dans les réacteurs à fission)

sont également calculées avec la précision requise sans recourir aux modèles d'autoprotection.

Dans le domaine d'énergie supérieure à 22,5eV, un pas en léthargie inférieur à 0,2 a été respecté afin bien modéliser le flux dans le domaine de ralentissement. En même temps, un maillage moins grossier a été développé pour minimiser les erreurs dans les principales résonances des matériaux de structure et caloporteurs (Fe56, Mn55, Al27, O16, Na23, etc).

Les réactions à seuil, notamment inélastiques, fission et (n, 2n) de l'U238, sont mieux décrites avec SHEM.

Une fois élaboré, le maillage SHEM a été soumis à un travail de validation afin d'évaluer sa performance dans le calcul neutronique. La validation consiste à comparer des résultats de calculs multigroupes APOLLO2 à un calcul étalon TRIPOLI4.

La validation a porté sur le calcul des réseaux UOX et MOX à plusieurs taux de vide pour couvrir les différents états de fonctionnement des réacteurs à eau. Grâce à SHEM les résultats le calcul neutronique (taux de réactions, bilan neutronique, coefficient de vide) a été amélioré aussi bien pour les combustibles MOX que UOX. Les taux de réaction sont calculés avec précision dans le domaine du maillage fin de SHEM ($\leq 22,5eV$). Dans ce même domaine, SHEM permet d'éliminer les problèmes de protection mutuelle dans le calcul des absorptions résonnantes. Ces résultats permettent de définir un schéma de calcul unique pour les REP et les REB.

Le calcul des absorbants de contrôle (Hafnium et AIC) a été également l'objet de validation. Le calcul précis d'absorption dans ces matériaux permet le calcul de l'antiréactivité introduite par les barres de contrôles et par conséquent une gestion optimale du fonctionnement du réacteur. A l'aide de SHEM, on peut calculer avec un précision satisfaisante les absorptions des principales résonances de isotopes de hafnium (Hf176, Hf177, Hf178, Hf179) et l'AIC (Ag107, Ag109 et In115).

La performance de SHEM pour calcul des PFs et les actinides mineurs a été évaluée. En effet, des comparaisons APOLLO2/TRIPOLI4 ont été réalisées sur un réseau de type REL avec un combustible à haut burn-up (50Gwj/t). Les résultats de comparaisons montrent l'efficacité de SHEM dans le calcul des résonances des principaux PFs (Tc99, Rh103, Xe131, Cs133, Pm147, Sm150, Sm152, etc) et actinides mineurs (Np237, Am241, Am243, Cm244). SHEM autorise désormais un calcul précis de l'évolution du combustible et de la perte de réactivité avec la combustion (ainsi le calcul du "Crédit Burn-up" dans les études de sûreté-criticité).

A travers des tests sur des configurations des réacteurs rapides à caloporteur sodium, des résultats encourageants sont obtenus quant à la précision de calcul de la diffusion par Na23, et les matériaux de structure tels que le Fer56 constituant la gaine en acier du combustible des RNR. Puis dans un spectre rapide, l'aluminium, très présent dans les réacteurs expérimentaux pour simuler les configurations à forts taux de vide, a été testé ; les résultats de ce test montrent que SHEM améliore le calcul du la diffusion dans Al27 et par conséquent le bilan neutronique global du réacteur. Enfin, le modèle de l'autoprotection de mélange appliqué sur le maillage XMAS a été testé. Les résultats obtenus montrent que ce modèle est performant dans les résonances des noyaux du combustible MOX situées au dessus de 22,5eV. En conclusion, le modèle d'autoprotection de mélange peut être utilisé de manière complémentaire au maillage SHEM pour les forts taux de vide.

Le travail de validation a montré que le temps de calcul APOLLO2 nécessaire avec SHEM est comparable à celui des autres maillages tel XMAS (bien que SHEM ait 1,5 fois de groupes que XMAS), ce qui favorise son implémentation industrielle.

Perspectives

Un travail complémentaire de validation de SHEM dans les calculs de propagation ainsi que dans les cœur RNR, afin d'optimiser la mise en œuvre de SHEM pour les matériaux de structure.

Le maillage SHEM a résolu beaucoup de problèmes liés à l'autoprotection et à la protection mutuelle en dessous de 22,5eV. Il reste cependant certains problèmes de protection mutuelle tels que le recouvrement des résonances U238, Pu239 et Pu240 à 66eV. Il est donc intéressant de poursuivre les travaux sur des méthodologies efficaces de traitement de la protection mutuelle dans le calcul multigroupe.

Une autre option serait d'utiliser la technique SHEM pour développer un maillage raffiné optimisé jusqu'à 70eV, bien qu'un optimisation drastique serait probablement nécessaire pour conserver des temps de calcul acceptables.

Annexe A

Le Maillage SHEM

	Groupe	U_{\min}	$\mathrm{E}_{max}(\mathrm{MeV})$	Δu	
	1	$-0,\!675$	1,96E+07	$0,\!275$	
	2	-0,4	1,49E+07	$0,\!075$	← Neutron 14MeV
	3	-0,325	1,38E+07	$0,\!175$	
	4	-0,15	1,16E+07	$0,\!15$	
	5	0	1,00E+07	0,1	
	6	0,1	9,05E+06	0,1	
	7	0,2	8,19E+06	0,1	\downarrow U238 (n,2n) and (n,n') continuum
	8	$0,\!3$	7,41E+06	0,1	
	9	0,4	6,70E+06	0,1	
	10	$0,\!5$	6,07E+06	0,2	J
	11	0,7	4,97E+06	0,2	
	12	0,9	4,07E+06	0,2	
	13	$1,\!1$	3,33E+06	0,2	
	14	$1,\!3$	2,73E+06	0,2	
	15	$1,\!5$	2,23E+06	0,16	Π
	16	1,66	1,90E+06	$0,\!15$	$ \qquad \qquad$
	17	1,81	1,64E+06	$0,\!152$	D
	18	1,962	1,41E+06	0,0502	D
	19	2,0122	1,34E+06	0,0381	$\longrightarrow O16 (1312 \text{keV})$
ĺ	20	2,0503	1,29E+06	0,1021	Ŭ
ľ	21	2,1524	1,16E+06	0,1003	D
	22	2,2527	1,05E+06	0,1	\sim O16 (1000keV)
	23	2,3527	$9,51E{+}05$	0,1007	V
ĺ	24	$2,\!4534$	8,60E + 05	0,1966	

25	2,65	7,07E+05	0,2	
26	2,85	5,78E+05	0,1578	
27	3,0078	4,94E+05	0,08	
28	3,0878	4,56E+05	0,1003	O16 (434keV)
29	3,1881	4,13E+05	0,0719	
30	3,26	3,84E+05	0,18	
31	3,44	3,21E+05	0,18	J
32	3,62	2,68E+05	0,1522	
33	3,7722	2,30E+05	0,1651	
34	3,9373	1,95E+05	0,1671	- U238 (n,n ₁ ')
35	4,1044	1,65E+05	0,1643	
36	4,2687	1,40E+05	0,1313	
37	4,4	1,23E+05	0,06	Al27 (120keV)
38	4,46	1,16E+05	0,2	
39	4,66	9,47E+04	0,14	← Al27 (87keV)
40	4,8	8,23E+04	0,2	
41	5	6,74E+04	0,2	
42	5,2	5,52E+04	0,1	← Na23 (53keV)
43	5,3	4,99E+04	0,2	
44	5,5	4,09E+04	0,1	
45	5,6	3,70E+04	0,1	\frown Al27 (34,7keV)
46	5,7	3,35E+04	0,1334	
47	5,8334	2,93E+04	0,0666	
48	5,9	2,74E+04	0,0484	Fe56 $(27,8 \text{keV})$
49	5,9484	2,61E+04	0,0431	
50	5,9915	2,50E+04	0,0965	J
51	6,088	2,27E+04	0,2	
52	6,288	1,86E+04	0,1373	
53	$6,\!4253$	1,62E+04	0,0837	\sim Ni58 (15.3keV)
54	6,509	1,49E+04	0,091	
55	6,6	1,36E+04	0,2	J
56	6,8	1,11E+04	0,2	
57	7	9,12E+03	0,2	
58	7,2	7,47E+03	0,2	
59	7,4	6,11E+03	0,2	
60	7,6	5,01E+03	0,2	
61	7,8	4,10E+03	0,163	
62	7,963	3,48E+03	0,15	
63	8,113	3,00E+03	0,15	
64	8,263	2,58E+03	0,15	\sim Na23 (2,85keV), Mn55 (2,33keV)
65	8,413	2,22E+03	0,15	

ſ	66	8,563	1,91E+03	0,1686
ſ	67	8,7316	1,61E+03	0,1823
ſ	68	8,9139	1,35E+03	0,1698
	69	9,0837	1,14E+03	$0,0637$ \searrow Mn55 (1,10keV)
ſ	70	9,1474	1,07E+03	0,16
ſ	71	9,3074	9,08E+02	0,1926
	72	9,5	7,49E+02	0,2
	73	9,7	6,13E+02	0,2
	74	9,9	5,02E+02	0,2
	75	10,1	4,11E+02	0,15
	76	$10,\!25$	3,54E+02	0,1 Mn55 (337eV)
	77	10,35	3,20E+02	0,12
	78	10,47	2,84E+02	0,16
	79	10,63	2,42E+02	0,2
	80	10,83	1,98E+02	0,2
	81	11,03	1,62E+02	0,2
	82	11,23	1,33E+02	0,2
	83	11,43	1,09E+02	0,2
	84	11,63	8,90E+01	0,17
	85	11,8	7,51E+01	$0,2$ \leftarrow U238 (66,0eV) est centrée
	86	12	6,14E+01	0,154
	87	12,154	5,27E+01	0,14
	88	12,294	4,58E+01	0.04 \bullet Mo95 (44,9eV)
	89	12,334	4,40E+01	$0,091$ \bullet Nd145 (42,5eV), Pu240 (41,7eV)
	90	12,425	4,02E+01	$0,175$ \bullet U238 (36,7eV) est centrée
	91	12,6	3,37E+01	0,2
	92	12,8	2,76E+01	0,1158
	93	12,9158	2,46E+01	$0,0877 \leftarrow U235 (23,42eV)$
	94	13,0035	2,25E+01	0,0065
	95	13,01	2,24E+01	0.01 Pu239 (22,27eV)
	96	13,02	2,22E+01	0,007
	97	13,027	2,20E+01	$0,0137$ \bullet Th232 (21,8eV)
	98	13,0407	2,17E+01	0,01
	99	13,0507	2,15E+01	0,007
	100	13,0577	2,13E+01	0,005
	101	13,0627	2,12E+01	0,004
	102	13,0667	2,11E+01	0,004
	103	13,0707	2,11E+01	0,004
	104	13,0747	2,10E+01	0,01 U238 (20,87eV)
	105	13,0847	2,08E+01	0,004
	106	13,0887	2,07E+01	0,004

ſ	107	13,0927	2,06E+01	0,004
	108	13,0967	2,05E+01	0,005
	109	13,1017	2,04E+01	$0,007 \leftarrow Tc99 (20,34eV)$
	110	13,1087	2,03E+01	0,01
	111	13,1187	2,01E+01	0,024
	112	13,1427	1,96E+01	0,0105
	113	13,1532	1,94E+01	$0,01$ \rightarrow U235 (19,30eV)
	114	13,1632	1,92E+01	0,006
	115	13,1692	1,91E+01	0,0608
	116	13,23	1,80E+01	0,0112 – Pu241 (17,87eV)
	117	13,2412	1,78E+01	$0,011$ \rightarrow Pu239 (17,66eV)
	118	13,2522	1,76E+01	0,0068
	119	$13,\!259$	1,75E+01	$0,0359$ \blacksquare Gd157 (16,24eV)
	120	13,2949	1,68E+01	0,0168 Gd155 (16,30eV)
	121	13,3117	1,66E+01	0,0307
	122	13,3424	1,61E+01	0,017
	123	13,3594	1,58E+01	0,0596
	124	13,419	1,49E+01	0,0092 - Pu241 (14,75eV)
	125	13,4282	1,47E+01	0,0092 Pu239 (14,68eV)
	126	13,4374	1,46E+01	0,0086
	127	13,446	1,45E+01	$0,0153$ \checkmark Xe131 (14,40eV), Pu239 (14,34eV)
	128	13,4613	1,43E+01	0,0142
	129	13,4755	1,41E+01	0,0365
	130	13,512	1,36E+01	0,0161 - Pu241 (13,43eV)
	131	13,5281	1,33E+01	0,0563
	132	13,5844	1,26E+01	0,0102
	133	13,5946	1,25E+01	0,0132 U235 (12,39eV)
	134	13,6078	1,23E+01	0,0146
	135	13,6224	1,21E+01	0,0125
	136	13,6349	1,20E+01	0.0138 Pu239 (11.89eV)
	137	13,6487	1,18E+01	0,009
	138	13,6577	1,17E+01	0,0103 - U235 (11,66eV)
	139	13,668	1,16E+01	0,028
	140	13,696	1,13E+01	0,0194 U235 (10,93eV)
	141	13,7154	1,11E+01	0,0228
	142	13,7382	1,08E+01	0,021
	143	13,7592	1,06E+01	0,1076
	144	13,8668	9,50E+00	0.0386 - Pu239 (9.28eV)
	145	13,9054	9,14E+00	0,0177 Hf177 (8,88eV)
	146	13,9231	8,98E+00	0,0202 U235 (8,76eV)
	147	13,9433	8,80E+00	0,0145

ſ	148	13,9578	8,67E+00	0,0174 – Pu241 (8,61eV)
ſ	149	13,9752	8,52E+00	0,0266
ſ	150	14,0018	8,30E+00	0,0207
ſ	151	14,0225	8,13E+00	$0,0199$ \checkmark Sm152 (8,05eV)
ſ	152	14,0424	7,97E+00	0,0165 - Hf176 (7,93eV)
ľ	153	14,0589	7,84E+00	0,0128 Hf178 (7,78eV)
ſ	154	14,0717	7,74E+00	$0,0182$ \leftarrow Cm244 (7,67eV)
ſ	155	14,0899	7,60E+00	0,0294
ſ	156	14,1193	7,38E+00	0,0331
ſ	157	14,1524	7,14E+00	0,0206 - U235 (7,08eV)
ſ	158	14,173	6,99E+00	0,011
ſ	159	14,184	6,92E+00	0,0069
ſ	160	14,1909	6,87E+00	0,0051
ſ	161	14,196	6,84E+00	0,0036
	162	14,1996	6,81E+00	0,0028
	163	14,2024	6,79E+00	0,0023
	164	14,2047	6,78E+00	0,0024
	165	14,2071	6,76E+00	0,0026
	166	14,2097	6,74E+00	0,0038
	167	14,2135	6,72E+00	0,0128 U238 (6,67eV)
	168	14,2263	6,63E+00	0,0038
	169	14,2301	6,61E+00	0,0027 Hf177 (6,60eV)
	170	14,2328	6,59E+00	0,0025
	171	14,2353	6,57E+00	0,0024
	172	14,2377	6,56E+00	0,0026
	173	14,2403	6,54E+00	0,0037
	174	14,244	6,52E+00	0,0051
	175	14,2491	6,48E+00	0,0077
	176	14,2568	6,43E+00	0,0113 U235 (6,38eV)
	177	14,2681	6,36E+00	0,0126
	178	14,2807	6,28E+00	0,0193
	179	14,3	6,16E+00	0,0164
	180	14,3164	6,06E+00	0,0166 - Er167 (5,99eV)
	181	14,333	5,96E+00	0,0272 Hf177(5,89eV), Cs133(5,86eV), Pu241(5,81eV)
	182	14,3602	5,80E+00	0,0139 Np237 (5,78eV)
	183	14,3741	5,72E+00	0,0177 Hf179 (5,68eV)
	184	14,3918	5,62E+00	0,0161 Tc99 (5,59eV)
	185	14,4079	5,53E+00	0,0076
	186	14,4155	5,49E+00	0,0143 U236 (5,45eV)
	187	14,4298	5,41E+00	0,0056
	188	14,4354	5,38E+00	0,0112 — Pm147 (5,36eV)

189	14,4466	5,32E+00	0,0209		
190	14,4675	5,21E+00	0,0194	┥───	U234 (5,16eV), Ag109 (5,19eV)
191	14,4869	5,11E+00	0,0352		
192	14,5221	4,93E+00	0,0341	◀───	U234 (4.85 eV)
193	14,5562	4,77E+00	0,0758		
194	14,632	4,42E+00	0,0252	◀	Nd145 (4,35eV)
195	14,6572	4,31E+00	0,0211	<	Pu241 (4,28eV)
196	14,6783	4,22E+00	0,0535		
197	14,7318	4,00E+00	0,0299		
198	14,7617	3,88E+00	0,0448	◀	In115 (3,82eV), Np237 (3,86eV)
199	14,8065	3,71E+00	0,0466	<	U235 $(3,62eV)$
200	14,8531	3,54E+00	0,1201		
201	14,9732	3,14E+00	0,0857		
202	15,0589	2,88E+00	0,0385		
203	15,0974	2,78E+00	0,0124		
204	15,1098	2,74E+00	0,0077	\rightarrow	— $Pu242$ (2,67eV)
205	15,1175	2,72E+00	0,0073		
206	15,1248	2,70E+00	0,0225		
207	15,1473	2,64E+00	0,0076		
208	15,1549	2,62E+00	0,0115	J	
209	15,1664	2,59E+00	0,0156	←	Gd155 (2,57 eV)
210	15,182	2,55E+00	0,0319	\rightarrow	Hf177 (2,39eV), Eu153 (2,45eV)
211	15,2139	2,47E+00	0,0583		
212	15,2722	2,33E+00	0,0248	┥──	Cm243 (2,31eV)
213	15,297	2,27E+00	0,0249		
214	15,3219	2,22E+00	0,0275	J	
215	15,3494	2,16E+00	0,0411		
216	15,3905	2,07E+00	0,0395	◀	U235 (2,03eV)
217	15,43	1,99E+00	0,0462		
218	15,4762	1,90E+00	0,0653		
219	15,5415	1,78E+00	0,0644		
220	15,6059	1,67E+00	0,0497		
221	15,6556	$1,59E{+}00$	0,0438	┥──	U235 $(1,55eV)$
222	15,6994	1,52E+00	0,0513		— In115 (1,46eV), Np237 (1,48eV)
223	15,7507	1,44E+00	0,0238		
224	15,7745	1,41E+00	0,0208	J	
225	15,7953	1,38E+00	0,0369	◀	Am243 $(1,35eV)$
226	15,8322	1,33E+00	0,0289		
227	15,8611	1,29E+00	0,0331		
228	15,8942	1,25E+00	0,03	←──	Am243 $(1,27eV)$

229	15,9242	1,21E+00	0,0369	\square	
230	15,9611	1,17E+00	0,019	11	
231	15,9801	1,15E+00	0,0158	11	
232	$15,\!9959$	1,13E+00	0,0124	11	
233	16,0083	1,12E+00	0,0109	11	
234	16,0192	1,10E+00	0,0109	┥──	Hf177 (1,10eV)
235	16,0301	1,09E+00	0,0129]	
236	16,043	1,08E+00	0,0407		
237	$16,\!0837$	1,04E+00	0,0136] ┝╼─	— $Pu240 (1,056eV)$
238	$16,\!0973$	1,02E+00	0,0118		
239	16,1091	1,01E+00	0,0125		
240	$16,\!1216$	9,97E-01	0,0147		
241	$16,\!1363$	9,82E-01	0,0185		
242	$16,\!1548$	$9,\!64\text{E-}01$	0,0209		
243	$16,\!1757$	9,44E-01	0,0258		
244	$16,\!2015$	9,20E-01	0,0444		
245	$16,\!2459$	8,80E-01	0,0706	Į	
246	$16,\!3165$	8,20E-01	0,1301		
247	16,4466	7,20E-01	0,1415		
248	$16,\!5881$	6,25E-01	0,0492	 ∙−−−	Eu153 (0,60eV)
249	16,6373	5,95E-01	0,0696		Am241 $(0,57eV)$
250	16,7069	5,55E-01	0,0651		Np237 (0,49eV)
251	16,772	5,20E-01	0,0905		Er167(0,47eV), Eu153(0,46eV)
252	16,8625	4,75E-01	0,0959		
253	16,9584	4,32E-01	0,1013		
254	17,0597	3,90E-01	0,0997		
255	17,1594	3,53E-01	0,0826		
256	17,242	3,25E-01	0,0635	-	Am241 (0,31eV)
257	17,3055	3,05E-01	0,0856	-	Pu239 (0,29eV)
258	17,3911	2,80E-01	0,0935	_	Pu241 (0,26eV)
259	17,4846	2,55E-01	0,098		
260	17,5826	2,31E-01	0,098		— Coupure thermique du Cd113($E_0=0,18eV$)
261	17,6806	2,10E-01	0,0982	μ	
262	17,7788	1,90E-01	0,1601		
263	17,9389	1,62E-01	0,1597	L	
264	18,0986	1,38E-01	0,1398	}⊸	— Pente du Xe135 (0,084eV)
265	18,2384	1,20E-01	0,1402	μ	
266	18,3786	1,04E-01	0,1497	 	Sm149 (0,097eV)
267	18,5283	8,98E-02	0,1603		
268	18,6886	7,65E-02	0,1598		
269	18,8484	6,52E-02	0,1611		

270	19,0095	5,55E-02	$0,\!1598$
271	19,1693	4,73E-02	0,1602
272	19,3295	4,03E-02	$0,\!1583$
273	19,4878	3,44E-02	0,1605
274	19,6483	2,93E-02	0,1611
275	19,8094	2,49E-02	0,2202
276	20,0296	2,00E-02	0,2996
277	20,3292	$1,\!48\text{E-}02$	$0,\!35$
278	20,6792	1,05E-02	0,3802
279	$21,\!0594$	7,15E-03	$0,\!45$
280	21,5094	4,56E-03	0,6002
281	22,1096	2,50E-03	3,1235

Annexe B

Validation pour les combustibles UOX et MOX neufs aux différents taux de vide

B.1 Validation des UOX neufs

– Validation pour le cas UOX froid

Paramètre	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00122	-6	-6
ϵ_{pair}	1.02639	-20	-23
ϵ_{impair}	1.06555	11	-17
р	0.75673	-81	44
f	0.92580	51	49
η	1.87371	-7	1
K_{∞}	1.43738	-52	49

TAB. B.1 – Bilan neutronique d'une celle UOX à froid

	Taux de capture		Taux de fission			
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	3	-1.58	-1.22	144	-1.25	-1.37
2) 2,23MeV	24	-1.42	-0.71	271	-1.14	-0.77
3) 494keV	100	0.16	0.11	375	0.25	0.09
4) 11,1keV	208	0.71	0.81	500	0.36	0.43
5) 748eV	532	0.66	1.22	1269	-0.62	0.58
6) 75eV	302	0.78	0.50	690	1.06	-0.35
7) 40eV	389	-3.13	-2.64	711	-2.99	-2.62
8) 22,53eV	54	115.4	1.06	81	54.03	1.42
9) $19,39 eV$	803	0.68	1.45	1331	0.68	1.06
10) 8,3 eV	325	1.80	-0.35	219	-2.48	-0.40
11) 4,0eV	1380	0.48	0.33	6587	0.50	0.29
12) 0,19MeV	7415	-0.22	0.10	43727	-0.23	0.09
Total	11520	0.39	0.19	55880	-0.10	0.10

TAB. B.2 – UOX Froid : Taux de réaction de l'U235

	Taux de capture		Taux de fission			
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	46	-1.33	-1.33	1717	-1.26	-1.40
2) 2,23MeV	554	-1.44	-0.71	934	-0.03	-0.93
$3) 494 \rm keV$	1406	0.45	0.24	1	12.09	11.10
4) 11,1keV	2140	0.42	0.45	0	-1.69	-1.66
5) 748eV	3238	0.43	0.55	1	-3.12	-1.36
6) 75eV	793	-1.14	-1.29	0	-1.06	-1.21
7) 40eV	1842	-1.91	0.48	0	-2.51	1.14
8) 22,53 eV	2005	1.25	-0.52	0	1.32	-0.49
9) 19,39 eV	394	3.00	0.23	0	4.87	-0.16
10) 8,3eV	4133	1.69	-0.91	0	2.03	-0.93
11) 4,0eV	1353	0.05	-0.02	0	0.12	0.01
12) 0,19 MeV	5540	-0.20	0.13	0	-0.20	0.13
Total	23433	0.31	-0.07	2654	-0.82	-1.23

TAB. B.3 – UOX Froid : Taux de réaction de l'U238

Paramètre	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00150	-16	-15
ϵ_{pair}	1.03372	-17	-27
ϵ_{impair}	1.09316	36	-21
р	0.69806	-121	66
f	0.94336	25	22
η	1.87166	2	2
K_{∞}	1.39489	-92	27

TAB. B.4 – Bilan neutronique d'une celle UOX à chaud

– Validation pour le cas UOX chaud

	Taux de capture		oture	Taux de fission		
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	3	-1.00	-1.00	170	-0.95	-1.07
2) 2,23MeV	30	-1.42	-0.65	336	-1.09	-0.68
3) 494keV	131	0.13	0.09	493	0.22	0.05
4) 11,1keV	272	0.74	0.87	654	0.35	0.44
5) 748eV	683	0.70	1.26	1631	-0.66	0.56
6) 75eV	381	0.83	0.53	871	1.08	-0.37
7) 40eV	482	-3.21	-2.74	882	-3.03	-2.71
8) 22,53eV	65	116.6	1.16	97	55.9	1.57
9) $19,39 eV$	976	0.75	1.50	1620	0.83	1.15
10) 8,3 eV	381	2.33	-0.20	260	-2.41	-0.32
11) 4,0eV	1613	0.34	0.27	7679	0.33	0.21
12) 0,19MeV	6598	-0.35	0.06	38904	-0.36	0.05
Total	11597	0.44	0.19	53564	-0.18	0.07

TAB. B.5 – UOX Chaud : Taux de réaction de l'U235

	Taux de capture		Taux de fission			
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	55	-1.17	-1.17	2028	-0.95	-1.09
2) 2,23MeV	691	-1.43	-0.65	1123	0.23	-0.71
$3) 494 \rm keV$	1847	0.44	0.21	1	12.36	11.34
4) 11,1keV	2744	0.43	0.43	0	-1.83	-1.82
5) $748 eV$	4015	0.45	0.55	1	-3.88	-1.77
6) 75eV	973	-1.31	-1.31	0	-1.26	-1.25
7) 40eV	2230	-2.19	0.25	0	-2.69	1.03
8) $22,53 eV$	2366	0.94	-0.76	0	1.03	-0.73
9) 19,39 eV	485	3.11	0.29	0	5.01	-0.13
10) 8,3eV	4762	1.53	-1.01	0	2.08	-0.99
11) 4,0eV	1597	-0.06	-0.04	0	-0.00	-0.02
12) 0,19 MeV	4956	-0.34	0.07	0	-0.34	0.07
Total	26706	0.22	-0.14	3154	-0.53	-0.95

TAB. B.6 – UOX Chaud : Taux de réaction de l'U238

Paramètre	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00204	7	7
ϵ_{pair}	1.10858	108	-2
ϵ_{impair}	1.66924	552	15
р	0.31275	-1018	-217
f	0.98275	7	2
η	1.85776	6	8
K_{∞}	1.05876	-344	-187

TAB. B.7 – Bilan neutronique d'une celle UOX à 80% de taux de vide

– Validation pour le cas UOX à 80% de taux de vide

	Taux de capture		Taux de fission			
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	6	-0.46	-0.29	297	-0.14	-0.26
2) 2,23MeV	74	-1.21	-0.25	783	-0.70	-0.16
$3) 494 \mathrm{keV}$	455	-0.09	-0.07	1696	0.01	-0.10
4) 11,1keV	860	0.70	0.99	2080	0.06	0.24
5) $748 eV$	1805	0.33	1.01	4379	-1.23	0.17
6) 75eV	858	0.80	0.23	1983	0.82	-1.05
7) 40eV	919	-2.59	-2.19	1710	-2.53	-2.49
8) 22,53eV	99	123	2.22	152	57.6	2.41
9) $19,39 eV$	1625	1.66	2.29	2714	1.42	1.45
10) 8,3eV	498	5.79	0.10	353	-1.85	-0.41
11) 4,0eV	1921	-0.76	-0.32	8863	-0.83	-0.46
12) 0,19MeV	2031	-1.43	-0.55	11928	-1.44	-0.55
Total	11110	0.91	0.27	36873	-0.64	-0.33

TAB. B.8 – UOX à 80% de taux de vide : Taux de réaction de l'U235

	Taux de capture		Taux de fission			
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	100	-0.50	-0.40	3532	-0.14	-0.28
2) 2,23MeV	1689	-1.06	-0.16	2150	1.50	0.18
$3) 494 \mathrm{keV}$	6307	0.33	0.06	4	13.55	12.37
4) 11,1keV	7822	0.63	0.54	1	-0.88	-1.18
5) $748 eV$	8792	1.34	1.38	3	-6.34	-1.47
6) 75eV	1890	-1.90	-0.84	0	-1.90	-0.75
7) 40eV	3769	-2.35	0.19	0	-2.33	1.77
8) 22,53 eV	3353	0.06	-0.26	0	0.33	-0.20
9) 19,39 eV	872	3.41	0.36	0	5.39	-0.29
10) 8,3 eV	5593	0.84	-0.63	0	2.67	-0.70
11) 4,0eV	2062	-1.19	-0.70	0	-1.16	-0.71
12) 0,19 MeV	1572	-1.53	-0.62	0	-1.52	-0.62
Total	43795	0.17	0.21	5690	0.49	-0.10

TAB. B.9 – UOX à 80% de taux de vide : Taux de réaction de l'U238

Paramètre	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00134	-5	-5
ϵ_{pair}	1.04317	-160	-162
ϵ_{impair}	1.17967	185	174
р	0.60255	-82	35
f	0.96981	7	4
η	1.68461	25	33
K_{∞}	1.21305	-30	79

TAB. B.10 – Bilan neutronique d'une celle MOX neuf à froid

B.2 Validation des MOX neufs

– Validation pour le cas MOX neuf froid

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	46	-1.32	-0.66	1750	-1.29	-0.92
2) 2,23MeV	526	-1.39	-0.23	900	-0.08	-0.43
3) 494keV	1333	0.52	0.30	1	12.04	11.09
4) 11,1keV	2046	0.49	0.48	0	-1.52	-1.51
5) $748 eV$	3082	0.72	0.67	1	-3.13	-1.50
6) 75eV	706	2.09	3.76	0	2.32	4.15
7) 40eV	1728	-0.77	1.76	0	-1.68	1.41
8) 22,53eV	1847	-0.26	-1.29	0	-0.18	-1.27
9) $19,39 eV$	346	-0.57	-0.44	0	1.75	-0.75
10) 8,3eV	3758	0.35	-1.63	0	0.46	-1.53
11) 4,0eV	661	-0.97	-1.07	0	-1.00	-1.11
12) 0,19MeV	1238	-0.00	0.26	0	-0.00	0.26
Total	17318	0.19	-0.00	2652	-0.87	-0.75

TAB. B.11 – MOX neuf Froid : Taux de réaction de l'U238

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	2	-1.85	-0.57	248	-1.26	-0.87
2) 2,23MeV	17	-1.39	-0.14	437	-1.10	-0.31
$3) 494 \mathrm{keV}$	82	0.24	0.18	377	0.42	0.16
4) 11,1keV	256	0.50	0.51	335	0.62	0.55
5) $748 eV$	924	-2.15	0.94	1246	-5.12	-0.16
6) 75eV	670	10.26	6.51	737	15.89	8.22
7) 40eV	144	-2.48	-0.30	146	-2.27	1.54
8) $22,53 eV$	121	-16.83	0.43	168	-16.89	0.39
9) $19,39 eV$	992	2.85	1.21	1549	1.23	0.83
10) 8,3 eV	325	0.42	2.10	463	0.30	1.55
11) 4,0eV	5825	-0.25	-0.75	9805	-0.37	-0.81
12) 0,19 MeV	7484	-0.21	0.30	16900	-0.12	0.28
Total	16814	0.15	0.30	32392	-0.06	0.15

TAB. B.12 – MOX neuf Froid : Taux de réaction du Pu239

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	T4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	2	-1.24	-0.67	28	-1.26	-0.88
2) 2,23MeV	10	-1.24	-0.24	54	-1.14	-0.30
$3) 494 \mathrm{keV}$	16	0.30	0.13	72	0.30	0.16
4) 11,1keV	22	0.14	0.13	91	0.44	0.41
5) $748 eV$	69	-1.45	-0.75	252	0.82	1.27
6) 75eV	13	8.32	6.07	80	6.38	6.05
7) 40eV	30	-2.34	-1.91	173	-0.88	-0.36
8) $22,53 eV$	2	62.21	-0.94	3	76.31	-1.35
9) 19,39eV	198	2.77	-0.06	472	2.65	-0.19
10) 8,3eV	174	-0.37	-1.13	549	2.81	-1.01
11) 4,0eV	311	-0.20	-0.85	834	-0.17	-0.86
12) 0,19MeV	1012	-0.08	0.32	3128	-0.08	0.31
Total	1852	0.22	-0.09	5723	0.55	0.06

TAB. B.13 – MOX neuf Froid : Taux de réaction du Pu241

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	97	-1.25	-0.87
2) 2,23MeV	148	-1.04	-0.37
3) 494keV	55	0.82	0.45
4) 11,1keV	111	1.12	1.19
5) 748eV	419	0.38	0.31
6) 75eV	357	13.15	13.23
7) 40eV	209	-1.21	-3.73
8) $22,53eV$	119	18.00	1.71
9) 19,39eV	3	1.32	-0.72
10) 8,3eV	9	0.04	-1.45
11) 4,0eV	10501	-0.71	-0.90
12) 0,19MeV	2562	-0.03	0.25
Total	14591	-0.06	-0.31

TAB. B.14 – MOX neuf Froid : Taux d'absorption du Pu
240 $\,$

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	17	-1.26	-0.88
2) 2,23MeV	27	-1.06	-0.37
3) 494keV	9	0.50	0.19
4) 11,1keV	19	1.02	0.96
5) $748 eV$	41	3.64	2.92
6) 75eV	63	-4.03	-4.08
7) 40eV	4	-48.55	7.09
8) 22,53eV	2	69.41	-12.85
9) $19,39 eV$	3	34.89	-0.36
10) 8,3 eV	2	-0.48	-1.66
11) 4,0eV	1280	-1.40	-1.52
12) 0,19 MeV	34	-0.01	0.26
Total	1501	-1.29	-1.38

TAB. B.15 – MOX neuf Froid : Taux d'absorption du Pu
242 $\,$

– Validation pour le cas MOX neuf chaud

Paramètre	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00158	-9	-9
ϵ_{pair}	1.05715	-194	-206
ϵ_{impair}	1.26825	270	233
р	0.52530	-165	20
f	0.97853	-6	-7
η	1.66992	34	43
K_{∞}	1.15266	-71	73

TAB. B.16 – Bilan neutronique d'une celle MOX neuf chaud

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	54	-1.24	-0.69	2066	-1.13	-0.88
2) 2,23MeV	656	-1.47	-0.28	1082	0.11	-0.40
3) 494keV	1748	0.47	0.28	1	12.20	11.27
4) 11,1keV	2620	0.44	0.41	0	-1.65	-1.68
5) 748eV	3800	0.80	0.71	1	-3.72	-1.75
6) 75eV	851	2.29	4.28	0	2.54	4.74
7) 40eV	2066	-0.95	1.65	0	-1.86	1.25
8) $22,53eV$	2147	-0.06	-1.52	0	0.03	-1.50
9) $19,39 eV$	417	-0.77	-0.47	0	1.55	-0.83
10) 8,3eV	4244	0.14	-1.95	0	0.41	-1.78
11) 4,0eV	733	-1.07	-1.11	0	-1.11	-1.15
12) 0,19MeV	958	-0.00	0.37	0	-0.00	0.37
Total	20299	0.16	-0.05	3151	-0.70	-0.71

TAB. B.17 – MOX neuf Chaud : Taux de réaction de l'U238

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	2	-1.03	-0.49	293	-1.11	-0.83
2) 2,23MeV	21	-1.48	-0.24	540	-1.12	-0.34
$3) 494 \mathrm{keV}$	107	0.18	0.15	494	0.35	0.13
4) 11,1keV	334	0.42	0.44	437	0.55	0.48
5) $748 eV$	1169	-2.07	0.95	1580	-4.99	-0.22
6) 75eV	819	10.37	6.65	911	15.75	8.16
7) 40eV	177	-2.55	-0.37	180	-2.29	1.56
8) $22,53 eV$	145	-18.25	0.15	202	-18.33	0.12
9) 19,39eV	1172	3.05	1.11	1835	1.34	0.75
10) 8,3 eV	379	0.28	1.94	541	0.14	1.41
11) 4,0eV	5717	-0.36	-0.79	9743	-0.50	-0.85
12) 0,19MeV	5986	-0.31	0.33	13296	-0.18	0.35
Total	15993	0.17	0.38	30027	-0.10	0.19

TAB. B.18 – MOX neuf Chaud : Taux de réaction du Pu239

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	T4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	2	-1.19	-0.71	33	-1.11	-0.84
2) 2,23MeV	12	-1.29	-0.28	66	-1.18	-0.33
3) 494keV	20	0.25	0.12	95	0.23	0.13
4) 11,1keV	29	0.10	0.07	119	0.38	0.36
5) 748eV	87	-1.55	-0.83	322	0.80	1.26
6) 75eV	17	8.21	5.89	100	6.32	6.04
7) 40eV	37	-2.65	-2.25	214	-1.02	-0.48
8) 22,53eV	3	61.28	-1.40	4	75.97	-1.69
9) $19,39 eV$	238	2.76	-0.18	567	2.60	-0.31
10) 8,3 eV	203	-0.35	-0.98	642	2.61	-1.06
11) 4,0eV	305	-0.32	-0.88	834	-0.31	-0.90
12) 0,19MeV	790	-0.12	0.40	2460	-0.14	0.38
Total	1738	0.25	-0.15	5441	0.63	0.04

TAB. B.19 – MOX neuf Chaud : Taux de réaction du Pu241

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	114	-1.10	-0.83
2) 2,23MeV	183	-1.04	-0.39
$3) 494 \rm keV$	72	0.74	0.41
4) 11,1keV	145	1.10	1.19
5) $748 eV$	529	0.25	0.21
6) 75eV	432	13.27	13.36
7) 40eV	251	-1.56	-4.16
8) $22,53 eV$	139	19.44	1.04
9) 19,39 eV	4	1.20	-0.83
10) 8,3eV	11	-0.13	-1.51
11) 4,0eV	11198	-0.90	-1.06
12) 0,19MeV	1996	-0.05	0.35
Total	15074	-0.14	-0.41

TAB. B.20 – MOX neuf Chaud : Taux d'absorption du Pu
240 $\,$

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	20	-1.12	-0.84
2) 2,23MeV	33	-1.05	-0.37
3) 494keV	12	0.44	0.16
4) 11,1keV	25	0.97	0.92
5) 748eV	53	3.64	2.83
6) 75eV	78	-4.22	-4.26
7) 40eV	5	-48.47	7.09
8) $22,53eV$	2	65.83	-13.12
9) $19,39 eV$	3	38.25	-0.34
10) 8,3 eV	3	-0.55	-1.70
11) 4,0eV	1442	-1.49	-1.67
12) 0,19 MeV	26	-0.01	0.36
Total	1701	-1.38	-1.52

TAB. B.21 – Taux d'absorption du Pu
242 $\,$

– Validation pour le cas MOX neuf à 80% de taux de vide

Paramètre	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
		(pcm)	(pcm)
$\chi_{n,2n}$	1.00225	6	6
ϵ_{pair}	1.15658	-306	-416
ϵ_{impair}	3.25307	1708	960
р	0.16108	-1947	-961
f	0.99480	1	-11
η	1.59147	67	121
K_{eff}	0.96164	-502	-311

TAB. B.22 – Bilan neutronique d'une celle MOX neuf à 80% de taux de vide

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	99	-0.93	-0.63	3572	-0.59	-0.67
2) 2,23MeV	1593	-1.16	-0.10	2062	1.23	0.03
3) 494keV	5894	0.39	0.17	4	13.56	12.49
4) 11,1keV	7338	0.69	0.48	1	-0.81	-1.34
5) $748 eV$	7890	2.37	1.91	3	-6.40	-1.85
6) 75eV	1452	2.21	6.53	0	2.68	7.54
7) 40eV	3166	-0.85	2.03	0	-1.80	1.23
8) 22,53eV	2745	1.21	-2.47	0	1.39	-2.45
9) $19,39 eV$	645	-3.14	-1.69	0	-0.90	-2.25
10) 8,3eV	4232	-1.07	-2.87	0	0.24	-2.69
11) 4,0eV	686	-2.55	-2.25	0	-2.65	-2.32
12) 0,19MeV	155	-1.59	0.18	0	-1.58	0.18
Total	35914	0.54	0.38	5641	0.08	-0.41

TAB. B.23 – MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux de réaction de l'U238

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	3	-0.97	-0.68	510	-0.57	-0.63
2) 2,23MeV	52	-1.21	-0.25	1243	-0.77	-0.13
$3) 494 \rm keV$	366	0.01	0.06	1664	0.17	-0.00
4) 11,1keV	1038	-0.07	-0.02	1361	0.28	0.08
5) 748 eV	2798	-1.97	0.41	3814	-4.33	-0.84
6) 75 eV	1475	10.52	6.69	1765	14.68	6.97
7) 40eV	316	-2.65	-0.77	322	-2.27	1.58
8) 22,53 eV	222	-25.89	0.14	308	-26.17	0.10
9) $19,39 eV$	1574	4.09	0.54	2505	1.57	-0.09
10) 8,3 eV	462	-0.71	1.11	659	-0.86	0.56
11) 4,0eV	2339	-1.88	-1.55	4438	-2.11	-1.77
12) 0,19 MeV	1114	-2.46	-0.37	2310	-2.08	-0.11
Total	11697	0.17	0.69	20859	-0.52	0.06

TAB. B.24 – MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux de réaction du Pu239

	Taux de capture			Taux de fission		
Groupes	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)	Τ4	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	3	-0.82	-0.67	58	-0.57	-0.63
2) 2,23MeV	29	-1.06	-0.15	153	-0.84	-0.13
3) 494keV	69	0.07	-0.01	322	0.04	0.01
4) 11,1keV	90	-0.12	-0.17	371	0.16	0.10
5) 748eV	219	-2.21	-1.60	816	0.40	0.73
6) 75eV	35	6.48	3.15	204	5.06	4.80
7) 40eV	71	-4.95	-4.69	406	-2.11	-1.67
8) 22,53eV	4	58.08	-2.91	6	74.20	-3.23
9) $19,39 eV$	355	1.54	-1.33	849	0.99	-1.56
10) 8,3eV	249	-1.20	-1.03	781	0.88	-2.04
11) 4,0eV	135	-1.86	-1.70	452	-1.95	-1.81
12) 0,19 MeV	133	-1.95	0.05	427	-2.04	-0.08
Total	1389	-0.50	-1.12	4836	0.13	-0.60

TAB. B.25 – MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux de réaction du Pu241

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	199	-0.56	-0.62
2) 2,23MeV	406	-0.49	-0.05
3) 494keV	244	0.56	0.28
4) 11,1keV	446	1.02	1.21
5) 748eV	1250	-0.68	-0.63
6) 75eV	737	14.20	13.75
7) 40eV	408	-6.84	-9.94
8) $22,53eV$	170	35.16	-0.39
9) $19,39 eV$	6	-0.44	-2.28
10) 8,3eV	14	-1.71	-2.65
11) 4,0eV	7388	-2.06	-1.97
12) 0,19MeV	331	-1.75	0.05
Total	11599	-0.23	-0.77

TAB. B.26 – MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux d'absorption du Pu240

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	35	-0.58	-0.63
2) 2,23MeV	73	-0.45	0.01
3) 494keV	40	0.31	0.06
4) 11,1keV	78	0.82	0.75
5) $748 eV$	133	3.98	2.30
6) 75eV	148	-7.61	-7.73
7) 40eV	9	-46.94	8.64
8) 22,53eV	3	39.98	-16.71
9) $19,39 eV$	5	59.35	-0.99
10) 8,3 eV	3	-1.52	-2.66
11) 4,0eV	1399	-1.73	-2.07
12) 0,19MeV	4	-1.63	0.14
Total	1928	-1.61	-1.90

TAB. B.27 – MOX neuf à 80% de taux de vide : Taux d'absorption du Pu242

B.3 Validation de calcul des PFs dans un MOX à $50 \mathrm{GWj/t}$

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.40	-1.36
2) 2,23MeV	1	-1.30	-0.78
3) 494keV	1	0.25	0.11
4) 11,1keV	3	0.74	0.74
5) 748eV	10	1.46	1.75
6) 75eV	15	3.03	3.81
7) 40eV	1	-3.58	0.57
8) $22,53eV$	33	174.47	-0.20
9) 19,39eV	3	2.94	-0.63
10) 8,3 eV	1	-0.08	-1.21
11) 4,0eV	14	-0.99	-0.83
12) 0,19MeV	56	-0.43	0.12
Total	138	42.68	0.44

TAB. B.28 – MOX à 50GWj/t : Taux d'absorption du Sm150

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.32	-1.32
2) 2,23MeV	0	-1.42	-0.75
3) 494keV	1	0.29	0.16
4) 11,1keV	2	-2.40	-2.37
5) 748eV	12	2.19	1.63
6) 75eV	1	-5.59	-5.98
7) 40eV	0	-0.63	0.34
8) $22,53eV$	0	3.47	-0.77
9) $19,39 eV$	57	-5.79	-0.79
10) 8,3eV	392	2.72	-0.01
11) 4,0eV	20	-1.06	-0.82
12) 0,19 MeV	49	-0.44	0.12
Total	537	1.28	-0.10

TAB. B.29 – MOX à 50GWj/t : Taux d'absorption du Sm152

Groupes	Τ4	σ (%)	E (XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)		(%)	(%)
1) 20MeV	0	0.02	-1.34	-1.35
2) 2,23MeV	0	0.01	-1.31	-0.70
3) 494keV	0	0.01	0.28	0.20
4) 11,1keV	0	0.01	0.74	0.74
5) 748eV	0	0.03	2.33	2.30
6) 75eV	0	0.09	1.23	1.66
7) 40eV	0	0.10	-3.07	-2.88
8) 22,53eV	0	0.13	81.69	0.39
9) 19,39eV	0	0.12	-0.71	0.17
10) 8,3eV	0	0.03	-0.41	-1.40
$\ $ 11) 4,0eV	1	0.03	0.23	-0.63
12) 0,19MeV	128	0.02	-0.54	-0.03
Total	129	0.01	-0.52	-0.03

TAB. B.30 – MOX à 50 GWj/t : Taux d'absorption du Gd157

Groupes	Trip	E(XMAS)	E (SHEM)
borne Sup	(pcm)	(%)	(%)
1) 20MeV	0	-1.47	-1.34
2) 2,23MeV	1	-1.51	-0.66
$3) 494 \rm keV$	4	0.25	0.19
4) 11,1keV	12	0.74	0.74
5) 748eV	41	0.75	0.73
6) 75eV	24	-2.34	-1.41
7) 40eV	13	6.47	12.28
8) $22,53eV$	12	-11.68	-0.30
9) $19,39eV$	57	-0.91	-0.60
10) 8,3eV	17	-4.52	-2.58
11) 4,0eV	185	-0.67	-0.33
12) 0,19MeV	81	-0.44	0.09
Total	447	-0.79	0.07

TAB. B.31 – MOX à 50GWj/t : Taux d'absorption de l'Eu
153

Références

- [1] F. JEAN PIERRE et M. LIVOLANT : Rapport CEA. CEA-R-4533, 1974. 28, 83
- [2] P. REUSS : Précis de neutronique. EDP Sciences, Les Ulis, France, 2003. 32, 35, 38, 81, 131
- [3] R. BARJON : *Physique des réacteurs nucléaires*. Institut des Sciences Nucléaires, Grenoble, France, 1993. 38
- [4] A. SANCHEZ et A. dos SANTOS : The Intermediate Resonance Parameters in the Multigroup Formalism. Nuc. Sci. Eng, 131:387–400, 1999. 40
- [5] P.B. TRANCHANT : Élaboration et Qualification de Schémas de Calcul de Référence pour les Absorbants dans les Réacteurs à Eau Pressurisée. Note DEN/DER CEA-R-5962, 2001. 49, 115, 132, 138
- [6] A. SANTAMARINA, H.J. SMITH et G.E. WHITESIDES : NEACRP Standard Problem Exercice on Criticality Codes for Dissolving Fissile Oxides in Acids. A Reference Method for Treating the Fuel Double Hetergenity. *PHYSOR90 : Proc. Int. Conf.* on the Physics of Reactors : Operation, Design and Computation, Marseille, France, 1990. 49
- [7] M. N. NICOLAEV : Méthode des Sous-groupes pour la Mise en Compte de la Structure Résonnante des Sections Efficaces dans les Calculs Neutroniques. Atmonaïa Energia, (Première Partie), 1970. 51
- [8] D. E. CULLEN : Application of the Probability Table Method to Multigroup Calculations of Neutron Transport. *Nuc. Sci. Eng*, 55:387–400, 1974. 51
- [9] L. B. LEVITT : The Probability Table Method for Treating Unresolved Neutron Resonances in Monte Carlo Criticality Calculations. *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 14:648, 1971. 51
- [10] D.E. CULLEN : Calculations of Probability Tables Parameters to Include Intermediate Resonance Self-Shielding. ANS Winter Meeting, 1977. 51
- [11] P. RIBON : Les tables de probabilités : application au traitement des sections efficaces pour la neutronique. Note CEA-N-2485, 1986. 51, 55
- [12] O. BOUHELAL et P. RIBON : Tables de probabilité non Statistiques. Description des Effets de Ralentissement. PHYSOR90 : Proc. Int. Conf. on the Physics of Reactors : Operation, Design and Computation, 1990. 53, 54

- [13] A. HÉBERT : A Comparison of Three Techniques for Computing Probability Tables. Proc.int Conf. Physics of Nuclear Science and Technology, New York, USA, 1998. 55
- [14] C. BREZENSKY : Approximation de Padé. Analyse Numérique, Collection Enseignement des Sciencs. Hermann, Editeur des Sciencs et des Arts, Paris, France, 1991. 56
- [15] A. HÉBERT et M. COSTE : Computing Moment-Based Probability Tables for Self-Shielding Calculations in Lattice Codes. Nuc. Sci. Eng, 142:245–257, 2002. 56, 75, 76
- [16] A. HÉBERT : The Ribon Extended Self-Shielding Model. Nuc. Sci. Eng, 151:1–24, 2005. 57, 60, 61, 70, 75, 78, 79
- [17] P. REUSS : A Generalization of the Livolant-Jeanpierre Theory for Resonance Absorption Calculation. Nucl. Sci. Eng, 92:261, 1986. 60
- [18] R.J. STAMM'LER et M.J. ABBATE : Methods of Steady-State Reactor Physics in Nuclear Design. Academic Press, London, Royaume, 1983. 62
- [19] I. CARLVIK : A Method for Calculating Collision Probabilities in General Cylindrical Geometry and Application to Flux Distribution and Dancoff Factor. Proc. Int. Conf. Peacful Uses of Atomic Energy in Geneva, New York, USA, 1965. 62
- [20] A. HÉBERT et G. MARLEAU : Generalization of the Stamm'ler Method for the Self-Shielding of Resonant Isotopes in Arbitrary Geometry. *Nuc. Sci. Eng*, 108:230–239, 1991. 65
- [21] A. HÉBERT : Revisiting the Stamm'ler Self-Shielding Method. 25th Annual Conference of the Canadian Nuclear Society, Toronto, Canada, 2004. 65
- [22] L.W. NORDHEIM : The Theory of Resonance Absorption. Proc.Symp. Applied Mathematics, XI : Nculear Reactor Theory:58, 1961. 65
- [23] R. RAHARJO et M.L. WILLIAMS : Space-Dependent Resonance Self-shielding. Nucl. Sci. Eng, 126:19–34, 1997. 65
- [24] A. SANTAMARINA : Effet de Protection Mutuelle dans les Interactions U238-U235 et U238-Pu239. Annals of Nuclear Energy, 3:1–9, 1974. 70
- [25] M.L. WILLIAMS : Correction of Multigroup Cross Section for Resolved Resonance Interference in Mixed Absorbers. Nucl. Sci. Eng, 83:37, 1983. 70
- [26] M. COSTE et S. MENGELLE : New Resonant Mixture Self-Shielding Treatment in the Code APOLLO2. PHYSOR2004 : ANS Conference, The Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Reactor Systems, 2004. 70, 73, 155, 180
- [27] M. COSTE, A. AGGERY et N. HUOT: New Developments in Resonant Mixture Self-Shieldinf Treatment with APOLLO2 Code and Application to Jules Horowitz Reactor Calculation. M&C2005: ANS Conference, Proc. Int. Conf. on Mathematic and Computation, Avignon, France, 2005. 70, 74, 155, 180
- [28] A. HÉBERT : A Mutual Resonance Shielding Model Consistent with Ribon Subgroup Equations. PHYSOR2004 : ANS Conference, The Physics of Fuel Cycles and Advanced Nuclear Reactor Systems, Chicago, USA, 2004. 70, 79
- [29] E. WEHLAGE, D. KNOTT et V.W. MILLS : Modelling Resonance Interference Effects in the Lattice Physics Code Lancer02. M&C2005 : ANS Conference, Proc. Int. Conf. on Mathematic and Computation, Avignon, France, 2005. 72
- [30] T. TAKEDA et Y. KANAYAMA : A multiband Method with Resonance Interference Effect. *Nuc. Sci. Eng*, 131:401–410, 1999. 75
- [31] S. MENGELLE : APOLLO2 : Calcul de Référence utilisant un Maillage Énergétique fin. Note CEA-N-2800, 1995. 79
- [32] A. AGGÉRY : Calculs de Référence avec un Maillage Multigroupe Fin sur des Assemblages Critiques par Apollo2. Note CEA-N-2848, 1999. 79
- [33] J.L. ROWLANDS: Cross Section Processing for Fast Reactors. Proceedings of the 1988 International Reactor Physics Conference, pages 111–189, Jackson Hole, Wyoming, USA, 1988. 80
- [34] A. SANTAMARINA, N. HFAIEDH, R. LETELLIER, V. MAROTTE, S. MISU, A. SARGENI, C. VAGLIO et I. ZMIJAREVIC : Advanced Neutronics Tools for BWR Design Calculation. 14th International conference on Nuclear Engineering, Miami, USA, 2006. 82
- [35] A. SANTAMARINA : Development and Validation of a Criticality Calculation Scheme Based on French Deterministic Transport Codes. ICNC'91 : Int. Conf. on Nuclear Criticality safety, Oxford, UK, 1991. 82
- [36] B. ROCQUE et A. SANTAMARINA : The Criticality-Safety package 'CRIBLE' and its Experimental Qualification. ICNC'95 : Int. Conf. on Nuclear Criticality safety, Albouquerque, USA, 1995. 82
- [37] B. ROCQUE, A. SANTAMARINA, C. MATTERA et E. LEJEUNE : Validation of the new Criticality-Safety package 'CRISTAL'. *Topical Meeting on the Nuclear Criticality* safety Division, Oxford, UK, 1995. 82, 87
- [38] M. OUISLOUMEN : Contribution aux développement du code de transport des neutrons APOLLO2. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, 1989. 82
- [39] G. RIMPAULT, H. TELLIER, E. FORT et J. MONDOT : Proposal for a European Group Scheme for Thermal Reactor Libraries. Note Technique SPRC/LEPH 89-240, 1989. 82
- [40] R. SANCHEZ, J. MONDOT, Z. STANKOVSKI, A. COSSIC et I. ZMIJAREVIC : ApolloII : A User-Oriented, Portable, Modular Code for Multigroup Transport Assembly Calculations. *Nucl. Sci. Eng*, 100:342–362, 1983. 83, 132
- [41] M. LOUBIÈRE, R. SANCHEZ, M. COSTE, A. HÉBERT, Z. STANSKOWSKI et C. van der GUCHT: APOLLO2 Twelve Years Later. M&C99: ANS Conference, Proc. Int. Conf. on Mathematic and Computation, Madrid, Espagne, 1999. 83, 132

- [42] A. SANTAMARINA et H. TELLIER : Bibliothèque APOLLO "CEA 86" pour le calcul des réacteurs à neutrons thermiques et épithermiques. Rapport DRE/SEN 86-264 et Rapport DEMT/SERMA 822-T, 1986. 83
- [43] A. SANTAMARINA, C. CHABERT, A. COURCELLE, O. LITAIZE, G. WILLERMOZ, D. BI-RON et L. DAUDIN : Qualification of the APOLLO2.5/CEA93.V6 Code for UOX and MOX Fuelled PWR. PHYSOR2002 : ANS Conference, Proc. Int. Conf. on the Physics of Reactors, 2002. 83
- [44] A. SANTAMARINA, C. COLLIGNON, A. COURCELLE, O. LITAIZE, G. WILLERMOZ et D. BIRON : French Calculation Schemes for Light water Reactor Analysis. *PHY-SOR2004 : ANS Conference, The Physics of Fuel Cycles and Advanced nuclear Reac*tor Systems, Chicago, USA, 2004. 83
- [45] D. BERNARD et A. SANTAMARINA : Doppler Calculation Challenge in MOX Lattices. M&C2003 : Proc. Int. Conf. on Mathematic and Computation. 84
- [46] A. SANTAMARINA : Communication personnel. 90
- [47] J.C. SUBLET, P. RIBON et M. COSTE : CALENDF-2002 : Manuel d'Utilisation. Rapport CEA-R-6020, 2003. 131
- [48] G. WILLERMOZ et A. SANTAMARINA : Rapport de Validation du Code APOLLO2.5
 CEA93-V6. Rapport CEA SPRC/LEPH 00-003, 2000. 132
- [49] R. SANCHEZ : Schémas approchés de résolution de l'équation intégrale du transport à deux dimensions. Thèse de doctorat, Université Paris-Sud, 1979. 132
- [50] C. CHABERT et A. SANTAMARINA : Mise au Point et Validation du Schémas de Calcul de Référence APOLLO2 en Evolution des assemblages REP UO2 17X17. Note CEA SPRC/LEPh/96-223, 1996. 132, 140, 141